ТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЫПУСК

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ШКОЛЕ И ВУЗЕ»

Часть 1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Т.В. Гуляева, Н.К. Пещенко

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ У БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

А.Н. Друзь

ОПЫТ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕМЕНТОВ STEM-ОБРАЗОВАНИЯ

Л.Н. Евелина, О.М. Кечина

НЕКОТОРЫЕ ПУТИ ПРЕОДОЛЕНИЯ ТРУДНОСТЕЙ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ

С. Р. Еникеева, Е.Д. Крайнова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

В.Г. Ермаков

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ОБЕСПЕЧЕНИЮ УСТОЙЧИВОСТИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

М.И. Киндер, А.В. Казанцев

ЗАДАЧА СОРТИРОВКИ НА ГРАФАХ В ОЛИМПИАДАХ ПО ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Е.К. Каштанова

О ПРОБЛЕМЕ АКТУАЛЬНОСТИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ В ИНФОРМАЦИОННОМ ОБЩЕСТВЕ

ОТ СОСТАВИТЕЛЕЙ

Настоящий тематический выпуск журнала «Электронные библиотеки» включает выборочные статьи, подготовленные их авторами на основе материалов, представленных ими на 9-й Международной научно-практической конференции «Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MATHEDU' 2019)». Эта конференция состоялась 23–27 октября 2019 г. в Институте математики и механики (ИММ) им. Н.И. Лобачевского Казанского федерального университета (КФУ) и была посвящена 215-летию основания КФУ. Организаторами конференции были Региональный научно-образовательный математический центр КФУ и ИММ им. Н.И. Лобачевского КФУ.

Конференция собрала около 300 участников из разных городов России, в т. ч. Москвы, Санкт-Петербурга, Абакана, Архангельска, Астрахани, Брянска, Великого Новгорода, Владивостока, Владикавказа, Волгограда, Вологды, Грозного, Екатеринбурга, Йошкар-Олы, Кирова, Коломны, Красногорска, Краснодара, Красноярска, Курска, Липецка, Майкопа, Мурманска, Набережных Челнов, Нижнего Новгорода, Нового Уренгоя, Новосибирска, Ногинска, Омска, Оренбурга, Орла, Орска, Пензы, Перми, Ростова-на-Дону, Рязани, Самары, Саратова, Симферополя, Стерлитамака, Сургута, Сыктывкара, Тамбова, Тольятти, Томска, Ульяновска, Уссурийска, Уфы, Ухты, Хабаровска, Чебоксар, Челябинска, Энгельса, Элисты, Ялты, Ярославля и, конечно же, Казани и городов Республики Татарстан. В ней приняли участие специалисты из США, Мексики, Колумбии, Азербайджана, Белоруси, Казахстана, Узбекистана, Таджикистана, Украины.

Тематический выпуск состоит из трех частей. Тематика первой части связана с современными технологиями обучения математике и информатике в школе, созданием цифровой образовательной среды, опытом организации непрерывного образования учителей математики и информатики. Одна из ведущих тем – проблема математического образования одаренных детей. В полной мере эта тема нашла отражение в материалах, представленных в данном выпуске.

Номер журнала подготовлен за счет средств субсидии, выделенной КФУ для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект № 1.13556.2019/13.1.

А.М. Елизаров, Л. Р. Шакирова

УДК 37

MIXED METHODS STUDY OF MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' CONTENT KNOWLEDGE IN USA AND RUSSIA USING SEQUENTIAL NESTED DESIGN

Mourat Tchoshanov

Departments of Mathematical Sciences and Teacher Education, University of Texas at El Paso, TX, USA

mouratt@utep.edu

Abstract

The sequential nested mixed methods study focused on comparative analysis of middle school mathematics teachers' content knowledge in two countries. The study consisted of two stages: (1) quantitative study of teacher content knowledge; (2) qualitative study of teacher topic-specific content knowledge. The initial sample for the first stage included lower secondary mathematics teachers from the U.S. (grades 6–9, N=102) and Russia (grades 5–9, N=97). The Teacher Content Knowledge Survey (TCKS) was applied to assess teacher content knowledge based on the cognitive domains of Knowing, Applying, and Reasoning, as well as addressing the lower secondary mathematics topics of Number, Algebra, Geometry, Data and Chance. The second stage – an interpretive cross-case study – aimed at the examination of the U.S. and Russian teachers' topic-specific knowledge on the division of fractions. For the second stage, N=16 teachers (8 – from the U.S., and 8 – from Russia) were selected for the study using non-probability purposive sampling technique based on teachers' scores on the TCKS. Teachers were interviewed on the topic of fraction division using questions addressing their content and pedagogical content knowledge. The study revealed that there are explicit similarities and differences in teachers' content knowledge as well as its cognitive types. The study results may inform the field on priorities placed on lower secondary mathematics teachers' knowledge in the USA and Russia. It also suggests close comparison and learning about issues related to teacher knowledge in both countries with a potential focus on re-examining practices in teacher preparation and professional development.

***Keywords**: cross-national comparison, teacher knowledge, topic-specific content knowledge, lower secondary school mathematics*

INTRODUCTION

Cross-national studies allow understanding of how teacher education is contextualized in selected countries which requires "a range of analytical methods that draw out conflicting views, contested areas, and shared order to create "a more balanced comparative perspective" in teacher preparation across countries (Kim beliefs" (LeTendre, 2002). In last decade, a number of cross-national studies on teacher education were focusing on unpacking "culturally contextualized and semantically decontextualized dimensions" in Ewha, Ham, Paine, 2011). Scholars have addressed characteristics such as teachers' perceptions of effective mathematics teaching (Cai, Wang, 2010), role of opportunity to learn in teacher preparation (Schmidt, Cogan, Houang, 2011), teacher education effectiveness (Blomeke, Suhl, Kaiser, 2011), teachers' epistemological beliefs on nature of mathematics (Felbrich, Kaiser, Schmotz, 2012), and other issues. A number of papers addressed these issues at the pre-service teacher preparation level (Tatto, Senk, 2011; Felbrich, Kaiser, Schmotz, 2012). However, few comparative studies focused on in-service teachers' content knowledge. Moreover, the field lacks research that provides an in-depth analysis of teacher knowledge at a topic-specific level. Therefore, this study attempted to examine the U.S. and Russian in-service teachers' content knowledge through the lens of topic-specific context – a division of fractions.

The motivation for the study is based on the 8^{th}-grade mathematics portion of the TIMSS-2015 results (Mullis et al., 2016). We identified two countries ranked closely to each other: Russia – in the 6^{th} position and the USA – in the 10^{th} position. At the same time, a difference in the U.S. and Russian students' scores was revealing: the average score of Russian students in the content domain was 538 (SE=4.7) and of the U.S. students – 518 (SE=3.1), with Russian students gaining higher scores on Number (533 vs. 520), Algebra (558 vs. 525), and Geometry (536 vs. 500) whereas the U.S. students outscored Russian students in the domain of Data and Chance (522 vs. 507). Russian students also outperformed the U.S. students in each cognitive domain: Knowing (543 vs. 528), Applying (541 vs. 515), and Reasoning (528 vs. 514). These data triggered the following *research question*: to what extent is the U.S. and Russian middle school mathematics teachers' knowledge differ by content and cognitive domains? Considering the importance of teachers' topic-specific knowledge (Ball, 1990; Ma, 1999), the study also zoomed into the *question*: to what extent is the U.S. and Russian lower secondary mathematics teachers' content knowledge similar and/or different in the topic-specific context?

The paper includes several sections. First, we provide an extended literature review in the field of cross-national studies in teacher education and teacher knowledge. Then we discuss the methodology of the study which consists of the research design, participants, procedure, data collection, and analysis. Finally, we will present the results of the study followed by a discussion and conclusion.

CROSS-NATIONAL STUDIES ON MATHEMATICS TEACHER KNOWLEDGE

Conducting cross-national studies allow comparing, sharing, and learning about issues in an international context (Robitaille & Travers, 1992). Cross-national studies also help researchers understand in a more explicit way about their own context, teaching practice, knowledge, and get insights of better choices in constructing the teaching and learning process (Stigler and Perry, 1988). In this section, we will discuss recent studies in mathematics teacher education within the cross-national context. Studies vary in a scope addressing different issues including but are not limited to general aspects in teacher education, teacher knowledge, different types of teacher knowledge, connections between teacher knowledge and student performance, instrument development and adaptation, to name a few.

Analysis of a body of literature in cross-national research in mathematics teacher education and teacher knowledge demonstrates that few comparative studies focused on in-service teachers' content knowledge in general, and within topic-specific context – in particular. Addressing this deficiency, the proposed study attempts to closely examine the U.S. and Russian lower secondary school mathematics teachers' content knowledge through the lens of topic-specific context – the division of fractions.

The field of mathematics teacher education is expanding its knowledge-base in understanding the role of teacher characteristics in student learning and achievement. The major shift in the field had happened with Shulman's (1986) work on teacher knowledge that proposed an alternative approach to the educational production function perspective (e.g., Hanushek, 1981, Monk & Rice, 1994), which was concerned with examining proxies of teacher knowledge such as coursework/certification and its impact on student achievement (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2016). Research on teacher knowledge initiated by the work of Shulman (1986) has focused on teacher knowledge as a major predictor of student learning and achievement. In the last decade, the field benefited from numerous studies (Hill, Shilling, & Ball, 2004; Hill, Ball, & Schilling, 2008; Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2005; Davis & Simmt, 2006; Baumert et al., 2010) that substantially advanced the conceptualization of teacher knowledge.

Capitalizing on Shulman's (1986) work, scholars examined different categories of teacher knowledge. Content or subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge are the most important categories of teacher knowledge. Bransford, Brown, and Cocking (2000) state that content knowledge requires "a deep foundation of factual knowledge, understanding of the facts and ideas in the context of a conceptual framework, and organization of the knowledge in ways that facilitate retrieval and application" (p. 16). Hill, Ball, and Schilling (2008) consider a special kind of teacher knowledge that combines content and pedagogical content knowledge – mathematical knowledge for teaching. It is knowledge "that allows teachers to engage in particular teaching tasks, including how to accurately represent mathematical ideas, provide mathematical explanations for common rules and procedures, and examine and understand unusual solution methods to problems" (p. 378).

Some scholars (e.g., Chapman, 2013; Izsak, Jacobson, & de Araujo, 2012) examined different facets of teacher knowledge without explicitly emphasizing its connection to student learning. Other scholars stressed the importance of the kind of knowledge a teacher possesses because it impacts his/her teaching (Steinberg, Haymore, and Marks, 1985). Another line of research (e.g., Hill, Rowan, & Ball, 2005; Baumert et al, 2010; Author, 2011) specifically targets the effects of different types of teachers' knowledge on student achievement. There is a need in the field for extending the latter line of research to the level of cross-national studies on teacher knowledge.

Recently, scholars have advanced the field by examining teacher knowledge in variety of domains including Number Sense (Ma, 1999; Izsac, 2008), Algebra (Bair & Rich, 2011; McCrory et al., 2012), Geometry and Measurement (Murphy, 2012; Nason, Chalmers, & Yeh, 2012), and Statistics (Groth & Bergner, 2006). However, the field lacks cross-national research that provides a comprehensive analysis of the various facets of teacher knowledge including content and cognitive domains as well as its granualization in the topic-specific context.

METHODOLOGY

Most of the large-scale cross-national studies on student achievement (e.g. TIMSS, PISA) as well as teacher preparation (e.g. TEDS-M) focused on complex data collection and employ, primarily, quantitative methods for data analysis. However, "to fully understand how achievement is contextualized in a given nation requires not only sets of complex data but also a range of analytical methods" (LeTendre, 2002). Therefore, the proposed study employed mixed methods sequential nested design (Tashakkori & Teddlie, 2003) and consisted of two stages: 1) quantitative stage was used for measuring teacher content knowledge; 2) qualitative stage was applied to analyze teacher responses on a set of open-ended questions in a topic-specific context - the division of fractions. For the first stage, quantitative data were collected and analyzed to further zoom into the qualitative analysis (the second stage of the study) of unpacking shared approaches as well as to address contested areas in teachers' topic-specific content knowledge in the U.S. and Russia. The triangulation between the results of the two stages is further discussed in the Conclusion section.

In this section, we will describe the study participants, the instrument as well as data collection and data analysis procedures by two of its major stages: Stage 1 (using quantitative method) and Stage 2 (employing primarily qualitative method).

STAGE 1: QUANTITATIVE STUDY

PARTICIPANTS

The sample of the quantitative study for Stage 1 consisted of lower secondary mathematics teachers from the U.S. (grades 6–9, N=102) and Russia (grades 5–9, N=97). The U.S. teacher-participants were selected from urban public middle schools in the Southwestern part of the country. Teacher sample demographic information was self-reported by participating teachers. In terms of gender distribution, 55% of teacher participants were females and 45% – males. Most of the U.S. participants (64%) had 1–5 years of teaching experience. Additionally, 62% of the teacher sample received their teaching certificate through traditional teacher preparation programs and 38% of participating teachers were certified through alternative programs. The Russian teacher-participants were selected from urban public secondary schools in the Volga region. Russian participating teachers had attained a secondary mathematics teacher preparation Specialist's degree[1], which allowed them to teach in secondary schools (grades 5–11). The majority of participating teachers were females (89%). The sample was composed of 78% of teachers who have more than 10 years of teaching experience.

INSTRUMENT

The instrument used in this study was the Teacher Content Knowledge Survey which was developed using TIMSS framework (Mullis et al. 2016). It was designed to assess teacher content knowledge of Number, Algebra, Geometry, Data and Chance based on the three cognitive domains: Knowing, Applying, and Reasoning.

The instrument was developed by a group of interdisciplinary faculty with expertise in the following domains: mathematics, mathematics education, statistics, and statistics education, representing various institutions (university, community college, and local schools). Main steps in the item development process were the selection of items for the survey, the classification of items by cognitive domain, and modifying an item in other cognitive domains. To do so, we created a list of descriptors for each cognitive domain. The list for the Knowing domain included, but was not limited, to the following descriptors: recognize basic terminology and notation, recall facts, state definitions, name properties and rules, do computations, make observations, conduct measurements, simplify and evaluate numerical expressions. One may consider the following problem as an example of the Knowing domain question: what is the rule for fraction multiplication.

The list for the Applying domain consisted of the following descriptors: perform procedure (with or without connections), select and use appropriate representation, translate between representations, transform within the same representation, transfer knowledge to a new situation, connect two or more concepts, explain and justify solutions, communicate mathematical ideas, explain findings and results from analysis of data. Considering the same context of fraction multiplication, examples of the

[1] In Russia, the secondary school consists of lower and upper levels: the lower secondary school includes grades from 5 to 9, and grades 10–11 are part of the upper secondary school.

applying domain questions might be the following: a) multiply two given fractions (procedure without connection); and/or *b*) make up a story for the given fraction multiplication (procedure with connections).

And, the list for the Reasoning domain included the following descriptors: prove statements and theorems, solve non-routine problems, generalize patterns, formulate mathematical problems, generate mathematical statements, derive mathematical formulas, make predictions and hypothesize, design mathematical models, extrapolate findings from data analysis, test conjectures, to name a few. With regard to the same multiplication of fractions context, an example of the task at the reasoning domain level might be the following: is the following statement $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$ *(a, b, c,* and *d* are positive integers) ever true?

In order to establish content validity, the specification table was constructed to guide the process of the instrument development. The table included major content topics and objectives for teachers closely aligned with corresponding objectives in lower secondary content standards. Aside from the specification table, the item analysis table was used to further ensure construct validity. The item analysis table included samples of competencies and items from the TCKS mapped and aligned with competencies from the lower secondary mathematics standards for students. A pool of 216 items was developed using this approach. The instrument was piloted with a sample of in-service lower secondary mathematics teachers enrolled in a graduate mathematics education course. After the pilot, the TCKS items were revised by a group of experts in mathematics, statistics, and mathematics education to finalize the instrument. A sample of 33 items was selected from the initial pool to be used in the study as the TKCS. The alpha coefficient technique (Cronbach, 1951) was utilized to evaluate the reliability of the TCKS. The obtained value of the coefficient at *α=0.839* suggests that the items comprising the survey are internally consistent (Author, 2011). As Hill, Ball, and Shilling (2008) claim, in education "reliabilities of *.70* or above are considered adequate for instruments intended to answer research and evaluation questions" (p. 386).

The final version of the TCKS survey consisted of 33 multiple-choice items addressing main topics of lower secondary mathematics curriculum: Number (9 items), Algebra (9 items), Geometry (9 items), Data and Chance (6 items) as well as different cognitive types of content knowledge: Knowing (10 items), Applying (13 items), and Reasoning (10 items).

INSTRUMENT TRANSLATION AND ADAPTATION

Initially, the TCKS instrument was developed, field tested and validated in the USA (Author, 2011). Considering that teaching is a cultural activity (Stigler & Hiebert, 1998), one should be sensitive to issues related to the adaptation of an instrument in different settings. Scholars (Andrews, 2011; Pepin, 2011) documented variations across countries in ways curriculum and content are structured, procedures and concepts are introduced, assignments of homework as well as individual and group work in the classroom are distributed, the blackboard is used during instruction, etc. Scholars apply different methods to validate and adapt an instrument in a new setting. Delaney et al. (2012) employed the teacher interviews to explore the consistency of teacher thinking and answer choices made using analysis of video recordings of lessons in order to examine the relationship between the teachers' scores and teaching practice. Moreover, the validity of an instrument heavily depends on the translation quality and linguistic equivalence (Pena, 2007). Therefore, we employed multi-level translation procedure using expertise of the Russian- speaking members of the research team to ensure linguistic equivalence of the adapted TCKS items with two rounds of independent translations followed by the round of reconciliation.

DATA COLLECTION

The measurement of teachers' knowledge was conducted using the TCKS instrument. Each teacher from participating countries was given 90 min to complete the survey. Along with teachers' scores on the TCKS, teachers' demographic information such as gender and ethnicity, years of teaching experiences, as well as other proxies for teacher content knowledge (i.e., mathematics coursework) were also collected.

DATA ANALYSIS

Taking into account the ordinal (ranked) nature of the quantitative data for content and cognitive domains of teacher knowledge (e.g., frequency counts) collected in the quantitative stage of the study, we used a non-parametric technique. This statistic was selected to measure the variance between independent groups of the same (not normal) distribution with arbitrary sample sizes of each group. In order to compare two or more groups (e.g., the U.S. and Russian teachers) on a response variable that is categorical in nature, it is suggested to apply the independent-samples Chi-square test (Huck, 2004, p. 463). This statistic detects group differences using frequency data. We also applied the Chi-square statistic to compare the responses of two independent groups of teachers to questions on the division of fractions during the second stage of the study.

STUDY 2: QUALITATIVE STUDY

The need for the qualitative stage is informed by the complexities in assessing teacher knowledge (Schoenfeld, 2007). One of the key issues is related to limitations of the multiple-choice format in test construction and assessment of teacher knowledge (p. 201). Responding to this limitation, we designed the qualitative stage to provide a closer examination of the U.S and Russian teachers' knowledge and understanding in the topic-specific context.

We selected the interpretive cross-case study design to examine the U.S. and Russian teachers' topic-specific knowledge of one of the important themes in lower secondary mathematics curriculum in both countries – the division of fractions. Merriam (1998) classified case studies with regard to its' overall intent as descriptive, interpretive, and evaluative. According to Merriam (1998), a descriptive case study presents "a detailed account of the phenomenon under study" (p. 38), an evaluative case study aims at "description, explanation, and judgment" (p. 39), and, finally, an interpretive case study focuses on "analyzing, interpreting, or theorizing about the phenomenon" (p. 38). Following the interpretive case study design, 16 teachers (eight from each country) were selected for the study after the completion of the TCKS.

Aside from taking TCKS in Stage 1, selected teachers were interviewed in Stage 2 on the topic of fraction division using questions addressing their content and pedagogical content knowledge. The cross-case analysis of teachers' topic-specific knowledge was conducted using meaning coding and linguistic analysis techniques (Kvale & Brinkmann, 2009).

PARTICIPANTS

A non-probability purposive sampling technique was employed to select study participants. Purposive sampling required that selected the U.S. and Russian teachers represent different quartiles of the total scores on the TCKS measure. It was also required that selected teachers teach at similar school settings (e.g. urban public schools).

With regard to the first criterion, the initial sample from both countries was subdivided by quartiles using teachers' overall TCKS scores. The distribution of the U.S. and Russian teachers' TCKS scores by quartiles are presented in Table 1.

Table 1. Distribution of the U.S. and Russian teachers' total TCKS scores by quartiles

Quartile	The U.S. teachers (N=102)			Russian teachers (N=97)		
	Range	N	%	Range	N	%
Q1	4-15	30	29	13-18	28	29
Q2	16-19	22	22	19-20	23	23
Q3	20-24	31	30	21-23	28	29
Q4	25-30	19	19	24-27	18	19

Table 1 indicates that the distribution of teachers across quartiles was similar to a third of the teachers in both the U.S. and Russian samples located in quartiles 1 and 3. There were 22% of the U.S. and 23% of Russian teachers located in quartile 2 and 19% of the teachers in each country located in quartile 4. We selected two teachers from each quartile after applying the purposive sampling criteria. Hence, the total study sample consisted of N=16 teachers (eight teachers from each country) who met the requirements of the purposive sampling. Selected teachers pseudonyms along with their total scores on TCKS across corresponding quartiles are presented in Table 2.

Table 2. Selected USA and Russian teachers' total TCKS scores by quartiles

Quartile	US Teachers		Russian Teachers	
	Pseudonym	Score	Pseudonym	Score
Q1	Rich Mary	13 15	Lera Inna	13 16
Q2	Grace Mark	18 19	Zina Victor	18 20
Q3	Lori Kate	21 23	Kiril Gala	21 22
Q4	Ron Sara	26 28	Anna Igor	25 27

Both the U.S. and Russian participants have similar teaching assignments – lower secondary school mathematics with content addressing the following main objectives: Number, Algebra, Geometry, Data and Chance. All selected teachers teach at urban public schools.

DATA COLLECTION

At Stage 2, we used the following data source – structured teacher interviews on the topic of the division of fractions. Teachers were interviewed using the following five questions related to the topic:

1) When you teach fraction division, what are important terms, facts, procedures, concepts, and reasoning strategies your students should learn?
2) What is the fraction division rule?
3) Apply the rule to the following fraction division problem: $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$
4) Construct a word problem for the given fraction division: $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$.
5) Is the following statement $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ *(a, b, c,* and *d* are positive integers) ever true?

The first question aimed at teachers' pedagogical content knowledge and focused on teachers' understanding of learning objectives for the topic of fraction division. The subset of questions 2)–5) assessed teachers' understanding of topic-specific content across the cognitive domains of knowing, applying, and reasoning.

DATA ANALYSIS

During the qualitative stage, teacher interviews were audio recorded and transcribed. In order to analyze qualitative data, we conducted meaning coding and linguistic analysis of teacher narratives as a primary method of analysis (Kvale & Brinkmann, 2009). The linguistic analysis technique unpacks "the characteristic uses of language, … the use of grammar and linguistic forms" (Kvale & Brinkmann, 2009, p. 219) by participating teachers within the specific topic of lower secondary mathematics. Additionally, the linguistic analysis was applied to check teacher use of mathematical terminology (questions 1–3). In order to "breaking down, examining, comparing, conceptualizing and categorizing data" (Strauss & Corbin, 1990, p. 61) we used data-driven meaning coding technique. This technique was applied to analyze teachers' responses on questions tapping into their understanding of meanings of the division of fractions (question 4) as well as their justification for solving the non-routine problem (question 5). To increase the credibility of the qualitative data analysis, the meaning coding and linguistic analysis were performed and cross-checked by two independent raters.

RESULTS

STAGE 1 FINDINGS

In this section, we first analyze teacher knowledge data by content domain, then we analyze teacher data by cognitive domain, and finally, we briefly discuss parallels between student and teacher performance within and between countries.

The results reported on teacher content knowledge show that the U.S. teachers' highest mean score was obtained on Number domain – 0.6230 and lowest on Geometry domain – 0.5142 (see Table 3).

Table 3. The U.S. teachers´ means scores by content domain

Content Domain	Mean	SE	SD	Conf. level (95%)
Number	0.6230	0.0203	0.2051	0.0403
Algebra	0.5632	0.0232	0.2347	0.0461
Geometry	0.5142	0.0254	0.2569	0.0505
Data and Chance	0.5931	0.0210	0.2118	0.0416

Russian teachers’ highest mean score was obtained on Algebra domain – 0.7276 and lowest on Data and Chance domain – 0.3871 (see Table 4).

Table 4. Russian teachers´ means scores by content domain

Content Domain	Mean	SE	SD	Conf. Level (95%)
Number	0.6560	0.1066	0.3197	0.0239
Algebra	0.7276	0.0829	0.2487	0.0306
Geometry	0.5856	0.0727	0.2181	0.0455
Data and Chance	0.3871	0.1251	0.3064	0.0358

Moreover, we found that the U.S. teachers’ highest mean score was obtained, as expected, on Knowing domain – 0.7343 and lowest on Reasoning domain – 0.4951 (see Table 5).

Table 5. The U.S. teachers´ means scores by cognitive domain

Cognitive Domain	Mean	SE	SD	Conf. level (95%)
Knowing	0.7343	0.0198	0.1977	0.0392
Applying	0.5053	0.0207	0.2071	0.0411
Reasoning	0.4951	0.0238	0.2381	0.0473

Russian teachers’ highest mean score was obtained, as expected, on Knowing domain – 0.7598 and lowest, unexpectedly, on Applying domain – 0.5036 (see Table 6).

Table 6. Russian teachers´ means scores by cognitive domain

Cognitive Domain	Mean	SE	SD	Conf. level (95%)
Knowing	0.7598	0.0142	0.1352	0.0283
Applying	0.5036	0.0128	0.1214	0.0254
Reasoning	0.5928	0.0177	0.1683	0.0353

We used frequency counts of correct and incorrect responses to calculate Chi-square statistic in order to report differences between the U.S. and Russian teachers' performance on content and cognitive domains (Tables 7 and 8). With regard to content domain, we identified that there is no significant difference between Russian and the U.S. teachers' knowledge on Number domain (*$\chi 2=2.1470$, $p>.05$*). However, there is a statistically significant difference between Russian and the U.S. teachers' knowledge on Data and Chance domain (in favor of the U.S. teachers; *$\chi 2=50.914$, $p<.01$*) as well as Algebra and Geometry domains (in favor of Russian teachers correspondingly; *$\chi 2=52.342$, $p<.01$* and *$\chi 2=9.454$, $p<.01$*) (see Table 7).

Table 7. The U.S. and Russian teachers' knowledge by content domain usingfrequencies of correct/incorrect responses

Content Domain	Number Correct/ Incorrect	Algebra Correct/ Incorrect	Geometry Correct/ Incorrect	Data and Chance Correct/ Incorrect
Russia	573/300	636/237	512/361	225/357
USA	572/346	517/401	472/446	363/249
Chi-square	2.1470	52.342	9.454	50.914
p-value	0.1428	0	0.0021	0

This finding closely parallels the U.S. and Russian *students' performance* on TIMSS with regard to Data and Chance domain (in favor of the U.S. students) and Algebra domain (in favor of Russian students).

Additionally, the study reported that there is no significant difference between Russian and the U.S. teachers' knowledge on Knowing and Applying cognitive domains (*$\chi 2=1.707$, $p>.05$ and $\chi 2=0.008$, $p>.05$, correspondingly*) whereas there is a statistically significant difference on Reasoning domain (in favor of Russian teachers; *$\chi2=19.117$, $p<.01$*) (see Table 8).

Table 8. The U.S. and Russian teachers' knowledge by cognitive domain using frequencies of correct/incorrect responses

Cognitive Domain	Knowing Correct/ Incorrect	Applying Correct/ Incorrect	Reasoning Correct/ Incorrect
Russia	737/233	635/626	575/395
USA	749/271	670/656	505/515
Chi-square	1.707	0.008	19.117
p-value	0.1914	0.9287	0.000012

This finding also parallels the U.S. and Russian students' performance on TIMSS' cognitive domain (Mullis et al., 2016).

STAGE 2 FINDINGS

In this section, we present the U.S. and Russian teachers' responses to the questions on the division of fractions.

Teacher responses to Question 1

The Question 1 asked, "When you teach fraction division, what are the important terms, facts, procedures, concepts and reasoning strategies your students should learn?" Accordingly, teacher responses were coded using the following categories: 1) vocabulary, 2) knowing, 3) applying, and 4) reasoning. The frequency of teacher responses in each category with reported chi-square statistic[2] and p-values are presented in Table 9.

[2] In the 2x2 contingency case of the chi-square test, for expected frequencies less than 5 Yates' correction is employed.

Table 9. The frequency of the U.S. and Russian teachers' responses to Question 1 by categories

Category	The U.S. teachers	Russian teachers	χ^2
Vocabulary	33	38	*2.003*
Knowing	27	32	*3.471*
Applying	20	23	*0.893*
Reasoning	0	6	*6.667***

*$p<.05$, **$p<.01$

Most frequently used category in response to Question 1 was "vocabulary" with the total amount of counts – 71: 33 counts in the U.S. teachers' responses and 38 counts in Russian teachers' responses with no significance observed between the groups ($\chi^2=2.003$, $p>.05$). Most frequently used terms emerged from teachers' responses are "division" (9 counts), "reciprocal" (11 counts), "denominator" (8 counts), "multiplication" (7 counts). Least frequently used terms are "dividend" (3 counts), divisor (3 counts), "quotient" (3 counts). With regard to categories "knowing" and "applying", we also didn't detect any significant differences between the groups: chi-square values $\chi^2=3.471$ and $\chi^2=0.893$ at $p>.05$ correspondingly. The only category where the significance was observed in the category of "reasoning" ($\chi^2=6.667$, $p<.01$). In the Discussion and Conclusion section of the paper, we will analyze these findings in more detail.

Teacher responses to Question 2

The second question asked teachers to respond to the following: what is the fraction division rule. In Table 10 we present the frequency of terms used by the U.S. and Russian teachers while explaining the rule for fraction division along with chi-square values for each reported term.

Table 10. The frequency of terms used by the U.S. and Russian teachers in response to Question 2

Terms used by teachers	The U.S. teachers	Russian teachers	χ^2
Flip	7	1	*6.250**
Reciprocal	7	8	*1.067*
Dividend	0	6	*6.667***
Divisor	0	6	*6.667***
First fraction	6	2	*2.250*
Second fraction	6	2	*2.250*
Quotient	0	1	*1.067*

*$p<.05$, **$p<.01$

All U.S. and Russian teachers correctly responded to this question. However, the way they described the rule deserves a separate discussion which we will provide in the Discussion and Conclusion section.

Teacher responses to Question 3

As expected, teachers' responses to the procedural question 3 (divide two given fractions) were the least insightful. Most of the teachers in both groups silently performed the division on a scratch paper that was provided to every participant. All participating teachers correctly solved the given fraction division task. Slight differences were observed in the representation of the answer. Whereas all eight U.S. teachers wrote the answer in mixed number form as 3,5 only two Russian teachers did the same. Five Russian teachers wrote the answer in decimal form 3.5 and one Russian teacher wrote the answer in both forms 3,5. One observation deserves mentioning and further discussion: one of the U.S. teachers illustrated the division by a pictorial model (see the Discussion and Conclusion section).

Teacher responses to Question 4

Question 4 tapped into teachers' understanding of meaning(s) of the division of fractions while asking them to construct a word problem for the given problem. There are several distinct meanings of the division of fractions discussed by scholars. For instance, Fischbein et al. (1985) and Simon (1993) identified two main meanings for the division of fraction: quotitive (measurement) and partitive (part-to-whole). At the same time, Greer (1992) proposed to consider the "rectangular area" model within the partitive meaning of the fraction division. Later Ma (1999) included the rectangular model in a separate category, which she called "product and factors". Therefore, Ma claimed that there are three main models and corresponding meanings to represent the division of fractions: measurement, partitive, and product and factors (1999, p. 72).

We observed that question 4 was challenging to the U.S. teachers – only five teachers were able to construct a correct word problem compared to eight Russian teachers. An insightful observation was recorded in models used by teachers to construct a word problem which will be further discussed later in the Discussion and Conclusion section. In Table 11, we include frequencies of meanings/ models used by the teachers to construct word problems along with chi-square statistic and p-values.

Table 11. The frequency of meanings of fraction division used by the U.S. and Russian teachers in response to Question 4

Meanings of fraction division	The U.S. teachers	Russian teachers	χ^2
Part-to-whole (partitive)	0	2	*0.571*
Measurement (quotitive)	5	2	*2.286*
Rectangular area model (product and factors)	0	4	*5.333**
Incorrect	3	0	*3.692*

**p<.05, **p<.01*

Chi-square analysis showed statistically significant difference not only for the rectangular area model but also an overall difference in performance of the U.S. and Russian teachers on this particular task ($\chi 2 = 10.286$, $p<.05$).

Teacher responses to Question 5

Question 5 aimed at assessing teachers' critical reasoning: is the following statement $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ (*a, b, c,* and *d* are positive integers) ever true? This question was challenging to both the U.S. and Russian teachers. Table 12 captures frequencies of solutions/ proofs proposed by teachers along with the chi-square values.

Table 12. The frequency of solutions proposed by the U.S. and Russian teachers in response to Question 4

Teacher responses	The U.S. teachers	Russian teachers	χ^2
Never true	5	4	*0.254*
True if a=b=c=d	1	1	*0*
True if c=d	1	3	*1.333*
No solution provided	1	0	*1.067*
Using numerical values to prove	4	0	*5.333**

**p<.05, **p<.01*

As depicted in Table 12, we were not able to observe any significant differences between groups in a number of correct responses to Question 5 (only one correct and one partially correct solution proposed by the U.S. teachers compared to three correct and one partially correct solutions provided by Russian teachers). However, an interesting observation was recorded with regard to a method of proof used by teachers which we will elaborate further on in the Discussion section.

DISCUSSION

In this section, we discuss the major results of the study, emphasize the triangulation of the results between the stages. Further, we share some insightful observations related to every question we used during the teacher interviews in Stage 2.

We will start with observations on teacher articulation of the learning objectives for the topic of fraction division (Question 1). Then we will discuss teacher use of mathematical vocabulary, facts and procedures (Questions 1–3). We will proceed to teacher understanding of meaning(s) of the division of fractions. Finally, we will address the observation of methods employed by teachers while responding to the reasoning Question 5.

Teacher articulation of the learning objectives for the division of fractions

Most insightful finding in teachers' responses to Question 1 was the fact that both the U.S. and Russian teachers quite similarly defined learning objectives for the division of fraction. Both groups clearly outlined the main vocabulary students should learn, facts and procedures students should master, and concepts students should understand. The revealing difference was observed in the teachers' response to the reasoning category. Despite the fact that Question 1 explicitly asked to articulate "what are important … reasoning strategies your students should learn?", none of the U.S. teachers responded to this part of the question compared to six Russian teachers who highlighted the importance of "developing logical reasoning" (4 teachers) as well as "checking for reasonableness" (2 teachers). This finding may suggest that the U.S. teachers do not see a "reasoning" potential in the topic of the division of fractions whereas their Russian counterparts emphasize the development of students' reasoning as one of the important learning objectives for the topic of fraction division.

Teacher use of mathematical vocabulary related to the division of fractions

As mentioned earlier, both the U.S. and Russian teachers emphasized the importance of developing students' mathematical vocabulary related to the topic of the division of fractions. Table 14 captures frequencies of terms used by teachers in both groups.

Between two groups of teachers, there were 13 terms recorded in response to the "vocabulary" category of the Question 1 as indicated in Table 7. We thought that several observations deserve a further discussion. First, most frequently used term among the U.S. teachers was "division" (6 frequency counts) whereas "reciprocal" (7 counts) and "multiplicative inverse" (6 counts) were the most frequently used terms by Russian teachers. This result may suggest that the U.S. teachers focused on the operation in general (e.g. division) whereas Russian teachers emphasized the operation specific to the division of fractions (e.g. reciprocal, multiplicative inverse). We also noticed that Russian teachers were using the terms reciprocal and multiplicative inverse interchangeably. It may suggest that Russian teachers use these synonyms with some level of distinction. Indeed, from a mathematical perspective, the term "reciprocal" has a specific meaning: the reciprocal of *x* is *1/x*. For instance, the reciprocal of 2 is 1/2 the same way as the reciprocal of 1/2 is 2. At the same time, the term "multiplicative inverse" is more general for the very reason that the term "inverse" means something that is opposite to something. For example, subtraction is an inverse operation to addition, the same way as multiplication is an inverse operation to division. Perhaps, Russian teachers explicitly used multiplicative inverse in the context of the division of fraction to distinguish it from additive inverse.

The second observation concerns the elements of the division operation. Even though the term division as the operation was most frequently used by the U.S. teachers, none of them reported elements of this operation in their responses. Opposite to this, three Russian teachers referred to the elements of the division operation (e.g. dividend, divisor, and quotient) as an important learning objective to reinforce while studying the division of fractions.

Table 14. The frequency of vocabulary terms used by the U.S. and Russian teachers in response to Question 1

	Vocabulary terms	The U.S. teachers	Russian teachers
1.	Parts of a whole	3	3
2.	Division	6	3
3.	Numerator	1	5
4.	Denominator	3	5
5.	Reciprocal	4	7
6.	Improper fraction	1	4
7.	Mixed number	1	4
8.	Multiplication	3	4
9.	Multiplicative inverse	2	6
10.	Factor/ Product	0	3
11.	Dividend	0	3
12.	Divisor	0	3
13.	Quotient	0	3

Accurate use of mathematical terms by Russian teachers was also evident in the response to Question 2. Even though all the U.S. and Russian teachers correctly responded to this question, the way they described the rule deserved a close examination. First, we observed that despite low frequency in using terms "reciprocal" and "multiplicative inverse" in response to Question 1, the U.S. teachers recalled the term "reciprocal" more frequently (7 counts) in response to Question 2. Next observation is concerned with the use of accurate mathematical terminology: "dividend" vs. "first fraction" and "divisor" vs. "second fraction" which was statistically significant in both cases as depicted in Table 4. Third, our observation revealed a strong tendency on the part of the U.S. teachers to use the term “flip” as a sub-language for reciprocal/ multiplicative inverse with a reported chi-square value of $\chi^2=6.250$ at the significance level $p<.05$. Last but not least, we were pleased to receive the pictorial representation of fraction division performed by Kate – the U.S. teacher – in response to Question 3 using the measurement model of fraction division as depicted in Figure 1.

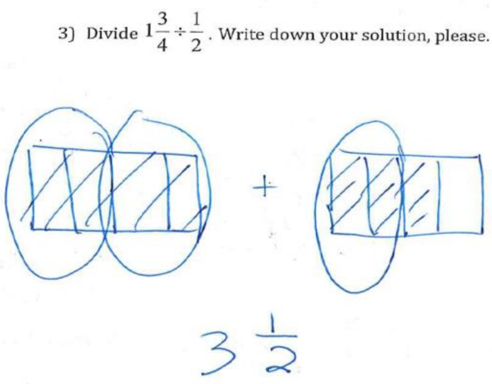


Fig. 1. Kate’s drawing to represent the given fraction division problem

It is interesting to note that, first, Kate decided to represent $1\frac{3}{4}$ as $1+\frac{3}{4}$ and, then, skillfully show how many times $\frac{1}{2}$ will go into $1\frac{3}{4}$ to obtain the quotient value of $3\frac{1}{2}$ as illustrated by the circled shaded blocks in the picture.

Teacher understanding of meaning(s) of the division of fractions

Following on the previous discussion on Kate’s visual representation of the measurement model of fraction division, we found that the measurement model was the most popular model (5 frequency counts as presented in table 5) and the only one model used by the U.S. teachers in response to Question 4 asking to construct a word problem for the given problem $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$. In contrast, Russian teachers applied all three models for the fraction division meaning proposed by Ma (1999) with the product and factors/rectangular area model being the statistically significant one with a chi-square value of $\chi^2=5.333$ at $p<.05$. Examples of word problems constructed by teachers using different models of the division of fractions are presented below:

- quotitive/measurement model: “*Students have $1\frac{3}{4}$ yards of ribbon. They plan on using the ribbon to make bows for kites. If each bow requires $\frac{1}{2}$ yard of ribbon, how many bows will they be able to make”* (the word problem constructed by the U.S. teacher Mary);

- partitive/part-t-whole model: "*Farmers collected* $1\frac{3}{4}$ *tons of grain from the field of* $\frac{1}{2}$ *hectares. How much grain they could collect from 1 hectare"* (the word problem constructed by the Russian teacher Kiril);
- rectangular area/product-and-factors model: "*The area of a rectangle is* $1\frac{3}{4}$ *cm*^{2}*. Find its length if the width is equal to* $\frac{1}{2}$ *cm"* (the word problem constructed by the Russian teacher Zina).

Teacher reasoning in the fraction division context

Analysis of teacher narratives to question 5 did not show significant differences between groups in a number of correct responses. Whereas the U.S. teachers proposed only one correct (c=d) and one partially correct solution (*a=b=c=d*), their Russian counterparts provided three correct and one partially correct solutions. An example of the solution, rated by experts as the correct one, provided by Sara is presented in Figure 2.

$$\frac{a\,d}{b\,c} = \frac{ac}{bd}$$

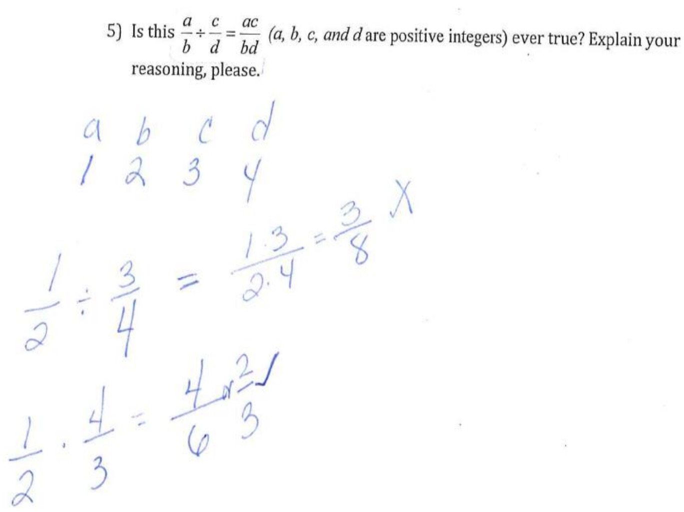
Multiply both sides by $\frac{b}{a}$

$$\frac{\cancel{b}}{\cancel{a}} \cdot \frac{\cancel{a}d}{\cancel{b}c} = \frac{\cancel{a}c}{\cancel{b}d} \cdot \frac{\cancel{b}}{\cancel{a}}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{c}{d}$$

Fig. 2. Sara's proof to Question 5

A statistically significant difference ($\chi^2=5.333$, $p<.05$) was reported with regard to a method of proof used by teachers. None of the Russian teachers attempted to prove the statement numerically compared to four U.S. teachers who tried to plug in different numbers to check if the statement works. An example of the numerical attempt to solve Question 5 is illustrated in Figure 3.


5) Is this $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ (*a, b, c, and d* are positive integers) ever true? Explain your reasoning, please.

a b c d
1 2 3 4

$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$ X

$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ✓

Fig. 3. Grace’s numerical approach to solve Question 5

Also, there was one episode of not offering any solution to Question 5 among the U.S. teachers which was not a case among Russian teachers.

CONCLUSION

In this section, we will provide concluding remarks on the main findings of the study with emphasis on its implication, limitation, triangulation, and significance.

As reported in Results section, this study confirms the differences between Russian and the U.S. lower secondary in-service teachers’ knowledge in the content domain similar to the findings reported by the TEDS-M study that was focused on pre-service teachers (Tatto & Senk, 2011). At the same time, this study expands the examination of in-service teachers’ knowledge to the cognitive domain.

IMPLICATION

Teacher preparation could be considered as the main factor contributing to the differences between Russian and the U.S. teachers’ knowledge. Overall, there is a tangible difference in secondary teacher preparation curriculum between the two countries: on average, Russia offers about 240 credit hours in teacher preparation programs compare to 120 credits in the USA. Furthermore, cross-national curriculum analysis shows that Russian teachers have more extensive content preparation compare to their American counterparts. A number of contact hours for mathematical content knowledge, as well as pedagogical content knowledge and specialized mathematics knowledge offered at selected teacher preparation programs located in the regions/ states where the study was conducted, are presented in Table 13.

Table 13. Contact hours in Mathematics related disciplines in selected teacher education programs in Russia and the United States

Country	**Mathematics Content Knowledge (Academic Mathematics)**	**Pedagogical Content Knowledge (Mathematics Pedagogy)**	**Specialized Mathematics Knowledge (School Mathematics)**
Russia	1857	278	380
United States	442	72	87

Numbers depicted in the table are compatible with the findings of the TEDS-M study (Tatto & Senk, 2011).

Close examination of the secondary teacher preparation curriculum in Russia shows more emphasis placed on an analytic and algebraic component of mathematics and less emphasis on statistic and probability component compare to the U.S. curriculum. Moreover, item analysis of standardized tests for the lower secondary schools in USA and Russia revealed the difference in selection and composition of algebra problems as well as problems related to data and chance in the test: while in Russia more emphasis is placed on algebraic problems and less emphasis on data and chance problems, in the USA – the emphasis is equally distributed among algebraic problems and data and chance problems. We observed another noticeable difference in the role of formal proof in the academic mathematics component of the teacher preparation program which could explain the difference in the reasoning domain of the teacher knowledge: traditionally, Russian curriculum places a heavy emphasis on logic and formal proof across the mathematics coursework including school mathematics whereas the U.S. curriculum uses proof in selected mathematics courses primarily in academic mathematics coursework.

LIMITATION

We are cognizant of the limitations concerning the convenient sampling technique that influences the generalizability of the study results. Moreover, there is no cluster matching between teachers participating in the study and students tested in

TIMSS. However, the study's Stage 1 main results suggest that student performance on international tests could be explained by teacher knowledge. Considering the qualitative nature of the research design employed in Stage 2, we are cognizant of the limitations of the study sampling (e.g. purposing sampling) and, congruently, we are sensitive do not overgeneralize its results as well.

TRIANGULATION

Synthesizing the main findings of the study through the triangulation lens, we report that the topic-specific level of analysis at Stage 2 helped us to unpack hidden insights in terms of differences and similarities in teacher content knowledge among participants in the U.S. and Russia obtained at Stage 1. The granualized methodology used in the study to unpack and analyze teacher topic-specific knowledge could be considered as a potential contribution to the field of cross-national studies on teacher knowledge.

SIGNIFICANCE

Overall, the study findings revealed that there are similarities and differences in teachers' content knowledge as well as its cognitive types. The results are reflected in meanings expressed and the language used by teachers while responding to topic-specific questions on the division of fractions. The results of the study suggest that in the cross-national context teachers' knowledge could vary depending on curricular as well as socio-cultural priorities placed on teaching and learning of mathematics.

The study also presents opportunities for comparing, sharing, and learning about issues in cross-national context in the U.S. and Russian teacher education, training, and development. Moreover, the reported cross-national study on teacher knowledge may inform the field on priorities placed on lower secondary mathematics teachers' knowledge in the USA and Russia by content and cognitive domains.

The study main findings contribute to a body of literature in the field of cross-national research on teacher knowledge with a narrow focus on topic-specific knowledge. It suggests close comparison and learning about issues related to teacher knowledge in the U.S. and Russia with a potential focus on re-examining practices in teacher preparation and professional development.

REFERENCES

1. *Adamson B.* International comparative studies in teaching and teacher education. Teaching and Teacher Education, 2012, 28(5), P. 641–648.

2. *An S., Kulm G., and Wu Z.* The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S. Journal of Mathematics Teacher Education, 2004, 7(2), P. 145–172.

3. *Andrews P.* Comparative studies of mathematics teachers' observable learning objectives: Validating low inference codes. Educational Studies in Mathematics, 2009, 71(2), P. 97–122.

4. *Bair S.L. and Ric B.S.* Characterizing the development of specialized mathematical content knowledge for teaching in algebraic reasoning and number theory. Mathematical Thinking and Learning, 2011, 13(4), P. 292–321.

5. *Baumert J., Kunter M., Blum W., Brunner M., Voss T., Jordan A., Klusmann U., Krauss S., Neubrand M., and Tsa Y.* Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. American Educational Research Journal, 2010, 47(1), P. 133–180.

6. *Blomeke S., Suhl U., and Kaiser G.* Teacher education effectiveness: Quality and equity of future primary teachers' mathematics and mathematics pedagogical content knowledge. Journal of Teacher Education, 2011, 62(2), P. 154–171.

7. *Blomeke S.* Content, professional preparation, and teaching methods: How diverse is teacher education across countries? Comparative Education Review, 2012, 56(4), 684–714.

8. *Blomeke S., Paine L., Houang R., Hsieh F-J., Schmidt W., Tatto M., Bankov K., Cedilllo T., Cogan L., Han S., Santillan M., and Schwille J.* Future teachers' competence to plan a lesson: first results of a six-country study on the efficiency of teacher education. ZDM, 2008, 40(5), P. 749–762.

9. *Bransford J., Brown A., and Cocking R. How People Learn*. Expanded Edition. Washington, DC: National Research Council, 2000.

10. *Cai J. and Wang T.* Conceptions of effective mathematics teaching within a cultural context: perspectives of teachers from China and the United States. Journal of Mathematics Teacher Education, 2010, 13(3), P. 265–287.

11. *Cai J., Ding M., and Wang T.* How do exemplary Chinese and U.S. mathematics teachers' view instructional coherence? Educational Studies in Mathematics, 2014, 85(2), 265–280.

12. *Chapman O.* Investigating teachers' knowledge for teaching mathematics. Journal of Mathematics Teacher Education, 2013, 16, P. 237–243.

13. *Charalambous C. and Pitta-Pantazi D.* Perspectives on priority mathematics education unpacking and understanding a complex relationship linking teacher knowledge, teaching, and learning. In Handbook of International Research in Mathematics Education, 3rd Edition. Edited by Lyn D. English and David Kirshner. New York, NY: Routledge, 2016, P. 19–59.

14. *Cronbach L.J.* Coefficient alpha and the internal structure of the tests. Psychometrica, 1951, 16, P. 297–334.

15. *Davis B. and Simmt E.* Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. Educational Studies in Mathematics, 2006, 61, P. 293–319.

16. *Delaney S., Ball D., Hill H., Schilling S., and Zopf D.* Mathematical knowledge for teaching: Adapting U.S. measures for use in Ireland. Journal of Mathematics Teacher Education, 2008, 11(3), 171–197.

17. *Ewha R., Ham S-H., and Paine L.* Knowledge expectations in mathematics teacher preparation programs in South Korea and the United States: Towards international dialogue. Journal of Teacher Education, 2011, 62(1), 48–61.

18. *Felbrich A., Kaiser G., and Schmotz C.* The cultural dimension of beliefs: An investigation of future primary teachers' epistemological beliefs concerning the nature of mathematics in 15 countries. ZDM, 2012, 44(3), P. 355–366.

19. *Ferrini-Mundy J., Floden R.E., McCrory R., Burrill G., and Sandow D. Knowledge for teaching school algebra*: Challenges in developing an analytic framework. East Lansing, MI: Michigan State University, Knowledge of Algebra for Teaching Project. 2005.

20. *Groth R.E. and Bergner J.A.* Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. Mathematical Thinking and Learning, 2006, 8(1), P. 37–63.

21. *Hemmi K. and Ryve A.* Effective mathematics teaching in Finnish and Swedish teacher education discourses. Journal of Mathematics Teacher Education, 2015, 18(6), P. 501–521.

22. *Hill H., Schilling S., and Ball D.* Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. Elementary School Journal, 2004, 105, P. 11–30.

23. *Hill H.C., Rowan B., and Ball D.L.* Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. American Educational Research Journal, 2005, 42(2), P. 371–406.

24. *Hill H., Ball D., and Schilling S.* Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. Journal for Research in Mathematics Education, 2008, 39(4), P. 372–400.

25. *Izsac A., Jacobson E., and de Araujo Z.* Measuring mathematical knowledge for teaching fractions with drawn quantities. Journal for Research in Mathematics Education, 2012, 43(4), P. 391–427.

26. *Kleickmann T., Richter D., Kunter M., Elsner J., Besser M., Krauss S., and Baumert J.* Teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge: The role of structural differences in teacher education. Journal of Teacher Education, 2013, 64(1), P. 90–106.

27. *Kvale S. and Brinkmann S.* InterViews: Learning the Craft of Qualitative Research Interviewing. 2nd ed. Los Angeles: CA: Sage, 2009.

28. *LeTendre G.* Cross-national studies and the analysis of comparative qualitative research. In Steiner-Khamsi G., Torney-Purta J., and Schwille J. (ed.) New paradigms and recurring paradoxes in education for citizenship: An international comparison (International Perspectives on Education and Society, Volume 5). Emerald Group Publishing Limited, 2002, P. 239–277.

29. *Ma L.* Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1999.

30. *Marshall J. and Sorto A.* The effects of teacher mathematics knowledge and pedagogy on student achievement in rural Guatemala. International Review of Education, 2012, 58(2), P. 173–197.

31. *Mccrory R., Floden R, Ferrini-Mundy J., Reckase M., and Senk S.* Knowledge of algebra for teaching: A framework of knowledge and practices. Journal for Research in Mathematics Education, 2012, 43(5), P. 584–615.

32. *Monk D. and Rice J.* Multilevel teacher resource effects on pupil performance in secondary mathematics and science: The case of teacher subject-matter preparation. In R.G. Ehrenberg (Ed.), Choices and consequences: Contemporary policy issues in education. Ithaca, NY: ILR Press, 1994, P. 29–58.

33. *Mullis I.V.S., Martin M.O., Foy P., and Hooper M.* TIMSS 2015 International Results in Mathematics. Retrieved from. 2016. URL: http://timssandpirls.bc.edu/ timss2015/international-results/.

34. *Murphy C.* The role of subject knowledge in primary prospective teachers' approaches to teaching the topic of area. Journal of Mathematics Teacher Education, 2012, 15(3), P. 187–206.

35. *Nason R., Chalmers C., and Yeh A.* Facilitating growth in prospective teachers' knowledge: Teaching geometry in primary schools. Journal of Mathematics Teacher Education, 2012, 15(3), P. 227–249.

36. *Ng S. and Rao N.* Chinese number words, culture, and mathematics learning. Review of Educational Research, 2010, 80(2), P. 180–206.

37. *Robitaille D.F. and Travers K.J.* International studies of achievement in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), Handbook of mathematics teaching and learning. New York: Macmillan Publishing Company, 1992,P. 687–709.

38. *Rowland T., Huckstep P., and Thwaites A.* Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. Journal of Mathematics Teacher Education, 2005, 8, P. 255–281.

39. *Schoenfeld A.* The complexities of assessing teacher knowledge. In Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives, 2007, 5 (2-3), P. 198–204.

40. *Senk S., Tatto M., Reckase M., Rowley G., Peck R., and Bankov K.* Knowledge of future primary teachers for teaching mathematics: an international comparative study. ZDM, 2012, 44(3), P. 307–324.

41. *Seaberg R.* Mathematics lessons from Finland and Sweden. The Mathematics Teacher, 2015, 108(8), P. 593–598.

42. *Schmidt W., Cogan L., and Houang R.* The role of opportunity to learn in teacher preparation: An international context. Journal of Teacher Education, 2011, 62(2), P. 138–153.

43. *Shulman L.* Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 1986, 15(2), P. 4–14.

44. *Sorto M., Marshall J., Luschel T., and Carnoy M.* Teacher knowledge and teaching in Panama and Costa Rica: A comparative study in primary and secondary education. Revista Latinoamerica de Investigacion en Matematica Educativa, 2009, 12(2), P. 251–290.

45. *Stein M., Smith M., Henningsen M., and Silver E.* Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. Foreword by Deborah Ball. New York, NY: Teachers College Press, 2000.

46. *Steinberg T., Haymore J., and Marks R.* Teacher's knowledge and structuring content in mathematics. Paper presented at the Annual meeting of American Educational Research Association, Chicago, 1985.

47. *Stigler J.W. and Perry M.* Cross-cultural studies of mathematics teaching and learning: Recent finding and new directions. In D. Grouws and T. Cooney (Eds.), Effective mathematics teaching directions. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1988, P. 194–223.

48. *Tashakkori A. and Teddlie C.* Handbook of Mixed Methods in Social and Behavioral Research. Thousand Oaks, CA: Sage, 2003.

49. *Tatto M. and Senk S.* The mathematics education of future primary and secondary teachers: Methods and findings from the Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M), Journal of Teacher Education, 2011, 62 (2), P. 121–137

50. *Tatto M.T.* (Ed.). The Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries. Technical report. Amsterdam: IEA, 2013.

51. *Tchoshanov M.A.* Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. Educational Studies in Mathematics, 2011, 76(2), P. 141–164.

52. *Tchoshanov M., Cruz Quinones M., Shakirova K., Ibragimova E., and Shakirova L.* Analyzing connections between teacher and student topic-specific knowledge

of lower secondary mathematics. Journal of Mathematical Behavior, 2017, 47, P. 54–69.

53. *Tchoshanov M., Cruz Quinones M., Shakirova K., Ibragimova E., and Shakirova L.* Examination of lower secondary mathematics teachers' content knowledge and its connection to students' performance. International Journal of Science and Mathematics Education, 2017, 15(4), P. 683–702.

54. *Wagner S., Lee H., and Ozgun-Koca S.* A comparative study of the United States, Turkey, and Korea: Attitudes and beliefs of preservice mathematics teachers towards mathematics, teaching mathematics, and their teacher preparation programs. Proceedings of the Annual Meeting of Association of Mathematics Teacher Educators. Chicago, IL, 1999.

55. *Wang J. and Lin E*. Comparative studies on the U.S. and Chinese mathematics learning and the implications for standards-based mathematics teaching reform. Educational Researcher, 2005, 34(5), P. 3–13.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ЧОШАНОВ Мурат Аширович – доктор педагогических наук, профессор кафедр высшей математики и подготовки учителя Техасского университета в г. Эль Пасо, США.

Mourat TCHOSHANOV – departments of Mathematical Sciences and Teacher Education, University of Texas at El Paso, TX, USA.

email: mouratt@utep.edu

Материал поступил в редакцию 20 августа 2019 года

УДК 372.8

FROM MISTAKES, WE LEARN: TEACHERS` POSITIONAL FRAMING TOWARD ERRORS IN MATHEMATICAL CLASSROOMS

Mariana Alvidrez

University of Texas at El Paso, USA

malvidrez2@miners.utep.edu

Abstract

The productive status of errors is discussed in Mexico and the US mathematics education reforms. However, teachers' positionings toward mistakes may or may not converge with this productive status. For that reason, reflecting on teachers' positioning during the teaching and learning process is crucial (Stooksberry et al., 2009). This study examines teachers' positional framing during teacher and students' moment-to-moment interaction in the context of errors occurring in the classroom. Findings reveled two opposite error frames that teachers used to address errors in their classrooms. One of these frames provided student support for using errors as tools for their learning. On the contrary, the other provided an idea of student incapacity to cope with errors.

***Keywords**: disposition, positioning, errors*

"From mistakes, we learn" it is a well-known phrase, however, in the education context, it seems to be a contradiction. Indeed, it is in the school where mistakes are frowned upon and punished by teachers by using grades. From the student's perspective errors are perceived as sources of anxiety, shame, and stress. Fortunately, that situation is not experienced in all the mathematics classrooms; it is fair to say, that it has been gradually changing.

Using errors as learning opportunities have been pointed out as essential part of learning mathematics since they promote a deeper understanding and support students' reasoning abilities. Research addressing this new approach shows an important trend in the role of errors in teaching and learning processes as instruments that promote a deeper understanding and analysis of mathematical concepts (Borasi 1987,1994; Bray & Santagata 2014; Kramarski & Zoldan, 2008; Schleppenbach, Flevares, Sims, & Perry, 2007; Tsovaltzi et al., 2010; Zimmerman, Moylan, Hudesman, White, & Flugman, 2011).

Even though, learning from errors it is not just about addressing students 'errors, but how students' errors are addressed by their teachers what might support students' learning from their mistakes. However, notwithstanding there is wide evidence about the benefits of learning mathematics from an error positive status perspective, there are teachers that still perceiving those as learning deficiencies. In other words, teacher's positioning when a student makes a mistake become decisive for taking advantage of errors. Students' learning from mistakes depends on teachers' reactions toward them (Gojak, 2013). Hence, it can be assumed that teachers' disposition and positioning toward error in the classroom is likely to influence students' attitudes towards learning from mistakes and, therefore, their ability to do so (Steuer & Dresel, 2011; Tulis, 2013).

Understanding teachers' disposition toward mistakes become essential for examining the difference between productive and non-productive dis/position in classroom when those become active by the type of frames that teachers enact during the specific moment that a student errs. Consequently, this study addressed secondary mathematics teachers' disposition toward their own mistakes and their students' mistakes in the context of the U. S. and Mexico border.

1. THEORETICAL AND CONCEPTUAL FRAMEWORKS

The underpinnings of this study are the theoretical and contextual frameworks which were grounded in the disposition toward mathematics framework (Beyers, 2011) and Positional framing (Greeno, 2009). Beyers (2011) provides a framework to study students dis/positions toward mathematics that classifies mental processes from this tripartite approach that involves cognitive, affective, and conative elements. He states these three functions as what constitutes disposition toward mathematics. Disposition is understood as the core of the dis/position reciprocal relationship "dispositions are at the root of teachers' decisions to think and to act" (Schussler, 2006).

Regarding, theoretical frameworks addressing participants' positioning and how the other participants are positioned by them allows researchers to examine and analyze what people are doing on moments of action and interaction in a specific context and dynamics nature (Harré,1995; Harre & Slocum, 2003). Positioning allows scholars to examine teachers' kinds of participation according to what they say and do in their classrooms at the specific moment that mistakes emerged and are addressed or not by teachers (Wagner & Herbel-Eisenmann, 2009). Greeno offers some theoretical assumptions that allow researchers to understand, conceptualize, and frame concepts. He distinguishes two aspects of framing: epistemological and positional framing. Positional framing refers to the ways in which participants positioning themselves and the others when in the activity they are interacting in, and framing is being constructed in a particular context. In this respect, when teachers establish an act (disposition) privileging some positioning over others, they also establish who can do what.

2. METHODOLOGY

This study was conducted by using an explanatory sequential mixed methods design which is also known as sequential triangulation or integration (Morse, 1991). This type of design is composed of two phases – quantitative and qualitative (Creswell et al. 2003). Using both methods within the same project ensure a deeper understanding of the problem. The explanatory sequential design is mainly used because the quantitative results are crucial for planning the qualitative phase. In other words, the second phase, the qualitative phase of the study was built on the quantitative phase, which in turn, become connected in every part of the study.

The quantitative phase analysis provided a general overview of teachers' disposition toward errors and the qualitative phase provided an in-depth and exhaustive understanding the relationship between teachers disposition and teachers positioning in the error's episodes during class. It is important to specify that this paper focuses on the qualitative results of the study.

In the second phase, a multi-case study approach was used, with the aim of distinguishing between productive and non-productive dispositions toward mistakes across three secondary mathematics teachers. The main data sources applied here were participant observations (Musante & DeWalt, 2010) and in-depth semi-structured face-to-face interviews with the three participants. Data collection during the observations was to follow teacher's positioning during the error episodes in their classrooms. Then, fields notes were centered on teacher-student conversations, questions, commands, and statements in the moments when errors emerged. In the same way data analysis was performed by focusing on teacher's positioning and how they positioned their students at the moment of errors and how these positioning facilitated or inhibited using errors productively.

3. RESULTS

Explaining the variations between teachers positional framing when errors emerged during class was the purpose of the qualitative data collection and analysis. About the interviews, it is important to emphasize that all teachers expressed not only to understand the positive role that errors play on student mathematical learning which has been introduced and stated by math-reforms, but a personal commitment to use their students errors as tools for learning. All the teachers provide enough information to stablished that they appreciate errors as tools for learning from a cognitive perspective. Although, during the error episodes that took place in the classroom moment-to-moment interaction some of them remained entangled and replicating errors as deficiencies of learning frames. Then, during class observations, what previously was expressed by teachers about errors, was not aligned with some of their teaching practices. Hence, I was focused on how teachers framed their own mistakes and their students' mistakes, with the aim of knowing how teachers' disposition was reflected when errors emerged.

The way that teachers framed errors and how they positioned themselves and their students was interpreted by contextualizing them according to errors as resources to learn and errors as learning deficiencies; these two opposite error mathematics education paradigms that have been led all around the world by mathematics teachers though all levels of education and have been well documented by researchers, as well. In this way, teacher error handling practices did not approach from a deficit perspective by underestimating the efforts that teachers made for accomplishing reform requirements and minimizing the challenges that teachers face in their attempt to transform their practice.

Consequently, teachers framing were examined in the light of the paradigm that stresses error importance from a remediation perspective, from error pattern diagnosis (e.g., Ayres, 2001; Brousseau, 2006; Del Puerto, Minnaard, & Seminara, 2006) and the paradigm that supports the idea of treating errors as tools that promote student mathematical deeper understanding and create learning opportunities (Borasi, 1987/1994; Booth, Lange, Koedinger, & Newton, 2013; Bray & Santagata 2014; Schleppenbach, Flevares, Sims, & Perry, 2007; Tsovaltzi et al., 2010; Tulis, 2013; Zimmerman, Moylan, Hudesman, White, & Flugman, 2011).

The error handling practices that were identified for each of the three teachers were used for generating a matrix of frames (Table 1.1). Those practices are displayed as bulleted items.

Table 1.1. Ways of framing errors

WAYS IN WHICH TEACHER COMMUNICATE THEIR ACTIVE DISPOSITIONS TOWARD MISTAKES	
Errors as resources to learn Frame	**Errors as deficiencies of learning Frame**
Understanding and analyzing mistakes, develop a critical thinking built-in error. Ability of capitalizing errors. • Instructional strategies and activities involve error's analysis • Errors are addressed as a planned activity • Teacher communicates and anticipates errors • Teacher differentiates between different types of mistakes • Systematic connection between error analysis and learning	*Understanding errors as learning deficiency. Using errors for diagnosing or remediate learning problems.* • Focusing on correctness as established activity • Personalizing mistakes by isolating them for the rest of the group • Teacher corrects errors by him/herself • Teacher avoids and prevents errors • Discussing solution errors to routine problems • Explicitly valorizing speed and correctness (Louie) • Systematic connection between error and bad grades.
Flexibility and openness toward mistakes creating an error-friendly belief.	*Reluctance toward mistakes creating an error-discomforting belief*

• Teacher discusses mistakes openly • Explicitly states errors usefulness on learning • Discussion of errors as part of the socio-mathematical norms	• Teacher covers up mistakes • Set errors as the result of lack of ability and practice • Focusing discussions exclusively on answers (Louie)
WAYS IN WHICH STUDENTS ARE EXPECTED TO PARTICIPATE	
Teacher position their student as capable of coping with errors. Students as competent and qualified to handle their error analysis process by themselves **Frame**	**Teacher position their students as not capable of coping with errors** **Frame**
Student as capable of producing mathematical ideas from the analysis of their mistakes • Students are encouraged to seek and value alternative ways of the error analysis process • Students show initiative • Students are involved in the error correction process	*Students as receivers of mathematical ideas in regard to the correction of their mistakes* • Students passive wait for teacher and/or peer correction of their mistakes • Students see their mistakes as flaws of their ability to learn mathematics
Student as capable of succeeding again before having experienced failure or having made a mistake • Students rely on others to correct a mistake through discussion • Students being confident and seeing as valuable discussing and getting agreements when they are working with others.	*Students as vulnerable participants or/and not capable before having experienced failure or have made a mistake* • Students reluctance to communicate their mistakes

This matrix encompasses the different ways that the participants positioned themselves and their students at the moment that errors arose by framing them as tools or as deficiencies for learning. Besides, how these teachers expected their students to participate by positioning them as capable to cope with their own and their peer's mistakes or as weak pieces of the learning context due to their mistakes, from which they should stay away.

Become evident that, despite teacher's understanding of mathematical reform that proposes a new status for errors in student math learning and their understanding and commitment to using errors productively in their classrooms which were expressed during their interviews, their attempts to apply teaching strategies that incorporate error analysis, at times evidenced a tension between the two opposite error paradigms. Furthermore, without consistent, deliberate attention to teacher framing, much of some of the participant’s teaching practices had the unintentional and inadvertent effect of perpetuating correctness as a paramount (Louie, 2017). This case provided an example to the difficulties that teachers face when error positive status is emphasized at a reform level.

4. CONCLUSION

Two opposite error frames that teachers used to address errors in their classrooms were identified. One of these frames provided student a clear idea of using errors as tools for their learning. The other, instead, provided an idea of student learning deficiency, lack of knowledge resulting on erring. For using errors as learning tools, it should become crucial that teachers see all their students as capable to learn and not evaluate their mathematical ability according to the number of errors that they make or the speediness to solve a problem correctly. Mathematics teachers need to divest of their narrow understanding of mathematical ability that gives rise to a non-productive disposition toward mistakes. A narrow understanding of the mathematical ability that leads to making a difference between those students that make mistakes and those who are commonly correct. Those conceptions conduct teachers to avoid using errors as springboards for learning opportunities.

REFERENCES

1. *Ayres P.L.* Systematic mathematical errors and cognitive load. Contemporary Educational Psychology, 2001, 26(2), P. 227–248.

2. *Beyers J.* Student dispositions with respect to mathematics: What current literature says. Motivation and disposition: Pathways to learning mathematics, 2011, P. 69–79.

3. *Booth J.L., Lange K.E., Koedinger K.R., and Newton K.J.* Using example problems to improve student learning in algebra: Differentiating between correct and incorrect examples. Learning and Instruction, 2013, 25, P. 24–34.

4. *Borasi R.* Exploring mathematics through the analysis of errors. For the Learning of Mathematics, 1987, 7(3), P. 2–8.

5. *Borasi R.* Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment. Journal for Research in Mathematics Education, 1994, P. 166–208.

6. *Brousseau G.* Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990, 2006, Vol. 19. Springer Science & Business Media.

7. *Creswell J.W., Plano Clark V.L., Gutmann M.L., and Hanson W.E.* Advanced mixed methods research designs. Handbook of mixed methods in social and behavioral research, 2003, 209, P. 240.

8. *Del Puerto S.M., Minnaard C., and Seminara S.A.* Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación, 2006, 4, P. 38.

9. *Gojak L.M.* The power of a good mistake. NCTM Summing Up, 2013, http://www. nctm. org/about/content. aspx.

10. *Greeno J.G.* A theory bite on contextualizing, framing, and positioning: A companion to Son and Goldstone. Cognition and Instruction, 2009, 27(3), P. 269–275.

11. *Hammer D., Elby A., Scherr R.E., and Redish E.F.* Resources, framing, and transfer. Transfer of learning from a modern multidisciplinary perspective, 2005, 89.

12. *Harré R.* The discursive turn in social psychology. The handbook of discourse analysis, 2001, P. 688–706.

13. *Harré R. and Slocum N.* Disputes as complex social events on the uses of positioning theory. Common Knowledge, 2003, 9(1), P. 100–118.

14. *Morse J.M.* Approaches to qualitative-quantitative methodological triangulation. Nursing Research, 1991, 40(2), P. 120–123.

15. *Santagata R. and Bray W.* Professional development processes that promote teacher change: the case of a video-based program focused on leveraging students' mathematical errors. Professional Development in Education, 2016, 42(4), P. 547–568.

16. *Schleppenbach M., Flevares L.M., Sims L.M., and Perry M.* Teachers' responses to student mistakes in Chinese and US mathematics classrooms. The Elementary School Journal, 2007, 108(2), P. 131–147.

17. *Steuer G., Rosentritt-Brunn G., and Dresel M.* Dealing with errors in mathematics classrooms: Structure and relevance of perceived error climate. Contemporary Educational Psychology, 2013, 38(3), P. 196–210.

18. *Stooksberry L.M., Schussler D.L., and Bercaw L.A.* Conceptualizing dispositions: Intellectual, cultural, and moral domains of teaching. Teachers and Teaching: theory and practice, 2009, 15(6), 719–736.

19. *Tulis M.* Error management behavior in classrooms: Teachers' responses to student mistakes. Teaching and Teacher Education, 2013, 33, P. 56–68.

20. *Zimmerman B.J., Moylan A., Hudesman J., White N., and Flugman B.* Enhancing self-reflection and mathematics achievement of at-risk urban technical college students. Psychological Test and Assessment Modeling, 2011, 53(1), P. 141–160.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Mariana ALVIDREZ – University of Texas at El Paso, USA.

e-mail: malvidrez2@miners.utep.edu

Материал поступил в редакцию 19 августа 2019 года

УДК 372.851

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

И.А. Аввакумова[1], Н.В. Дударева[2]

Уральский государственный педагогический университет, Екатеринбург

[1] avvaia@mail.ru, [2] udareva-geom@yandex.ru

Аннотация

Статья посвящена одной из актуальных проблем современного математического образования – формированию учебно-исследовательских умений у обучающихся в процессе решения задач в предметной области «Математика». Описаны уровни сформированности учебно-исследовательских умений обучающихся на основе совокупности критериев, выделенных Н.А. Меньшиковой. Показано, что для формирования учебно-исследовательских умений (УИУ) обучающихся целесообразно использовать блоки взаимосвязанных учебно-исследовательских задач, которые позволяют обучающимся с низким уровнем сформированности УИУ участвовать в решении задач более высокого уровня сложности.

Ключевые слова*: учебно-исследовательские умения, критерии сформированности учебно-исследовательских умений, учебно-исследовательская задача.*

В настоящее время одним из приоритетных направлений национального проекта «Образование» является подготовка обучающихся к будущей профессиональной деятельности в современном обществе, способных к постановке целей и решению необходимых задач. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования ориентирует на становление личностных характеристик выпускника, в числе которых прописано владение обучающимися поисково-исследовательской деятельностью.

Основной задачей учителя является поиск методов и средств, способствующих вовлечению обучающихся в различные виды деятельности, включая исследовательскую. Математика, за счет своего содержания, является одним из предметов, создающих благоприятные условия для вовлечения обучающихся в учебно-исследовательскую деятельность. По мнению В.А. Далингера [6, С. 64], «учебно-исследовательская деятельность — это специально организованная учебная деятельность под руководством педагога, направленная на исследование различных объектов с соблюдением процедур и этапов, близких научному исследованию, но адаптированных к уровню познавательных возможностей школьников».

Одним из необходимых условий успешности исследовательской деятельности является сформированность у обучающихся исследовательских умений. Так как формирование исследовательских умений рассматривается в процессе обучения, то целесообразно говорить об учебно-исследовательских умениях. Согласно И.А. Мельничук [8], «учебно-исследовательские умения (УИУ) – это личностный опыт, выражающийся в готовности и способности субъекта выполнять операции, составляющие исследовательскую деятельность, формируемые посредством специальных упражнений и характеризующиеся наличием цели, способов деятельности и условий ее выполнения, интеллектуальным, сознательным характером, а также синтетичностью, позволяющей применять их в различных ситуациях».

Учебно-исследовательские умения представляют собой группу, которая объединяет в себе умения, необходимые для самостоятельной исследовательской деятельности. Проведенный анализ различных толкований структуры учебных исследовательских умений говорит о разном содержании, которое вкладывают авторы различных областей знаний в данное понятие. Возьмем за основу классификацию учебно-исследовательских умений с учетом специфики предметной области «Математика», приведенную в [1], дополнив и расширив ее с учетом специфики современных требований:

- умение выделять элементы задачи (выявление информации, имеющейся в явном виде);
- умение устанавливать связи между элементами задачи (выявление структурных связей и отношений);

- умение перевести задачи на математический язык (составление математической модели для данной ситуации);
- умение построить алгоритм решения задачи (составление развернутого плана решения);
- умение обобщать и находить закономерности;
- умение осуществлять контроль в ходе работы (доказательство того, что результат удовлетворяет требованиям задачи);
- умение рассуждать и делать выводы;
- умение устанавливать связи между искомыми и известными элементами, которые, в конечном счете, и приводят к решению задачи (не простое воспроизведение знаний, а анализ уже выделенных свойств, приводящий к решению задачи);
- умение осуществлять поиск недостающей информации с использованием различных источников;
- умение находить различные способы решения задачи и определять наиболее рациональный из них;
- умение объяснять, доказывать и защищать свои идеи;
- умение прогнозировать конечный результат (владение математической интуицией);
- умение осуществлять перенос в видоизмененную или новую ситуацию
- умение устанавливать внутрипредметные и межпредметные связи изучаемых понятий;
- умение рассматривать все возможные случаи расположения данных объектов относительно друг друга.

Эффективность обучения учеников в широком смысле определяется по качеству достигаемого ими результата. В данном случае этим результатом является сформированность учебно-исследовательских умений, необходимых обучающимся основной школы для выполнения исследовательской деятельности при изучении математики. Опишем уровни сформированности учебно-исследовательских умений обучающихся (таблица 1), опираясь на совокупность критериев, выделенных Н.А. Меньшиковой [10]:

- интерес к исследовательской деятельности (отношение к исследовательской деятельности, инициативность в исследовательской деятельности);
- знания по теории исследовательской деятельности (их полнота, прочность и качество);
- творческая активность;
- правильность выполнения действий (количество правильно выполненных задач в домашнем задании, этапов отчета по лабораторной работе, этапов исследовательского задания);
- качество выполнения действий (их осознанность, системность, полнота).

Таблица 1. Уровни сформированности учебно-исследовательских умений обучающихся

Уровни сформированности УИУ	Критерии сформированности учебно-исследовательских умений
Низкий уровень	1. *Интерес к исследовательской деятельности:* интерес обучающихся непостоянен, различные факторы окружающей среды легко могут отвлечь ученика от самостоятельной исследовательской деятельности; не стремятся овладеть учебно-исследовательскими умениями; для устранения ошибок в выполненных заданиях ученикам требуется дополнительная мотивация. 2. *Знания по теории исследовательской деятельности:* ученики владеют не связанными между собой теоретическими знаниями об исследовательской деятельности, знания поверхностны и применяются лишь по усвоенному ранее образцу; не понимают внутреннее строение выполняемой работы, не знают структуру исследовательской деятельности. 3. *Творческая активность:* не проявляют творческую активность; способны воспроизвести решение, опираясь на предложенный образец. 4. *Количественная оценка результата:* количество пра-

	вильно выполненных заданий составляет от 33% до 50% от общего количества действий. 5. *Качество выполнения действий:* обучающиеся выполняют лишь часть операций, не соблюдая порядок действий, при этом допуская значительное количество ошибок.
Средний уровень	1. *Интерес к исследовательской деятельности:* ученики достаточно активны, осознают важность использования ИУ в учебной деятельности, но направляют недостаточно усилий на усвоение недостающих знаний по теории исследовательской деятельности и учебно-исследовательских умений, не проявляют интереса к исследовательской деятельности. 2. *Знания по теории исследовательской деятельности:* ученики владеют теоретическими знаниями об исследовательской деятельности, но эти знания недостаточно полные и несистематизированные; осознают важность и необходимость таких знаний; умеют самостоятельно применять эти знания, но испытывают трудности в применении знаний в новой ситуации; последовательность выполнения операция не всегда обоснована, некоторые необходимые операции не используются. 3. *Творческая активность:* творчески относятся к решению учебных задач, проявляют воображение; способны комбинировать ранее известные методы. 4. *Количественная оценка результата:* количество правильно выполненных заданий составляет от 51% до 75% от общего количества действий. 5. *Качество выполнения действий:* ученики осознанно выполняют действия, часто правильно применяют знания к решению расчетных и исследовательских заданий, но не способны осуществлять нестандартные решения; решения не всегда рациональны и экономичны.

Высокий уровень	1. *Интерес к исследовательской деятельности:* ученики демонстрируют стабильную заинтересованность к исследовательской деятельности; мотивация к исследовательской деятельности не зависит от обстановки, наблюдается стойкое стремление добиться желаемого результата; осознают важность и необходимость исследовательской деятельности в учебной и будущей профессиональной деятельности. 2. *Знания по теории исследовательской деятельности:* ученики владеют теоретическими знаниями об исследовательской деятельности, умеют самостоятельно применять эти знания в новой ситуации. 3. *Творческая активность:* проявляют творческую активность при решении проблемных задач; осознают смысл и цели работы; способны предвидеть последствия принимаемых решений, обладают умением мысленного экспериментирования, проявляют максимум самостоятельности в суждениях. 4. *Количественная оценка результата:* количество правильно выполненных заданий составляет от 76% до 100% от общего количества действий. 5. *Качество выполнения действий:* последовательность выполнения операций всегда обоснована; часто прослеживается наличие нестандартного решения.

Большинство ученых считает, что начинать формирование учебно-исследовательских умений необходимо в начальной школе (А.Н. Поддъяков, Н.Ф. Талызина) или даже в дошкольных образовательных учреждениях (А.И. Савенков, Н.В. Матяш) [7]. Естественно, дети дошкольного возраста не готовы к проведению полноценного самостоятельного исследования, но осуществление пропедевтической работы в этом направлении необходимо. Часто исследовательские задания для дошкольников, обучающихся 1–6 классов носят исторический или игровой характер [4].

Начиная с 7 класса, начинается полноценный процесс формирования УИУ, что обусловлено началом систематического изучения курсов алгебры, геометрии, физики, химии. У учащихся идет активный процесс формирования математических умений, значит, у них больше возможностей для проведения полноценного учебного математического исследования.

Одним из средств формирования исследовательских умений в процессе обучения математике является учебно-исследовательская задача [5].На основе анализа литературы [2], [3], [10], [12], [13] под учебно-исследовательской задачей будем понимать творческую задачу, направленную на получение учащимися нового знания и способа деятельности, развитие у школьников воображения, системного и критического мышления, активизацию творческого потенциала личности, а также на подготовку обучающегося к выполнению самостоятельного исследования на основе полученных знаний, умений и навыков. Процесс решения учебно-исследовательской задачи состоит, согласно [5], из следующих этапов: постановка проблемы, сбор фактического материала, систематизация и анализ полученных результатов, выдвижение предположения, проверка предположения, доказательство истинности предположения, вывод.

Сопоставление УИУ с деятельностным содержанием этапов решения учебно-исследовательской задачи позволило сформулировать вывод о том, что учебно-исследовательские задачи могут являться средством формирования учебно-исследовательских умений [1].

Анализ методической литературы по проблеме исследований показал, что более полно формирование УИУ обучающихся может быть описано на основе решения алгебраических учебно-исследовательских задач, возможности использования геометрического содержания описаны недостаточно.

На основе вышеизложенного приведем примеры взаимосвязанных учебно-исследовательских задач по геометрии для учащихся 9-го класса с различными уровнями сформированности учебно-исследовательских умений по теме «Окружность». Для успешного решения задач среднего и высокого уровней предварительно нужно обязательно решить исследовательскую задачу низкого уровня.

Задача для учащихся с низким уровнем сформированности УИУ

Выясните все возможные случаи взаимного расположения двух окружностей относительно друг друга. Опишете критерии, характеризующие различные способы взаимного расположения окружностей в зависимости от радиусов окружностей и расстояния между центрами окружностей.

Рекомендации к решению: в результате проведенного анализа учащиеся получат 7 различных случаев взаимного расположения двух окружностей относительно друг друга.

Задача для учащихся со средним уровнем сформированности УИУ

Окружности радиусов 5 и 7 с центрами в точках *O* и *Q* соответственно касаются друг друга в точке *A*. Прямая, проходящая через точку *A*, вторично пересекает меньшую окружность в точке *B*, а большую окружность – в точке *C*. Найдите площадь треугольника *BC*Q, если угол *ABO* равен 30^0.

Рекомендации к решению: рассмотреть случаи касания окружностей внешним и внутренним образами.

Задача для учащихся с высоким уровнем сформированности УИУ

Найдите, при каких значениях параметра *a* система уравнений

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y+3a)^2=25, \\ x^2+y^2+4ax-2ay+4a^2+6a-9=0 \end{cases}$$

а) имеет одно решение; б) имеет два решения; в) не имеет решений.

Рекомендации к решению: Выделить во втором уравнении системы полные квадраты и получить уравнения окружностей, затем применить критерии взаимного расположения окружностей.

Использование блоков взаимосвязанных задач в процессе формирования УИУ обучающихся, с нашей точки зрения, позволит обучающимся с низким уровнем сформированности УИУ участвовать в решении задач более высокого уровня сложности, что будет способствовать более успешному формированию у них УИУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аввакумова И.А., Семенова И.Н., Соловьева Ю.А.* К вопросу о формировании исследовательских умений у школьников в процессе обучения математике // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информаци-

онных технологий: межвузовский сборник научных работ. Урал. гос. пед. ун-т, Екатеринбург: 2018, С. 111–114.

2. *Аввакумова И.А., Дударева Н.В.* Формирование профессиональной готовности будущего учителя математики к организации учебно-исследовательской и проектной деятельности // Педагогическое образование в России. 2016, №7, С. 113–119.

3. *Андреев В.И.* Эвристическое программирование учебно-исследовательский деятельности. М.: Высшая школа, 1981. 240 с.

4. *Баранова Е.В.* Методические основы использования учебных исследований при обучении геометрии в основной школе: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. Саранск, 1999, 163 с.

5. *Гайдамак И.В., Панарина С.Н., Сапожникова А.В., Яковлева Н.Л.* Уровни исследовательских задач и последовательности их предъявления в учебном процессе для развития исследовательской компетентности студентов // Современные проблемы науки и образования. 2016, № 6. URL: http://science-education.ru/ru/article/view?id=25688.

6. *Далингер В.А.* Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: Учебное пособие. Омск: ОмГПУ, 2005. 457 с.

7. *Залуцкая Г.Ф.* Формирование исследовательских умений обучающихся как одно из условий профессиональной подготовки будущих специалистов // Молодой ученый, 2016, № 10, С. 1222–1226.

8. *Мельничук И. А.* Исследовательская деятельность младших школьников. Брест: БрГУ имени А.С. Пушкина, 2011, 87 с.

9. *Мендыгалиева А.К.* Формирование исследовательских умений у младших школьников на уроках математики // Actualscience. 2015, № 1, С. 30–31.

10. *Меньшикова Н.А.* Учебно-исследовательская математическая деятельность в средней школе как фактор приобщения к будущей научной работе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. Ярославль, 2003, 176 с.

11. *Сгибнев В.И.* Исследовательские задачи для начинающих. М.: МЦНМО, 2015, 136 с.

12. *Таранова М.В.* Учебно-исследовательская деятельность как фактор повышения эффективности обучения математике учащихся профильных классов: дис. ... канд. пед. наук наук: 13.00.02. Новосибирск, 2003, 190 с.

13. *Шашенкова Е.А.* Исследовательская деятельность в условиях многоуровневого обучения. М.: АПК и ППРО, 2005, 132 с.

EDUCATIONAL RESEARCH PROBLEMS AS A MEANS OF FORMING EDUCATIONAL RESEARCH ABILITIES STUDYING IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS

Irina Avvakumova[1], Natalia Dudareva[2]

Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg

[1] avvaia@mail.ru, [2] udareva-geom@yandex.ru

Abstract

The article is devoted to one of the urgent problems of modern mathematical education: the formation of educational and research skills of students in the process of solving problems in the subject area “Mathematics”. The levels of formation of educational and research skills of students are described, based on a set of criteria identified by N.A. Menshikova. It is shown that for the formation of educational and research skills of students it is advisable to use blocks of interrelated educational and research tasks that allow students with a low level of formation of educational institutions to participate in solving problems of a higher level of complexity.

Keywords*: educational research skills, criteria for the formation of educational research skills, educational research task*

REFERENCES

1. *Avvakumova I.A., Semenova I.N., Solov'eva YU.A.* K voprosu o formirovanii issledovatel'skih umenij u shkol'nikov v processe obucheniya matematike // Aktual'nye voprosy prepodavaniya matematiki, informatiki i informacionnyh tekhnologij: mezhvuzovskij sbornik nauchnyh rabot. Ural. gos. ped. un-t., Ekaterinburg: 2018, S. 111–114.

2. *Avvakumova I.A., Dudareva N.V.* Formirovanie professional'noj gotovnosti budushchego uchitelya matematiki k organizacii uchebno-issledovatel'skoj i proektnoj deyatel'nosti // Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii. 2016, No 7, S. 113–119.

3. *Andreev V.I.* Evristicheskoe programmirovanie uchebno-issledovatel'skij deyatel'nosti. M.: Vysshaya shkola, 1981, 240 s.

4. *Baranova E.V.* Metodicheskie osnovy ispol'zovaniya uchebnyh issledovanij pri obuchenii geometrii v osnovnoj shkole: dis. … kand. ped. nauk: 13.00.02. Saransk, 1999, 163 s.

5. *Gajdamak I.V., Panarina S.N., Sapozhnikova A.V., Yakovleva N.L.* Urovni issledovatel'skih zadach i posledovatel'nosti ih pred'yavleniya v uchebnom processe dlya razvitiya issledovatel'skoj kompetentnosti studentov // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2016, No 6. URL: http://science-education.ru/ru/article/view?id=25688.

6. *Dalinger V.A.* Poiskovo-issledovatel'skaya deyatel'nost' uchashchihsya po matematike: Uchebnoe posobie. Omsk: OmGPU, 2005, 457 s.

7. *Zaluckaya G.F.* Formirovanie issledovatel'skih umenij obuchayushchihsya kak odno iz uslovij professional'noj podgotovki budushchih specialistov // Molodoj uchenyj. 2016, No 10, S. 1222–1226.

8. *Mel'nichuk I. A.* Issledovatel'skaya deyatel'nost' mladshih shkol'nikov. Brest: BrGU imeni A.S. Pushkina, 2011, 87 s.

9. *Mendygalieva A.K.* Formirovanie issledovatel'skih umenij u mladshih shkol'nikov na urokah matematiki // Actualscience. 2015, No 1, S. 30–31.

10. *Men'shikova N.A.* Uchebno-issledovatel'skaya matematicheskaya deyatel'nost' v srednej shkole kak faktor priobshcheniya k budushchej nauchnoj rabote: dis. ... kand. ped. nauk: 13.00.02. Yaroslavl', 2003, 176 s.

11. *Sgibnev V.I.* Issledovatel'skie zadachi dlya nachinayushchih. M.: MCNMO, 2015, 136 s.

12. *Taranova M.V.* Uchebno-issledovatel'skaya deyatel'nost' kak faktor povysheniya effektivnosti obucheniya matematike uchashchihsya profil'nyh klassov: dis. ... kand. ped. nauk nauk: 13.00.02. Novosibirsk, 2003, 190 s.

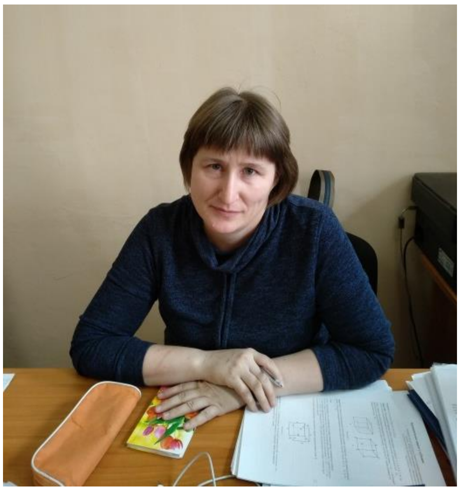
13. *Shashenkova E.A.* Issledovatel'skaya deyatel'nost' v usloviyah mnogourovnevogo obucheniya. M.: APK i PPRO, 2005, 132 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АВВАКУМОВА Ирина Александровна – кандидат педагогических наук, доцент, Уральский государственный педагогический университет, г. Екатеринбург.

Irina Alexandrovna AVVAKUMOVA, Ph.D. of Pedagogical Sciences, Associate Professor of Department of Higher mathematics and methods of teaching mathematics, Institute of Mathematics, physicists Informatics and Technologies, Ural State Pedagogical University; Yekaterinburg.

email: avvaia@mail.ru



ДУДАРЕВА Наталия Владимировна – кандидат педагогических наук, доцент, Уральский государственный педагогический университет, г. Екатеринбург.

Natalia Vladimirovna DUDAREVA, Ph.D. of Pedagogy, Associate Professor of Department of Hingher Mathematics and methods of teaching mathematics, Institute of Mathematics, physicists, Informatics and Technologies, Ural State Pedagogical University; Yekaterinburg.

email: dudareva-geom@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 13 августа 2019 года

УДК 372.851; 378.046.4

ФОРМИРОВАНИЕ КУЛЬТУРЫ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Е.Е. Алексеева

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Академия социального управления», Москва

alekseeva.ok@mail.ru

Аннотация

Статья посвящена проблеме формирования культуры мышления учащихся. Отмечено, что формирование культуры мышления учащихся взаимосвязано с процессом становления и развития метапредметных действий, а уровень сформированности познавательных умений характеризует сформированность культуры мышления учащихся. Показано решение на примере организации обучения функциональной содержательной линии, интегрированной с заданиями с параметрами.

***Ключевые слова**: культура мышления, познавательные умения, формирование, деятельность, математика, функциональная содержательная линия, задача, параметр, обучение, учащиеся, методика, интеграция, программа, повышение квалификации*

Обучение математике, базирующееся на системно-деятельностной парадигме, в соответствии с образовательными стандартами общего образования должно быть ориентировано на личностное развитие учащихся и достижение ими метапредметных и предметных результатов. В связи с этим организация обучения математике должна обеспечивать обучающихся деятельностью, способствующей формированию метапредметных результатов, знаниями и навыками, расширяющими и углубляющими понимание предмета [10; 12; 13].

Решение математических задач, соответствующих содержательным линиям школьного курса математики, – основное средство изучения предмета. Процесс решения математических задач связан с решением специальных учебно-познавательных задач (УПЗ) – особым процессом, отсутствие которого невозможно компенсировать решением математических задач, так как при выполнении этих заданий выполняемые метапредметные действия, в отличие от процесса решения математических задач, осознаются в полной мере [1–5].

В процессе обучения решению учебно-познавательных задач в единстве с обучением решению математических задач происходит формирование предметных знаний и метапредметных действий, в частности, познавательных, становящимися соответственно умениями по мере их сформированности. Процесс становления и развития метапредметных умений взаимосвязан с формированием культуры мышления учащихся.

В педагогическом словаре отмечено, что культура – совокупность достижений человечества, включающих субъективные силы и способности, а мышление – познание человеком предметов и явлений объективной действительности [8, с. 87, 115].

На основании вышесказанного под культурой мышления учащихся в обучении математике мы понимаем степень овладения учащимся приемами (предписаниями) решения учебно-познавательных и математических задач, выражающаяся в действиях, используемых при решении задач. Эти действия включают в себя, например, умения: выявления и формулирования проблемы и выбора рационального способа ее решения; построения дедуктивных умозаключений, применяя теорию к процессу решения задач; выведения следствий из компонентов задачи; поиска решения задачи и построения схемы, отражающей поиск решения и непосредственно решение задачи; построения математической модели реальной жизненной ситуации; анализа решения в целом и формулирования вывода. Эти действия входят в группу метапредметных универсальных учебных действий [4; 5]. Поэтому уровень сформированности метапредметных умений, в частности, познавательных, характеризует сформированность культуры мышления учащихся.

Какие учебно-познавательные задачи соответствуют математическим задачам разных содержательных линий школьного курса математики и способствуют формированию и развитию метапредметных умений, в частности, познавательных действий? Как использовать эти учебно-познавательные задачи в единстве с обучением решению математических задач? Какой должна быть методика становления и развития познавательных действий, ориентированная на формирование культуры мышления учащихся в обучении математике, чтобы улучшить метапредметные и предметные результаты освоения математикой?

Например, в обучении геометрии и алгебре для формирования познавательных действий могут быть использованы учебно-познавательные задания на составление геометрических и текстовых задач, схем поиска пути составления и решения геометрических и текстовых задач; задания на моделирование математических моделей реальных ситуаций [1; 3–5]. В обучении функциональной содержательной линии – задания на конструирование математических задач, составление предписаний для выполнения заданий повышенной сложности, в обучении решению текстовых задач, в частности, с экономическим содержанием – задания на составление математической модели, выявление взаимосвязи различных содержательных линий.

Методика, ориентированная на формирование культуры мышления учащихся в обучении математике, базируется на единстве формирования метапредметных умений учащихся, процесса решения учебно-познавательных и математических задач [1]. Для реализации методики в обучении математике отобраны метапредметные действия, в частности, познавательные, релевантные процессу составления геометрических и текстовых задач; выявлен их состав и выстроена иерархия; сформулированы уровневые планируемые результаты формирования познавательных умений обучения учащихся составлению геометрических и текстовых задач на основе использования текстов задачных ситуаций и разработана соответствующая система заданий; предложен способ диагностики сформированности познавательных умений; сконструированы средства выявления уровня сформированности познавательных умений и умений составления задач [3]. Для реализации методики в обучении алгебре, в частности, функциональной содержательной линии (ФСЛ), выявлены соответствующие познавательные действия, которые соотнесены с уровнями планируемых результатов обучения линии. Анализ процесса выполнения заданий ФСЛ позволил установить соответствующие познавательные действия (табл. 1).

Таблица 1. Познавательные действия, соответствующие процессу выполнения заданий функциональной содержательной линии

Познавательные действия	
ПООП ООО, ФГОС ООО [10; 12]	Соответствующие процессу выполнения заданий
Логические Смысловое чтение и извлечение необходимой информации; знаково-символические действия; построение речевых высказываний; выбор наиболее рациональных способов решения	1. Анализировать текст задания ФСЛ. 2. Осуществлять перевод текста задания ФСЛ, полученной информации о свойствах функции из одной формы записи в другую. 3. Строить дедуктивные умозаключения, применяя теорию ФСЛ. 4. Формулировать новую задачу
Логические Использование анализа и синтеза, сравнения, обобщения и абстрагирования; использование аналогии и конкретизации; выведение следствий	5. Выводить следствия из условия, используя текст учебно-познавательной или математической задачи. 6. Выводить следствия из решения. 7. Сравнивать промежуточные выводы и промежуточные условия. 8. Выводить следствия из требования текста учебно-познавательной или математической задачи. 9. Выводить следствия из обоснования, используя текст УПЗ
Постановка и решение проблем Формулирование проблемы; выдвижение гипотез; создание способов решения проблем	10. Выдвигать гипотезы. 11. Опровергать гипотезы. 12. Подтверждать гипотезы; 13. Обобщать процесс работы. 14. Исследовать учебно-познавательную и/или математическую задачи на установление их корректности

Методика, ориентированная на формирование культуры мышления учащихся, соответствует сконструированной обобщенной модели формирования метапредметных умений у учащихся в единстве с обучением решению учебно-познавательных и математических задач. В структуру обобщенной модели входят целевой, содержательный, организационно-методический и результативно-оценочный блоки. Целевой блок обобщенной модели отражает планируемые результаты формирования культуры мышления, выражающиеся в обобщенных метапредметных и предметных умениях и знаниях. Организационно-методический блок включает модели формирования метапредметных умений в единстве с обучением решению задач, соответствующих конкретной содержательной линии математики. Каждая модель, входящая в обобщенную модель, предусматривает возможность проведения коррекционно-контролирующих мероприятий. Результативно-оценочный блок обобщенной модели отражает уровни сформированности метапредметных умений, в частности, познавательных, характеризующих сформированность культуры мышления учащихся, критерии и показатели для оценки сформированности умений.

Анализ задач, соответствующих функциональной содержательной линии, позволил выявить интеграцию этой содержательной линии с линией задач с параметрами; задач с экономическим содержанием, в частности, задач на вклады и кредиты, – с арифметической и геометрической прогрессиями. Это стало основанием конкретизации планируемых познавательных действий, релевантных двум интегрированным содержательным линиям, и представлением их на репродуктивном, продуктивном и эвристическом уровнях в зависимости от деятельности, необходимой для решения учебно-познавательных и математических задач. Планируемые результаты формирования познавательных действий, конкретизированные в соответствии с содержательной линией, входят в целевой блок моделей формирования метапредметных умений в единстве с обучением решению задач, соответствующих конкретной содержательной линии математики, в частности, функциональной содержательной линии (табл. 2).

Задание, соответствующее ФСЛ, интегрированное с линией задач с параметрами, входит в содержание ОГЭ по математике (задание № 23). Анализ обобщенных результатов выполнения этого задания выпускниками (2015–2019 г.), типичных ошибок позволил выявить проблему, связанную с выполнением учащимися этого задания. Это является одним из обоснований актуальности формирования культуры мышления учащихся в обучении ФСЛ.

Таблица 2. Целевой блок модели формирования метапредметных умений в единстве с обучением функциональной содержательной линии, интегрированной с линией задач с параметрами (фрагмент)

<table>
<tr><td colspan="3">Планируемые познавательные действия релевантные функциональной содержательной линии, интегрированной с линией задач с параметрами</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ученик научится</td><td>Ученик получит возможность научиться</td></tr>
<tr><td>Репродуктивный уровень – задания базового уровня</td><td>Продуктивный уровень – задания повышенного уровня</td><td>Эвристический уровень – задания высокого, углубленного уровня</td></tr>
<tr><td colspan="2">1) Анализировать текст задачи ФСЛ, интегрированной с задачей с параметром; 2) выявлять и осуществлять перевод информации о свойствах функции из графической формы в символьную и обратно; 3) проводить доказательные рассуждения в ходе поиска решения задачи ФСЛ, интегрированной с задачей с параметром; 4) проводить доказательные рассуждения в ходе решения; 5) выводить следствия из условия, используя текст учебно-познавательной или математической задачи; 6) выводить следствия из решения; 7) сравнивать промежуточные выводы и условия; 8) формулировать новое задание</td><td>1) Выводить следствия из требования текста учебно-познавательной или математической задачи; 2) выводить следствия из обоснования, используя текст учебно-познавательной задачи или обоснование решения; 3) выдвигать гипотезы; 4) опровергать гипотезы; 5) подтверждать гипотезы; 6) обобщать процесс работы; 7) исследовать учебно-познавательную и/или математическую задачи на установление её корректности; 8) обобщать процесс работы по решению заданий ФСЛ, интегрированных с задачами с параметром; 9) составлять предписания для решения задач ФСЛ, интегрированных с задачами с параметром</td></tr>
</table>

Приведем пример поэтапного выполнения задания, соответствующего функциональной содержательной линии, интегрированного с линией задач с параметром, отразив рассуждения учащихся.

Учитель формулирует учебно-познавательную задачу: составьте предписание для выполнения заданий, аналогичных предложенному заданию, проанализировав и обобщив деятельность, выполненную при решении задания.

Учащиеся, выполняя задание, фиксируют в индивидуальных таблицах выполненную субъективную или групповую деятельность в зависимости от формы организации работы через учебные задачи и используемые познавательные действия на каждом этапе выполнения задания.

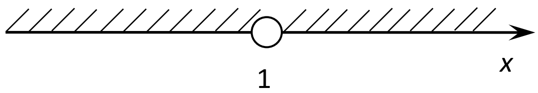
Задание (ГИА, 9 класс). Постройте график функции $y = \frac{|x^2-4x+3|}{|x-1|}$ и определите, при каких значениях *k* прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение

1 этап. **Построение графика функции** $y = \frac{|x^2-4x+3|}{|x-1|}$, $y = f(x)$.

1) *Область определения функции.*

Учащиеся. Так как $x - 1 \neq 0$, то $x \neq 1$.



$D(f)$: $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

Рисунок 1. Область определения функции

2) *Преобразование выражения* (правой части уравнения): $\frac{|x^2-4x+3|}{|x-1|}$.

Учащиеся. Так как выражение представлено дробью, то для сокращения дроби надо разложить выражение, стоящее в числителе под знаком модуля, на множители.

Так как в числителе и знаменателе дроби есть выражения, стоящие под знаком модуля, то определим значение переменной каждого выражения, при переходе через которые выражения меняют знак. Для этого приравняем выражения, стоящие под знаком модуля, к 0 и решим полученные уравнения.

а) Разложение на множители выражения, стоящего под знаком модуля в числители дроби.

$x^2 - 4x + 3 = 0$; $a = 1$, $b = -4$, $c = 3$;

$D = b^2 - 4ac, D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$;

$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = \frac{4-2}{2} = 1$, $x_2 = \frac{4+2}{2} = 3$;

$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$.

Так как при x_1=1 и x_2=3 квадратный трехчлен $x^2 - 4x + 3$ равен 0, то при переходе через эти значения переменной трехчлен меняет знак.

б) Определение значения переменной, при которой выражение, стоящее под знаком модуля в знаменателе дроби, меняет знак.

$x - 1 = 0$, то $x = 1$. С учетом $D(f)$: $x \neq 1$.

в) Определение знаков выражений, стоящих под знаком модулей.

Учащиеся. Так как в числителе и знаменателе дроби есть выражения, стоящие под знаком модуля, то для “снятия” знака модуля определим знаки этих выражений на промежутках.

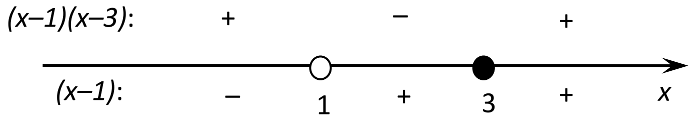


Рисунок 2. Знаки выражений, стоящих под знаками модулей

г) Запись алгебраической модели функции.

Учащиеся. Преобразуем дробь с учётом области определения функции и знаков выражений, стоящих под знаком модуля, на промежутках:

– если $x < 1$, то $\frac{|x^2-4x+3|}{|x-1|}=\frac{(x-1)(x-3)}{-(x-1)}=-(x-3) = -x + 3$;

– если $1 < x \leq 3$, то $\frac{|x^2-4x+3|}{|x-1|}=\frac{-(x-1)(x-3)}{(x-1)}=-(x-3) = -x + 3$;

– если $x > 3$, то $\frac{|x^2-4x+3|}{|x-1|}=\frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)}=(x-3) = x - 3$.

Тогда функцию запишем: $f(x) = \begin{cases} -x+3, \text{ если } x < 1, \\ -x+3, \text{ если } 1 < x \leq 3, \\ x-3, \text{ если } x > 3 \end{cases}$

3) *Построение графика функции*.

$y = -x + 3$ – линейная функция, график – прямая,

$y = x - 3$ – линейная функция, график – прямая.

Учтём область определения функции: точка (1; 2) – проколотая (рис. 3).

2 этап. Анализ. *Учащиеся*. Требуется найти все значения *k*, при которых выполняются определенные отношения между графиком функции $y = f(x)$ и прямой $y = kx$.

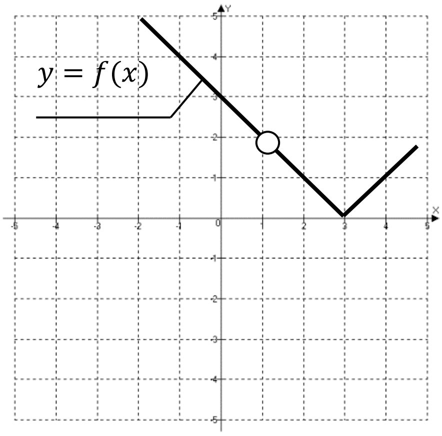


Рисунок 3

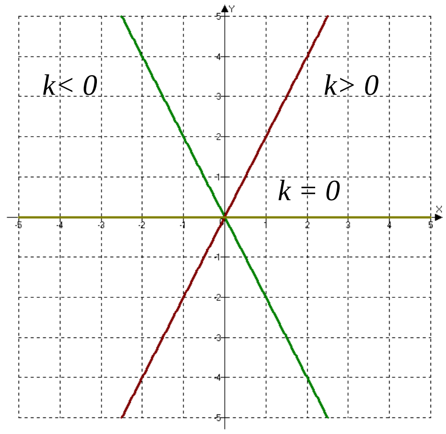


Рисунок 4

Так как функция $y = kx$ – функция прямой пропорциональности, график – прямая, проходящая через начало координат:

– если $k = 0$, то прямая совпадает с осью *Ox*;

– если $k > 0$, то функция возрастающая, острый угол между прямой и положительным направлением оси *Ox*;

– если $k < 0$, то функция убывающая, тупой угол между прямой и положительным направлением оси *Ox*.

3 этап. Проведение исследования. *Учащиеся*. Так как $y = kx$, то имеем семейство параметрических прямых, проходящих через начало координат.

Учащиеся проводят исследование, анализируя различные варианты взаимного расположения графика исходной функции и прямых $y = kx$, фиксируя результаты анализа в словесно-символьной и графической формах (рис. 5).

Тогда:

а) если $k = 0$, то прямая имеет с графиком *одну* общую точку;

б) если $0 < k < 1$, то прямая $y = kx$ имеет с исходным графиком *две* общих точек;

в) если $k = 1$, то прямая имеет с графиком *одну* общую точку;

г) если $1 < k < 2$, то прямая $y = kx$ имеет с исходным графиком *одну* общую точку;

д) если $k = 2$, то прямая $y = kx$ *не имеет* с графиком общих точек;

е) если $k > 2$, то прямая $y = kx$ имеет с графиком *одну* общую точку;

ж) если $k < -1$, то прямая $y = kx$ имеет с графиком *одну* общую точку;

з) если $k = -1$, то прямая $y = kx$ *не имеет* с графиком общих точек;

и) если $-1 < k < 0$, то прямая $y = kx$ *не имеет* с графиком общих точек.

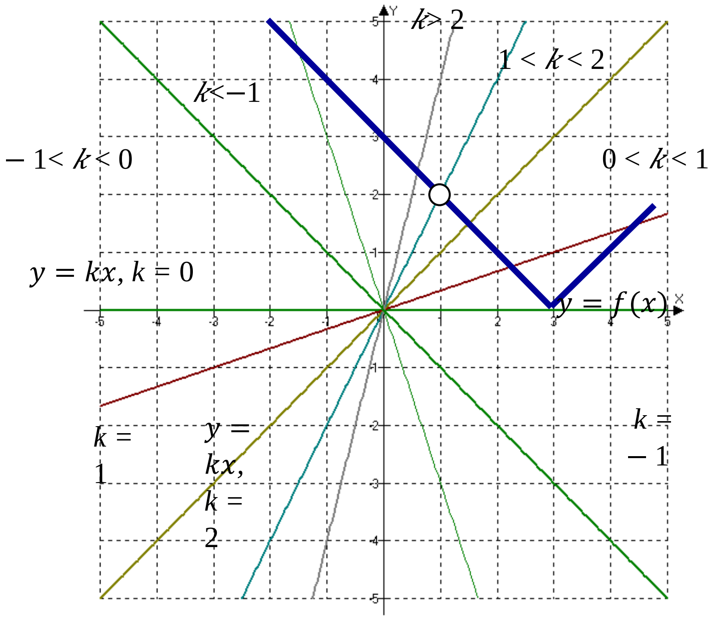


Рисунок 5

4 этап. Вывод. *Учащиеся*. Так как прямая $y = kx$ при $k = 0$, $k = 1$, $1 < k < 2$, $k > 2$, $k < -1$ имеет с графиком функции $y = f(x)$ **одну** общую точку, то при $k \in (-\infty; -1) \cup \{0\} \cup [1; 2) \cup (2; +\infty)$прямая имеет с исходным графиком одну общую точку.

Ответ: при $k \in (-\infty; -1) \cup \{0\} \cup [1; 2) \cup (2; +\infty)$прямая имеет с исходным графиком одну общую точку.

Затем учащиеся, анализируя выполненную деятельность при решении задачи, выявляют и обобщают познавательные действия, используемые на каждом этапе решения задачи, составляют предписание для решения задачи функциональной содержательной линии, интегрированной с задачей с параметром (табл. 3).

Таблица 3. Предписание задачи функциональной содержательной линии, интегрированной с задачей с параметром (фрагмент)

Учебная задача	*Познавательные действия*
1. Работа с текстом задания	
1.1) Прочесть текст задания	Анализ текста, сравнение, выделение основной и разъяснительной частей условия, требования

1.2) Перевести условие в символьную форму (при необходимости) и записать его в рубрику «Дано»	Синтез информации, структурирование текста, перевод известных компонентов с одного языка на другой
1.3) Перевести требование в символьную форму (при необходимости) и записать его в рубрику «Найти» или «Доказать»	Синтез информации, структурирование текста, перевод известных компонентов с одного языка на другой
2. Построить график функции	
2.1) Выявить область определения функции	Анализ уравнения функции с целью выявления его вида. Выявление значений переменных, при которых существует функция
2.2) Преобразовать выражение	Анализ уравнения, выявление необходимости преобразования. Выявление способа преобразования. Перевод полученной информации в алгебраическую модель функции
2.3) Построить график функции с учетом области определения	Выведение следствий из промежуточных выводов. Перевод выявленных свойств функции из алгебраической и символьной форм в графическую
3. Выполнить анализ требования	Анализ, синтез, сравнение
4. Исследовать взаимное расположение графиков	Сравнивать промежуточные выводы и промежуточные условия; строить дедуктивные умозаключения; строить смысловые высказывания; выводить следствия из решения
5. Сформулировать вывод	Формулировать выводы; аналогия; синтез; обобщение

Завершается работа над заданием оценкой качества выполненных действий, правильности последовательности выполнения действий. Эта деятельность учащихся может быть организована учителем с использованием индивидуальных таблиц деятельности и ее оценки. Приведем пример индивидуальной таблицы деятельности учащихся, выполненной при решении задания (табл. 3).

В результате сравнения и анализа учебных задач и используемых познавательных действий на каждом этапе выполнения задания, обобщения выполненной деятельности учащиеся составляют предписание для выполнения аналогичных заданий.

Таблица 4. Индивидуальная таблица «Познавательные действия, используемые на этапах выполнения задания» (фрагмент)

Этап	*Учебная задача*	*Познавательные действия*
1.Построение графика функции	Выявить область определения функции	Анализ уравнения функции с целью выявления его вида. Выявление значений переменных, при которых не существует функция (недопустимых значений)
	Преобразовать выражение	Анализ уравнения с целью выявления необходимости преобразования. Выявление способа преобразования, если оно необходимо. Перевод полученной информации в алгебраическую модель функции
	Построить график функции	Выведение следствий из промежуточных выводов. Перевод выявленных свойств функции из алгебраической и символьной форм в графическую форму

Организация обучения учащихся математике, аналогичная обучению решению задач функциональной содержательной линии, интегрированная с задачей с параметром, будет способствовать развитию метапредметных умений, в частности, познавательных действий, следовательно, формированию культуры мышления учащихся.

Такой подход к планируемым результатам обучения математике, организации деятельности учащихся требует от учителя обладания компетенциями в направлении теоретических знаний и практических умений для осуществления профессиональной деятельности, ориентированной на формирование культуры мышления учащихся. Эти компетенции являются структурными составляющими профессиональной компетентности, которая выступает условием успешной реализации требований образовательных стандартов общего образования.

В связи с необходимостью развития специальных компетенций у учителя математики разработаны программы повышения квалификации для учителей, например, «Проектирование образовательного процесса по математике в общем образовании»; «Преподавание геометрии (планиметрия) в образовательных организациях общего образования»; «Текстовые задачи в курсе математики общего образования»; «Изучение функций в курсе математики основного общего образования», реализуемых в виде адаптивных модульных электронных курсов ГБОУ ВО МО «Академия социального управления». Ассоциацией учителей и преподавателей математики Московской области (https://учителя-математики.рф) проводятся региональные научно-практические, учебно-методические семинары и вебинары. В рамках программ, вебинаров и семинаров осуществлена интеграция науки и практики обучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеева Е.Е., Боженкова Л.И. Дидактическая модель процесса обучения составлению геометрических задач // Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. Электронный научный журнал», 2016, № 2 (18), С. 239–250. URL: http://www.vestospu.ru/archive/2016/Content_2_2016.pdf.

2. Алексеева Е.Е. Построение системы уроков математики в условиях реализации концепции развития математического образования в РФ. Учебно-методический вебинар. URL: https://www.youtube.com/watch?v=aU_VtSGbF1Q&feature=youtu.be.

3. Алексеева Е.Е. Составление задач как средство развития метапредметных результатов в условиях персонализированного обучения геометрии // Современные проблемы науки и образования. 2018, № 3. URL: http://www.science-education.ru/article/view?id=27677.

4. Алексеева Е.Е. Формирование познавательных умений учащихся при освоении курса алгебры 7–9 классов // Н.И. Лобачевский и математическое образование в России: материалы Международного форума по математическому образованию, 18–22 октября 2017 г., VII Международная научно-практическая конференция «Математическое образование в школе и вузе: теория и практика» (MATHEDU–2017). Казань: Изд-во Казан.ун-та, 2017, Т. 2, С. 25–28.

5. Алексеева Е.Е. Формирование познавательных умений при обучении учащихся 7–9 классов составлению геометрических задач. Отчет о проведении НИР// Академическая научно-практическая конференция «Научно-исследовательская работа как фактор развития образовательного пространства АСОУ и Московской области», 2017. URL: https://www.youtube.com/watch?time_continue=7&v=UgPpi_B_XaI.

6. Боженкова Л.И. Интеллектуальное воспитание учащихся при обучении геометрии: Монография. Калуга: Изд-во КГПУ им. К.Э. Циолковского, 2007, 281 с.

7. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре. М: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016, 240 с.

8. Новиков А.М. Педагогика: словарь системы основных понятий. М.: Издательский центр ИЭТ, 2013, 268 с.

9. Концепция развития математического образования / Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р.

10. Примерная основная образовательная программа основного общего образования в области «Математика и информатика». URL: https://www.google.ru.

11. Смирнов В.А., Смирнова И.М. О новой концепции геометрии // Математика. 2015, № 8, С. 4–7.

12. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. М-во образования и науки Рос. Федерации. М.: Просвещение, 2011, 48 с.

13. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. Мин-во образования и науки РФ. URL: https://mosmetod.ru/.

THE FORMATION OF CULTURE OF STUDENTS' THINKING DURING TEACHING MATHEMATICS

Elena Alekseeva

State Educational Institution of Higher Education of Moscow region "Academy of Social Management", Moscow

alekseeva.ok@mail.ru

Abstract

The article is devoted to the problem of forming a culture of students' thinking. It is noted that the formation of a culture of students' thinking is interconnected with the process of formation and development of metadisciplinary actions, and the level of formation of cognitive skills characterizes the formation of a culture of students' thinking. The solution is shown on the example of the organization of training of a functional content line integrated with tasks with parameters.

Keywords*: culture of thinking, cognitive skills, formation, activity, mathematics, functional content line, task, parameter, teaching, students, methods, integration, program, advanced qualification*

REFERENCES

1. *Alekseeva E.E., Bozhenkova L.I.* Didakticheskaya model' processa obucheniya sostavleniyu geometricheskih zadach // Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Elektronnyj nauchnyj zhurnal. 2016, No 2 (18), S. 239–250. URL: http://www.vestospu.ru/archive/2016/Content_2_2016.pdf.

2. *Alekseeva E.E.* Postroenie sistemy urokov matematiki v usloviyah realizacii koncepcii razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v RF. Uchebno-metodicheskij vebinar. URL: https://www.youtube.com/watch?v=aU_VtSGbF1Q&feature=youtu.be.

3. *Alekseeva E.E.* Sostavlenie zadach kak sredstvo razvitiya metapredmetnyh rezul'tatov v usloviyah personalizirovannogo obucheniya geometrii // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2018, No 3. URL: http://www.science-education.ru/ article/view?id=27677.

4. *Alekseeva E.E.* Formirovanie poznavatel'nyh umenij uchashchihsya pri osvoenii kursa algebry 7–9 klassov // N.I. Lobachevskij i matematicheskoe obrazovanie v Rossii: materialy Mezhdunarodnogo foruma po matematicheskomu obrazovaniyu, 18–22 oktyabrya 2017 g., VII Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferenciya «Matematicheskoe obrazovanie v shkole i vuze: teoriya ipraktika» (MATHEDU–2017). Kazan': Izd-vo Kazan. un-ta, 2017. T. 2, S. 25–28.

5. *Alekseeva E.E.* Formirovanie poznavatel'nyh umenij pri obuchenii uchashchihsya 7–9 klassov sostavleniyu geometricheskih zadach. Otchet o provedenii NIR // Akademicheskaya nauchno-prakticheskaya konferenciya «Nauchno-issledovatel'skaya rabota kak faktor razvitiya obrazovatel'nogo prostranstva ASOU i Moskovskoj oblasti», 2017. URL: https://www.youtube.com/ watch?time_continue=7&v=UgPpi_B_XaI.

6. *Bozhenkova L.I.* Intellektual'noe vospitanie uchashchihsya pri obuchenii geometrii: Monografiya. Kaluga: Izd-vo KGPU im. K.E. Ciolkovskogo, 2007, 281 s.

7. *Bozhenkova L.I.* Metodika formirovaniya universal'nyh uchebnyh dejstvij pri obuchenii algebre. M: BINOM. Laboratoriya znanij, 2016, 240 s.

8. *Novikov A.M.* Pedagogika: slovar' sistemy osnovnyh ponyatij. M.: Izdatel'skij centr IET, 2013. 268 s.

9. Koncepciya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya / Utverzhdena rasporyazheniem Pravitel'stva Rossijskoj Federacii ot 24 dekabrya 2013 g. No 2506-r.

10. Primernaya osnovnaya obrazovatel'naya programma osnovnogo obshchego obrazovaniya v oblasti «Matematika i informatika». URL: https://www.google.ru.

11. *Smirnov V.A., Smirnova I.M.* O novoj koncepcii geometrii // Matematika. 2015, No 8, S. 4–7.

12. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart osnovnogo obshchego obrazovaniya. M-vo obrazovaniya i nauki Ros. Federacii. M.: Prosveshchenie, 2011, 48 s.

13. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart srednego obshchego obrazovaniya. Min-vo obrazovaniya i nauki RF. URL: https://mosmetod.ru/.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

АЛЕКСЕЕВА Елена Евгеньевна – кандидат педагогических наук, доцент, Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Академия социального управления», Ассоциация учителей и преподавателей математики Московской области, Московская область, г. Москва.

Elena Evgenievna ALEKSEEVA – Associate professor, Department of General Mathematical and Science Disciplines and the methods of their teaching, State Educational Institution of Higher Education of Moscow region “Academy of Social Management”, Moscow.

email: alekseeva.ok@mail.ru

Материал поступил в редакцию 3 августа 2019 года

УДК 007

РАБОТА С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ ПО МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В ШКОЛЕ

В.О. Гирфанова[1], И.А. Бусова[2]

МБОУ «СОШ №31», Нижнекамск

[1] venerag1978@mail.ru, [2] irinabusova@mail.ru

Аннотация

Эвристические приемы пронизывают весь процесс обучения математике и информатике, их применение актуально на любом этапе учебного процесса, при решении любого типа заданий. Учителю необходимо знание эвристик, чтобы помочь учащимся в их собственной деятельности, разобраться в сущности методов и научиться ими пользоваться.

Ключевые слова: *математика, информатика, одаренность*

Идея работы с одаренными детьми проходит сквозной нитью через всю призму школьного образования. Проблема деятельности одаренности в настоящее время становится все более актуальной. Это, прежде всего, связано с потребностью общества в неординарной творческой личности.

Современное общество требует и ждет от человека проявления не только его высокой активности, но и способностей нестандартного поведения и мышления.

Так что же такое одаренность? Однозначного подхода к определению одаренности в мире нет [1]. В нашей стране в вопросах одаренности ученые ориентируются на «Рабочую концепцию одаренности», изданную под общей редакцией профессора Д.Б. Богоявленской. Здесь мы можем найти следующее решения понятие уровня одаренности: «это системное, развивающееся в течение жизни качество психики, которое определяет возможность достижения человеком более высоких (необычных, незаурядных) результатов в одном или нескольких видах деятельности по сравнению с другими людьми».

Какого же ребенка считать одаренным? Условно можно выделить следующие категории одаренных детей:

- дети с необыкновенно высокими общими интеллектуальными способностями;
- дети с признаками специальной умственной одаренности в определенной области науки конкретными академическими способностями;
- дети с высокими творческими (художественными) способностями;
- дети с высокими лидерскими способностями;
- дети, не достигающие уровня успехов в учении по каким-либо причинам, но обладающие яркой познавательной активностью, оригинальностью мышления и психического склада.

Проблема развития математической одаренности школьников, как и общей одаренности, не является принципиально новой. Во многих странах наблюдается значительный рост интереса к проблемам математического и информационного образования. Это связано с тем, что значение математики и информатики в жизни человеческого общества возрастает с каждым днем. Как утверждал величайший философ Платон, «человек, способный к математике, изощрен во всех науках». Математические методы и математический стиль мышления проникают всюду. Поэтому перед учителями математики и информатики стоят задачи выявления талантливых школьников, поддержки тех, кто нашел себя, самообразовываясь в работе с учителем, и создания среды для поддержки всех остальных детей.

Выявление одаренных детей должно начинаться уже в начальной школе на основе наблюдения, изучения психологических особенностей, речи, памяти, логического мышления. Работа с одаренными детьми, их поиск, выявление уровня и развитие должны стать одним из важнейших аспектов деятельности школы. Современный учитель математики и информатики должен иметь определенные представления о структуре математических способностей в школьном возрасте. В частности, Т.О. Крутецкий выстроил общую схему структуры математических способностей. Он характеризует математически одаренных школьников следующим образом: способность к логическому мышлению; способность мыслить математическими символами; способность к быстрому обобщению математических объектов, отношений и действий; гибкость мыслительных процессов; стремление к ясности, простоте, экономности и рациональности решений; способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход; математическая память (обобщенная память на математические отношения, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним).

Выделенные компоненты тесно связаны, влияют друг на друга и образуют в своей совокупности единую систему, целостную структуру, математический склад ума.

Можно выделить следующие формы работы с одаренными учащимися:

- групповые занятия с одаренными учащимися;
- факультативы;
- конкурсы;
- курсы по выбору, элективные курсы;
- участие в олимпиадах;
- работа по индивидуальным планам;
- занятия в профильных классах;
- интеллектуальные марафоны.

Формированию и совершенствованию логики мысли, рассуждений, гибкости мыслительного процесса, смекалки, креативности математического мышления способствует систематическое решение творческих, нестандартных задач. Нестандартные задачи представляют, как раз благодатный материал для развития математической одаренности.

Развивать математическую одаренность школьников целесообразно на основе овладения эвристическими методами и приемами решения творческих задач [2, 4]. Сущность эвристических методов заключается в том, что учитель вовлекает учащихся в процесс «открытий» различных фактов, самостоятельной формулировки теорем, выполнения отдельных этапов исследования.

На сегодняшний день отечественными и зарубежными авторами разработан целый ряд систем или совокупностей эвристических приемов [3]. В книге И.И. Ильясова «Система деятельности эвристических приемов решения задач» мы можем найти следующий ряд различных по содержанию приемов:

- включение в другую структуру;
- введение дополнительных элементов или отношений;
- деление задачи на части;

- выделение доминирующих целей;
- замена терминов определениями;
- выдвижение противоположных гипотез;
- анализ оснований гипотез;
- параллельное решение уровня нескольких задач;
- движение от общих идей к частным;
- определение области и поиска неизвестного;
- формулирование обратной задачи;
- прогнозирование и т. д.

Таким образом, эвристические приемы пронизывают весь процесс обучения математики и информатики, их применение актуально на любом этапе учебного процесса, при решении любого типа заданий. Учителю необходимо знание эвристик для того, чтобы помочь учащимся в их собственной деятельности, разобраться в сущности методов и научиться ими пользоваться.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андрющенко Я.Э.* Анализ педагогических технологий, используемых в процессе профессиональной подготовке магистров физико-математических специальностей в открытых образовательных ресурсах // Синергия. 2016, № 3, С. 26–30.

2. *Разумова О.В., Шакирова К.Б., Садыкова Е.Р.* Формирование творческого мышления учащихся на уроках математики средствами информационно-коммуникационных технологий // Информатика и образование. 2011, №9 (227), С. 79–82.

3. *Саранцев Г.И.* Нужны ли интерактивные формы обучения // Проблемы современного математического образования в вузах и школах России: Интерактивные формы обучения математике студентов и школьников. Материалы V Всероссийской научно-методической конф. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2012. С. 42–48.

4. *Селевко Г.К.* Современные педагогические технологии: Учебное пособие. М.: Народное образование, 1998, 256 с.

MECHANISMS FOR USING MOBILE DEVICES IN DISTRIBUTED COMPUTING

Venera Girfanova[1], Irina Busova[2]

MBEI "Secondary school No. 31", Nizhnekamsk

[1] venerag1978@mail.ru, [2] irinabusova@mail.ru

Abstract

Heuristic techniques permeate the entire process of teaching mathematics and computer science, their application is relevant at any stage of the educational process, when solving any type of tasks. The teacher needs knowledge of heuristics in order to help students discover them in their own activities, understand the essence of methods and learn how to use them.

Keywords: *mathematics, computer science, giftedness*

REFERENCES

1. *Andryushchenko Ya.E.* Analiz pedagogicheskikh tekhnologiy, ispol'zuyemykh v protsesse prfessional'noy podgotovke magistrov fiziko-matematicheskikh spetsial'nostey v okrytykhobrazovatel'nykh resursakh // Sinergiya. 2016, No 3, S. 26–30.

2. *Razumova O.V., Shakirova K.B., Sadykova Ye.R.* Formirovaniye tvorcheskogo myshleniya uchashchikhsya na urokakh matematiki sredstvami informatsionno-komunikatsionnykh tekhnologiy. // Informatika i obrazovaniye. 2011, No 9 (227), S. 79–82.

3. *Sarantsev G.I.* Nuzhny li interaktivnyye formy obucheniya // Problemy sovremennogo matematicheskogo obrazovaniya v vuzakh i shkolakh Rossii: Interaktivnyye formy obucheniya matematike studentov i shkol'nikov. Materialy V Vserossiyskoy nauchno-metodicheskoy konf. Kirov: Izd-voVyatGGU, 2012, S. 42–48.

4. *Selevko G.K.* Sovremennyye pedagogicheskiye tekhnologii: Uchebnoye posobiye. M.: Narodnoye obrazovaniye, 1998, 256 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГИРФАНОВА Венера Олеговна – учитель математики МБОУ «СОШ № 31», Нижнекамск

Venera Olegovna GIRFANOVA, teacher of mathematics MBEI “Secondary school No. 31”, Nizhnekamsk

email: venerag1978@mail.ru

БУСОВА Ирина Анатольевна – учитель информатики МБОУ «СОШ № 31».

Irina Anatolevna BUSOVA – IT-teacher MBEI “Secondary school No. 31”, Nizhnekamsk

email: irinabusova@mail.ru

Материал поступил в редакцию 15 августа 2019 года

УДК 371.24+371.212

МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЛОГИКО-ПОНЯТИЙНОЙ КОМПЕТЕНЦИИ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СОВРЕМЕННОГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

В.И. Горбачев

Брянский государственный университет, Брянск

enibgu@mail.ru

Аннотация

Наряду с общепредметными, в содержании логико-понятийной компетенции выделены и методико-математические основы ее становления. В предметно-математическом плане в качестве базовой представлена методико-математическая адаптация психолого-дидактических закономерностей становления системы субъектного предметного знания. Ее дополняют специфические методико-математические закономерности: становления абстрактного математического мышления и его компонентов; структурного формирования пространственного и теоретико-пространственного типов мышления; анализа системы математического знания в содержании учебной математической теории; интеграции математического языка, математической речи и математического мышления; понятийно-категориальной интеграции учебных математических теорий.

Ключевые слова*: предметные компетенции учебной математической деятельности, содержание логико-понятийной компетенции, методико-математические основы*

Характеризация логико-понятийной компетенции в качестве общепредметной [1] обосновывает объективный характер функционирования в учебном предмете «Математика» логических и психолого-дидактических закономерностей, однако не предметная реализация общепредметных основ системно-понятийного представления учебных математических теорий определяет содержательную сущность логико-понятийной деятельности.

Во-первых, сугубо абстрактный идеализированный характер объектов математических пространств, логико-содержательные средства установления закономерностей, не затушеванных физическим содержанием учебных математических теорий, содержательная очерченность процесса их логического построения позволяют утверждать, что потенциально дидактические закономерности логико-понятийной компетенции первично формируются в учебной математической деятельности, вне опоры на иную учебно-предметную деятельность.

Во-вторых, логические, дидактические закономерности становления логико-понятийной компетенции [2] проявляются в содержательной учебно-математической форме и «действуют» не изолированно от методологически не выделенных и методически не спроектированных предметно-математических закономерностей, а в системном единстве с ними. Значит, учебная математическая деятельность выступает и средой развертывания логических, психолого-дидактических основ и источником специфически предметных (математических) закономерностей становления системы предметного знания.

Методологически важным является акцентирование внимания Г.В. Дорофеевым на следующих предметно-математических задачах становления логико-понятийной компетенции в содержании учебных математических теорий:

- формирование и развитие абстрактного математического мышления, прежде всего, его дедуктивной составляющей как специфической для математики;

- формирование и развитие качеств мышления, необходимых образованному человеку для полноценного функционирования в современном обществе, в частности, формирования эвристического и алгоритмического мышления;

- формирование математического языка и математического аппарата как средства описания и исследования окружающего мира и его закономерностей;

- ознакомления с природой научного знания, с принципами построения научных теорий в единстве и противоположности математических и естественных наук [3, с. 3].

Не менее значимыми в плане формирования логико-понятийной компетенции выступают взгляды А.Д. Александрова о взаимной связи образного и логического мышления в учебной геометрической деятельности, И.С. Якиманской о механизме развития пространственного мышления в геометрическом пространстве, А.Н. Колмогорова о важности функционирования правильной математической речи. Вместе с тем, нужно согласиться со следующим высказыванием Н.Х. Розова: «конечно же, школьная математика в определенной степени действительно вносит свой вклад в развитие у учащихся умения рассуждать, делать правильные выводы, обосновывать утверждения. Ведь она неотделима от логических математических построений, подспудно опирается на «общелогические» законы. Но с сожалением заметим: это специально никогда явно не акцентируется, не объясняется и не рассказывается – ни на уроках, ни в учебниках» [4, с. 144].

Методико-математическая адаптация психолого-дидактических закономерностей становления системы субъектного предметного знания. В дидактическом плане учебная математическая деятельность выступает разновидностью учебной предметной деятельности, реализует в специфических формах (абстрактной, идеализированной, знаковой) и методах (логико-понятийном, логико-процессуальном, теоретико-модельном) общелогические, психолого-дидактические закономерности становления системы субъектного предметного знания, имеющие общепредметный характер. В системе конкретных математических понятий, суждений, умозаключений обеспечивается логико-понятийное представление базовых (числа, фигур, векторов) и производных (функций, числовых предикатов, вероятностей) учебных математических теорий с адекватными способами определения понятий, выделением их свойств и связей в форме суждений, методами доказательства. В овладении субъектом интеллектуальным опытом абстрактной, логико-содержательной математической деятельности человечества в содержании системы математического знания и его теоретического обоснования достигаются задачи усвоения определенного уровня образованности, становления учебной методологии, математико-мировоззренческих представлений. В многомерной представленности математического языка, во взаимной связи языка, речи и мышления, в управляемом процессе становления внешней речи и ее преобразования во внутреннюю реализуется дидактическая закономерность поэтапного формирования умственных действий учебной математической деятельности (Н.Ф. Талызина [5]). В понятийно-категориальном обогащении математического знания, в углублении абстрактно-алгоритмических представлений конкретного математического пространства абстрактно-дедуктивным исследованием его свойств в соответствующей теории, в категориально выраженной интеграции теорий формируется учебная математическая картина мира.

Лишь коррелируемыми с психолого-дидактическими выступают следующие специфически математические закономерности становления системы предметного знания, характеризующие в своей целостности методико-математическую трактовку субъектного развития [6]:

- становления абстрактного математического мышления в пространственно-теоретическом подходе;
- структурного представления пространственного и теоретико-пространственного типов мышления в содержании соответствующих видов учебной математической деятельности;
- логико-математического анализа понятий, теорем, доказательств в содержании дедуктивной учебной математической теории;
- развития алгоритмической, эвристической и творческой форм учебной математической деятельности, мышления;
- синтезирования математического языка, математической речи и мышления;
- категориального представления учебных математических теорий и целостного математического знания.

Методическая закономерность формирования абстрактного математического мышления в пространственно-теоретическом подходе. Абстрагирование и идеализация, выступающие средством создания математических объектов во внутреннем плане субъекта, в своем единстве характеризуют математический метод отражения явлений, свойств материального мира для цели его исследования. Многоплановая по своему содержанию (создание абстрактных объектов и пространства в целом, теоретическое исследование их свойств), спектру отражаемых свойств и отношений реального мира (числовые, порядковые, пространственные, функциональные, предикатные, равновесия и сравнения, вероятностные) деятельность абстрагирования и идеализации имеет фундаментальный целевой характер. Задача исследования свойств каждого из математических пространств, недостаточность для ее решения содержательных образов пространственных объектов обосновывают необходимость построения дедуктивной теории пространства – с новым, понятийным уровнем абстрагирования и конструирования объектов, формализацией свойств понятий, логико-математическим методом их доказательства. В объективной последовательности этапов абстрагирования, конструирования, теоретического исследования в каждом математическом пространстве формируется адекватное пространственное мышление, в спектре абстрактных пространств и соответствующих им теорий во внутреннем плане субъекта создается характеризующее учебную математическую деятельность абстрактное математическое мышление.

Методическая закономерность структурного представления, формирования пространственного и теоретико-пространственного типов мышления. В направленном на формирование абстрактного математического мышления пространственно-теоретическом подходе учебная математическая деятельность формируется вначале как деятельность представливания и, затем, как теоретико-пространственная – в общей закономерности для каждого из математических пространств (числового, геометрического, векторного, функционального, предикатного, вероятностного). В деятельности представливания осуществляются представление конкретного пространства математических объектов в целом, классов объектов в их взаимосвязи, классификация объектов и их свойств, формируется пространственное воображение в условиях преобразований, комбинирования объектов. В структуре пространственного (пространственно-числового, пространственно-геометрического и т. д.) мышления выделяются отдельные, имеющие в учебной математической деятельности фундаментальный характер виды (уровни) – абстрактно-алгоритмическое мышление и системно-структурное мышление. В теоретико-пространственной деятельности реализуется системное представление теории, осуществляется выявление фундаментальных связей, закономерностей математического пространства, обоснование установленных и открываемых в исследовании свойств, становление теоретико-модельных и теоретико-прикладных представлений. Соответствующий теоретико-пространственный тип мышления структурируется составляющими его абстрактно-дедуктивным, аналитико-синтетическим, методологическим видами мышления.

Методическая закономерность логико-математического представления, субъектного анализа системы математического знания в содержании *учебной математической теории.* Логическими категориями представления системы математического знания на уровне теории выступают: определение как логическое средство точного описания понятия учебной математической теории; теорема как форма фиксации определенной закономерности теории; доказательство как объективная процедура установления закономерности теории; теория как объективная форма выделения, систематизации математического знания. Естественная для математической теории логико-математическая формализация математических предложений (определений, теорем), последовательности их выстраивания в логических рассуждениях (доказательствах) и составляют сущность аналитико-синтетического мышления. Логико-математическая деятельность понятийно-категориального структурирования теории, систематизации методов доказательства, системно-структурного анализа учебной математической теории в схемах «математическое пространство – математическая теория», «базовая математическая теория – производная математическая теория», «математическая теория – модель математической теории» позволяет обеспечить становление методологического мышления.

Методическая закономерность становления алгоритмической, эвристической, творческой форм деятельности, мышления в системе математического знания. В образном, понятийном и знаковом представлении теории математического пространства алгоритмическая деятельность структурируется процедурами определения понятий, доказательства свойств понятий и адекватных им классов математических объектов, выделения и обоснования обобщенных способов деятельности в классах задач теории, субъектного становления методов доказательства [5]. Алгоритмичность мышления в учебной математической деятельности, в целостной системе предметного знания в качестве своего продолжения имеет такое качество субъектной деятельности как включение в алгоритмическую деятельность, сознательное использование эвристических действий, расширяющих адекватный деятельности класс задач. Рефлексия класса задач учебной математической теории и соответствующей ему обобщенной алгоритмической схемы, расширение алгоритмической схемы и класса задач в спектре осознаваемых эвристических действий позволяет составить целостную структуру учебной деятельности в каждом из математических пространств.

Методическая закономерность интеграции математического языка, математической речи, математического мышления. Образная, понятийная, логико-символическая формы учебной математической речи, создаваемой в содержании структурно интегрированного математического языка (пространства, теории, логики), указывают на закономерность выделения, проектирования деятельности, направленной на усвоение языковых средств субъектной речи и соответствующего математического аппарата. Методологическая схема «математический язык – математическая речь – математическое мышление» обосновывает формирование математического языка и математического аппарата как средства описания и исследования окружающего мира и его закономерностей. Схема поэтапного формирования умственных действий П.Я. Гальперина выступает общей методологией становления учебного предметного мышления из направленно проектируемой внешней предметной речи субъекта.

Методическая закономерность понятийно-категориального представления системы математических теорий. Закономерность систематизации понятий, свойств в их взаимной связи и обусловленности в рамках конкретной математической теории объективно продолжается в системном понятийно-категориальном представлении целостной учебной математической деятельности, в интеграции математических теорий. Анализ развития понятий и их свойств в рамках конкретного пространства, определенной теории, в интеграции учебной математической деятельности выделить следующие уровневые категории, структурирующие субъектную математическую картину мира [6]:

- «число», «функция», «геометрическая фигура», «вектор», «равносильность», «вероятность» – в теоретическом представлении закономерностей конкретных математических пространств;

- «конечность–бесконечность», «дискретность–непрерывность», «размерность» – в обобщенном представлении совокупности математических пространств;

- «математическое пространство», «дедуктивная теория пространства», «модель теории», «аксиома», «теорема», «доказательство», «истина» – в интеграции представлений учебных математических теорий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбачев В.И., Трошина Н.В. Предметные компетенции общего образования // Педагогика. 2016, № 8, С. 52–61.

2. Горбачев В.И. Содержание логико-понятийной компетенции общего математического образования (общепредметные основы) // Наука и школа. 2018, № 5, С. 23–34.

3. *Дорофеев Г.В.* Гуманитарно-ориентированный курс – основа учебного предмета «Математика» в общеобразовательной школе // Математика в школе. 1997, № 4, С. 59–66.

4. Розов Н.Х. Логика и школа // Наука и школа. 2016, № 1, С. 143–150.

5. Талызина Н.Ф. Формирование математических понятий //Формирование приемов математического мышления. М.: ТОО «Вентана–Граф», 1995, 231 с.

6. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: приказ от 17.05.2011 № 413 // М-во образования и науки Рос. Федерации. М.: Просвещение, 2012, 83 с.

METHODICAL AND MATHEMATICAL BASES OF LOGICAL-CONCEPTUAL COMPETENCE IN THE ACTIVITIES OF MODERN TEACHER OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Vasily Gorbachev

Bryansk State University, Bryansk

enibgu@mail.ru

Abstract

Along with the general subject, in the content of the logical-conceptual competence, the methodical and mathematical foundations of its formation are also singled out. In the object-mathematical plan, the methodical-mathematical adaptation of the psychological-didactic regularities of the formation of the system of subject-based subject knowledge is presented as a basic method. It is supplemented by specific methodical and mathematical patterns: the formation of abstract mathematical thinking and its components; structural formation of spatial and theoretical-spatial types of thinking; analysis of the system of mathematical knowledge in the content of the educational mathematical theory; integration of mathematical language, mathematical speech and mathematical thinking; conceptual-categorial integration of educational mathematical theories.

Keywords: *subject competence of educational mathematical activity, content of logical-conceptual competence, methodical and mathematical foundations*

REFERENCES

1. *Gorbachev V.I., Troshina N.V.* Predmetnye kompetencii obshchego obrazovaniya // Pedagogika. 2016, No 8, S. 52–61.

2. *Gorbachev V.I.* Soderzhanie logiko-ponyatijnoj kompetencii obshchego matematicheskogo obrazovaniya (obshchepredmetnye osnovy) // Nauka i shkola. 2018, No 5, S. 23–34.

3. *Dorofeev G.V.* Gumanitarno-orientirovannyj kurs – osnova uchebnogo predmeta «Matematika» v obshcheobrazovatel'noj shkole // Matematika v shkole. 1997, No 4, S. 59–66.

4. *Rozov N.H.* Logika i shkola // Nauka i shkola. 2016, No 1, S. 143–150.

5. *Talyzina N.F.* Formirovanie matematicheskih ponyatij //Formirovanie priemov matematicheskogo myshleniya. M.: TOO «Ventana–Graf», 1995, 231 s.

6. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart srednego (polnogo) obshchego obrazovaniya: prikaz ot 17.05.2011 No 413 // M-vo obrazovaniya i nauki Ros. Federacii. M.: Prosveshchenie, 2012, 83 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ГОРБАЧЕВ Василий Иванович – доктор педагогических наук, профессор, Брянский государственный университет, г. Брянск.

Vasily Ivanovich GORBACHEV – doctor of Pedagogical Sciences, professor, Bryansk State University, Bryansk.

email: enibgu@mail.ru

Материал поступил в редакцию 3 августа 2019 года

УДК 378.147.88

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ У БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Т.В. Гуляева [1], Н.К. Пещенко [2]

Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка, Минск

[1] hulyaeva@mail.ru, [2] Natalia.Peshchanka@gmail.com

Аннотация

Рассмотрены ролевые функции современного учителя учреждения общего среднего образования, определяемые полиструктурным характером педагогической деятельности: учитель-предметник, учитель-воспитатель, учитель-методист + учитель-исследователь. Приведены задачи и содержание методического обеспечения дисциплины по выбору студентов педагогического вуза специальности «Математика и информатика», ориентированной на формирование их исследовательских компетенций.

***Ключевые слова**: методическая подготовка, ролевые функции учителя, учитель математики и информатики, педагогическая практика, дисциплина по выбору студентов, исследовательские компетенции будущего учителя математики и информатики*

Одной из ведущих ролевых функций учителя является обеспечение эффективности обучения учащихся (учитель-предметник). Усиление значения этой роли обусловлено: а) повышением развивающей и воспитывающей функций образования; б) необходимостью использования нестандартных форм, инновационных методов и средств организации процесса обучения, основанных на принципе самостоятельности учащихся, развитии их творческих способностей и познавательных интересов; в) реализацией идей гуманизации содержания образования; г) дифференциацией обучения, способствующей развитию резервных возможностей личности школьника, его способностей и наклонностей.

Особенности деятельности учителя-воспитателя определяются социально-экономическими изменениями, происходящими в обществе, конкретными задачами современного школьного образования и возрастными особенностями школьников. В частности, к важнейшим задачам образовательного процесса мы относим воспитание гражданственности обучаемого, развитие его духовных и интеллектуальных качеств.

Поиск новых форм, методов, приемов обучения, создание авторских дидактических систем составляют содержательную составляющую ролевой функци учителя-методиста.

Реализация личностных качеств учителя; организация его систематического самообразования, связанного с совершенствованием профессионального мастерства как интегрального свойства личности, которое приобретается и совершенствуется в процессе целенаправленной специально организуемой профессиональной деятельности, есть функция учителя-исследователя.

С целью выявления готовности учителя к выполнению перечисленных функций мы изучили мнения более 100 студентов третьих-четвертых курсов физико-математического факультета им. Максима Танка и более 100 учителей, работающих первый год в школе. Анализ полученных данных показал, что большинство респондентов не затрудняется в формулировке образовательных, воспитательных и развивающих задач по преподаваемому предмету, не испытывает трудностей при составлении плана-конспекта урока, подбору его дидактического и методического обеспечения.

По мнению 75% опрошенных, выполнять функцию учителя-воспитателя и организовывать внеклассную работу со школьниками надо в соответствии с их познавательными интересами, обеспечивая ее максимальное приближение к их возможностям и склонностям. Наиболее эффективными ее формами респонденты считают организацию внеклассной работы в разновозрастном коллективе, кружковую работу и факультативные занятия.

Особые трудности у начинающих учителей вызывает реализация таких структурных компонентов педагогической деятельности как организационно-методическая и исследовательская работа. В связи с этим основными ролевыми функциями современного учителя становятся функции учителя-методиста и учителя-исследователя, которые реализуются посредством самообразования, участия в работе школьных и районных методических объединений, написания рефератов по актуальным методическим проблемам и выступлений на заседаниях школьных и районных методических объединений, изучения, обобщения и внедрения педагогического опыта, использования технических средств обучения, компьютерной техники, наглядных пособий, посещения уроков опытных учителей, подготовки и проведения открытых уроков с использованием новейших педагогических технологий, участия в педагогических советах, использования в своей работе диагностических методик повыявлению уровней знаний и воспитанности школьников, разумного распределения бюджета времени, необходимого для подготовки к организации образовательного процесса, научной организации педагогического труда.

Следует отметить, что почти половина опрошенных молодых учителей (47,2%) и значительная часть студентов третьего-четвертого курсов понимают, что профессия учителя – творческая, дает возможность проявить свою индивидуальность. Однако они не знают и не умеют это делать, у них не сформирована потребность в выполнении этих ролевых функций. Молодые учителя недостаточно хорошо владеют методами научно-исследовательской работы, предпочитают получать конкретные рецепты в организации образовательного процесса.

Исследовательский компонент педагогической деятельности предполагает сформированность у учителя исследовательских компетенций: умение пользоваться специальной литературой, статистическим материалом, первоисточниками, составлять библиографию, писать научный доклад, сообщение, аннотацию, рецензию, изучать, обобщать, прогнозировать и творчески применять в своей работе передовой педагогический опыт, современные технологии и методики, осуществлять диагностику учебно-воспитательного процесса, уровня воспитанности учащихся, характера взаимоотношений в коллективе, заниматься самообразованием и самовоспитанием.

Формирование психологической готовности к выполнению ролевой функции учитель-исследователь становится одной из актуальных проблем современного высшего образования. В педагогических университетах вводятся новые учебные дисциплины, новые виды педагогических практик, на которых будущие учителя овладевают разнообразными способами решения проблем в процессе самостоятельного познания, организованного и направляемого педагогом.

Следует отметить значительную роль педагогических практик на 3 и 4 курсах в подготовке студентов к организации исследовательской деятельности учащихся. В процессе педпрактик студенты используют такие методы научного познания, как наблюдение, эксперимент, измерение, вычисление, сравнение, анализ и т. д., самостоятельно проводят уроки, факультативные занятия и беседы исследовательского характера, участвуют в подготовке учащихся к олимпиадам, руководят их научными работами.

Выполняемые студентами курсовые и дипломные проекты часто связаны с организацией исследовательской деятельности обучаемых. Приведем некоторые темы курсовых и дипломных работ по методике обучения математики: «Исследовательские задачи по математике как средство развития способностей учащихся»; «Организация учебно-исследовательской деятельности школьников по математике»; «Роль задач прикладного и межпредметного характера в развивающем обучении школьников математике» и т. д.

Таким образом, мы видим, что образовательный процесс в педагогическом вузе ориентирован на детерминирование исследовательской деятельности обучаемых, однако оптимизацию формирования исследовательских личностных качеств и умений студентов мы видим во внедрении в учебный процесс новых специальных дисциплин и в усилении эффективности управления организацией их самостоятельной работы.

Так, в 2016–2017 учебном году на выпускном курсе физико-математического факультета БГПУ имени Максима Танка введена новая учебная дисциплина «Практикум по методике преподавания математики», на которой мы используя проектные технологии, усиливаем внимание к формированию исследовательских компетенций у студентов и одновременно повышаем их мотивацию к занятиям научной работой.

Познакомив студентов на первых занятиях с проблемой применения проектных технологий в обучении математике, современной классификацией учебных проектов (практико-ориентированные, исследовательские, информационные, творческие, ролевые и др.), их примерами и характеристиками, даем задания по выполнению трех видов проектов, в том числе и творческого. Основное внимание при работе над ним уделяется вопросам методики работы с одаренными учащимися, подготовке к олимпиадам, организации исследовательской работы на уроках и внеклассных занятиях.

Важным направлением подготовки студентов к педагогическому сопровождению исследовательской деятельности учащихся является проведение дисциплин по выбору. Например, дисциплина по выбору «Формирование исследовательских навыков учащихся при решении задач с параметрами» для студентов 4 курса дневного отделения рассчитана на 28 часов (лекций и практических занятий по 14 часов). Ее программа является логическим продолжением и дополнением программ по методике преподавания математики и практикуму по решению задач. На занятиях студенты углубляют и систематизируют знания по одной из самых сложных тем математики «Задания с параметрами». Содержание программы позволяет, с одной стороны, расширить знания студентов по частным методикам, касающимся освоения методов решения заданий с параметрами, с другой, – усилить освоение новых функций будущего учителя-исследователя. Цель данной дисциплины – подготовить студентов к проведению факультативных занятий в старших классах учреждений общего среднего образования и, главное, научить организовывать исследовательскую деятельность обучаемых.

Задачи курса: обучение студентов применению приемов поиска и решения задач, содержащих параметры; развитие всех составляющих логического мышления; изучение методов решения задач с параметрами, основанных на исследовательском анализе математических объектов; изучение методов решения геометрических задач с параметрами. В результате изучения курса студент должен овладеть приемами поиска и решения задач с параметрами, методами исследования функций через задания с параметрами.

Содержание дисциплины состоит из следующих четырех тем:

Тема 1. ***Развивающие функции заданий с параметрами.*** Различные подходы к определению параметра задачи. Параметр как число, переменная, функция. Задания с параметрами как средство организации исследовательско-поисковой деятельности учащихся.

Тема 2. ***Различные методы решения задач с параметрами.*** Метод равносильных преобразований. Метод неравносильных преобразований. Использование свойств функций при решении уравнений с параметрами. Решение задач различными методами.

Тема 3. ***Различные типы задач с параметрами.*** Исследование числа корней уравнения $F(x,a)=0$ в зависимости от значений параметра. Исследование расположения корней уравнения $F(x,a)=0$ относительно заданных точек. Задачи, связанные с исследованием решений простейших неравенств. Исследование свойств функций.

Тема 4. ***Задания с параметрами как средство интеграции различных разделов школьной математики.*** Графический метод и геометрические преобразования на координатной плоскости при решении заданий с параметрами. Геометрические задачи с параметрами.

В дальнейшем эти темы на занятиях с магистрами закрепляются и углубляются. Добавляется тема «Интеллектуально-развивающее обучение математике». Она содержит следующие вопросы:

1. Сущность развивающего обучения математике.
2. Характеристика математических способностей.
3. Общие приемы умственных действий.
4. Задания с параметром как средство реализации интеллектуально-развивающего обучения математики в условиях вариативного компонента.

В тему 3 добавляются задачи, связанные с исследованием решенийнеравенств $F(x,a)<0$; систем уравнений и неравенств, в структуру которых входят выражения вида $F(x,a)$; алгебраические задачи, решение которых основано на построении и преобразовании геометрических фигур в координатной плоскости; задачи на установление геометрических мест точек, удовлетворяющих некоторым условиям, выраженным в аналитической форме; комбинированные задачи с параметрами. Уделяется внимание такому важному с методической точки зрения вопросу, как пропедевтика обучения методам решения заданий с параметрами в базовой школе. Углубляется изучение свойств функций через задания с параметрами.

При изучении четвертой темы усиливается внимание к геометрическим задачам с параметрами. Расширяется их диапазон. Нужно отметить, что в курсе алгебры задания с параметрами стали уже привычными, а вот геометрические задачи с параметрами преподаватели редко затрагивают на занятиях, однако именно они в наибольшей степени способствуют развитию логического мышления и исследовательских компетенций обучаемых в силу их многовариантности.

Изучение геометрических задач с параметрами мы начинаем с рассмотрения простейших задач с числовыми данными, которые предлагаются в учебных пособиях 7–9 классов, допускающих два и более решений, зная, что из-за недостатка времени учителя редко акцентируют на них внимание. Примеры таких задач:

1) Точки A, B, C лежат на одной прямой. Известно, что AB=10 см, BC=3 см. Какой может быть длина отрезка AC?
2) Один из углов равнобедренного треугольника равен 80°. Найти остальные углы.
3) Периметр равнобедренного треугольника равен 20 см. Одна из его сторон – 6 см. Найти длины остальных сторон.

При решении этих и аналогичных задач рассматриваем всевозможные случаи, например, в задаче 2: угол 80° может быть как при вершине равнобедренного треугольника, так и при его основании. Далее обобщаем эти задачи, заменяя числовые данные параметрами:

1*) Точки A, B, C лежат на одной прямой. Известно, что AB=a см, BC=c см. Какой может быть длина отрезка AC?

2*) Один из углов равнобедренного треугольника равен α. Найти остальные углы.

2**) Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен α. Найти остальные углы.

3*) Периметр равнобедренного треугольника равен a см. Одна из его сторон – c см. Найти длины остальных сторон.

Для каждого случая анализируем, при каких значениях параметров задача имеет одно, два и более решений или не имеет их вообще.

4) Даны две окружности с общим центром *O* и радиусами *a* и *c.* Найти радиус окружности, касающейся каждой из этих окружностей.

В данной задаче рассматриваются случаи $a<c$ и $a>c$, каждый из которых предполагает еще два варианта в зависимости от расположения третьей окружности. Таким образом, задача имеет четыре решения. Если окружности не концентрические, то количество рассматриваемых случаев резко возрастает.

5) Даны две окружности с центрами O_1 и O_2 и радиусами *a* и *c*, $O_1O_2=m$. Найти радиус окружности с центром на прямой O_1O_2, касающейся этих окружностей.

В этой задаче уже три параметра. Значит, в зависимости от соотношения величин *a, c* и *m* может быть уже 6 вариантов: $a>c>m$, $a>m>c$, $c>a>m$, $c>m>a$, $m>a>c$ и $m>c>a$. Каждый из них в зависимости от расположения окружностей включает еще 4 случая. Таким образом, данная задача имеет 24 решения. Если обучаемые испытывают затруднения, то для иллюстрации решений можно перейти к конкретным числовым значениям параметров.

При этом как на 4 курсе, так и в магистратуре мы акцентируем внимание будущих учителей на таких вопросах, как: «Понятие исследовательской задачи по математике. Исследовательские задачи как средство индивидуализации обучения»; «Организация исследовательской деятельности учащихся» и т. д.

В заключение отметим, что сложившаяся на физико-математическом факультете Белорусского государственного педагогического университета им. Максима Танка система подготовки будущих учителей математики и информатики способствует развитию не только их собственных исследовательских компетенций, но и направлена на формирование у них психологической готовности к реализации функции учитель-исследователь в учреждениях общего среднего образования.

FORMATION OF RESEARCH COMPETENCIES OF THE FUTURE TEACHER OF MATHEMATICS AND INFORMATICS IN A PEDAGOGICAL UNIVERSITY

Tatiana Gulyaeva [1], Natalia Peshenko [2]

BSPU, Minsk

[1] hulyaeva@mail.ru, [2] Natalia.Peshchanka@gmail.com

Abstract

The article considers the role functions of a modern teacher in general secondary education institutions, determined by the polystructural nature of pedagogical activity: subject teacher, teacher-educator, teacher-methodologist + teacher-researcher. The tasks and contents of the methodological support of the discipline for the choice of students of a pedagogical university with a degree in "Mathematics and Computer Science", focused on the formation of their research competencies, are given.

***Keywords**: methodological training, role functions of a teacher, teacher of mathematics and computer science, pedagogical practice, discipline for the choice of students, research competencies of the future teachers of mathematics and computer science*

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГУЛЯЕВА Татьяна Васильевна – кандидат педагогических наук, доцент, БГПУ, г. Минск, Белоруссия.

Tatiana Vasilevna GULYAEVA, Candidate of pedagogical sciences, Associate Professor, BSPU, Minsk.

email: hulyaeva@mail.ru

ПЕЩЕНКО Наталья Константиновна – кандидат педагогических наук, доцент, БГПУ, г. Минск, Белоруссия.

Natalia Konstantinovna PESHENKO, Candidate of pedagogical sciences, Associate Professor, BSPU, Minsk.

email: Natalia.Peshchanka@gmail.com

Материал поступил в редакцию 3 августа 2019 года

УДК 37.02

ОПЫТ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕМЕНТОВ STEM-ОБРАЗОВАНИЯ

А.Н. Друзь

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

andruz@sfedu.ru

Аннотация

Раскрыто понятие STEM-подхода в образовании и роль в нем математики как объединяющего элемента для естественнонаучных дисциплин, техники и инженерии; рассмотрены примеры проектов Национального центра STEM-образования Республики Ирландия при университете города Лимерик.

Ключевые слова: *естественные науки, математика, техника, инженерия, STEM-образование, магистерская программа, пропаганда математики в обществе*

Современный взгляд на образование предполагает, что естественные науки, техника, инженерия и математика (STEM) являются критически важными дисциплинами, расширяющими возможности членов современного общества в их работе и повседневной жизни. Естественные науки во многом с помощью математики дают ответы на фундаментальные вопросы природы и позволяют понять окружающий нас мир. Понятно, что тесное взаимодействие с этими областями знаний начинается в школе. Традиционно общество озабочено недостаточно качественным обучением школьников естественным наукам и математике и предлагает разные пути улучшения сложившегося положения. Один из таких путей заключается в обучении STEM-дисциплинам как комплексу взаимосвязанных и дополняющих друг друга знаний на основе проектного и так называемого phenomena based, т. е. основанного на рассмотрении какого-либо явления с точек зрения разных наук, методов.

В настоящее время Южный федеральный университет в сотрудничестве с Балтийским федеральным университетом им. Иммануила Канта, Белгородским государственным национальным исследовательским университетом, рядом вузов Казахстана, университетами городов Линчепинг (Швеция), Лимерик (Ирландия), Хельсинки (Финляндия) и университетом Хаджеттепе (Турция) при поддержке программы Erasmus + Европейского союза реализует проект, направленный на разработку программы подготовки магистров «Интегративный подход к подготовке STEM-учителей». В июне 2019 года в университете города Лимерик состоялась вторая встреча участников проекта. Ее основная цель – построение учебного плана соответствующей магистерской программы с учетом особенностей национальных стандартов и лучших практик STEM-образования в странах-участницах проекта.

В Лимерикском университете уже несколько лет активно работает EPI-STEM – национальный центр STEM-образования, придающий особое значение: а) развитию интеграционных знаний в системе STEM-дисциплин как основы педагогического образования и б) пропаганде практики, которая опирается на результаты научных исследований. Частью исследовательской и практической работы этого центра стала двухлетняя программа повышения квалификации учителей математики средней школы (PDMT – Professional Diploma in Mathematics for Teaching). Несмотря на то, что высшее образование в Ирландии является платным, эта программа в рамках Национальной стратегии поддержки реализации нового учебного плана по математике была полностью бесплатной для проходящих ее учителей. В осуществлении этой программы участвует консорциум высших учебных заведений Ирландии, более 1000 учителей средних классов приняли в ней участие и по ее окончании получили возможность работать в классах с углубленным изучением математики.

Еще одним проектом, который разработан группой исследователей в области математического образования из EPI-STEM, стал проект «Career Mathways» («Математика для карьеры»). Он получил финансирование в рамках программы Education and Public Engagement (Образование и общество), которая направлена на повышение осведомленности общественности Ирландии в вопросах естественных наук, техники, инженерного дела и математики. Проект «Career Mathways» направлен на продвижение предметов STEM и, в частности, математики, среди школьников, их родителей, учителей математики. Эта инициатива направлена на то, чтобы подчеркнуть роль математики, лежащей в основе различных профессий; это рассматривается как способ инициации активного участия школьников в изучении всех предметов STEM. В проекте участвует несколько известных личностей, профессионалов в своих областях (например, Жаки Херли, корреспондент RTÉ Sports; Лиззи Лайонс, шеф-повар и предприниматель; Дин Странг, адвокат; Джоанна Донелли, метеоролог). В роли послов STEM они записали видео-интервью с исследовательской группой Career Mathways, в которых рассмотрели различные примеры использования математики в своей работе и подчеркнули, насколько важно хорошо понимать математику и уметь ее использовать. Эти видео помогут сделать математику более привлекательной для школьников и могут помочь учителям в ситуации, когда они сталкиваются с вопросом «Где я буду это использовать?», имея в виду математические знания. Затем команда исследователей использовала видеоматериалы для разработки набора ресурсов, включая подробные учебные планы и рабочие тетради для школьников с реальными задачами, а также серию плакатов о ценности математики в различных профессиях.

В 2018/19 учебном году программа Career Mathways была развернута в шести пилотных школах: Crescent College Comprehensive (г. Лимерик); Ardscoil Rís (г. Лимерик); Castletroy College (г. Лимерик); St Leo's College (г. Карлоу); St Brendan's Community School (г. Оффали) и Colaiste Phádraig (г. Дублин). В течение восьми недель года, предшествующего переходу на последующий уровень обучения, учащиеся этих школ могли посетить серию уроков, подробно рассматривающих роль математики в тринадцати различных профессиях. Предварительно учителя из каждой из этих школ приняли участие в специальном учебном мероприятии. На одном из таких стартовых мероприятий посол STEM, детектив-сержант Фрэнк Лавин, подробно рассказал о том, как он использует математику в своей работе судебного расследователя дорожных происшествий. Если проект окажется успешным, то на следующем этапе предполагаются набор большего числа послов STEM и разработка онлайн-платформы для предоставления рабочих материалов всем заинтересованным школам.

Южный федеральный университет активно включился в реализацию проекта STEM-образования. Группа исследователей из подразделений естественных наук, техники, инженерии и математики участвует в конференциях, проходящих в сотрудничающих университетах, разрабатывает и готовит к внедрению соответствующие магистерские программы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kelly R.* Understanding aims and values of science: developments in the Junior Cycle Specifications on nature of science and pre-service science teachers' views in Ireland. Erduran Irish Educational Studies, 2019, 38(1).
2. *O'Meara N., Prendergast M., Cantley I., Harbison L., O'Hara C.* Teachers' self-perceptions of mathematical knowledge for teaching at the transition between primary and post-primary school. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 2019.

EXPERIENCE OF IMPROVING THE QUALITY OF TEACHING MATHEMATICS THROUGH STEM EDUCATION ELEMENTS

Anna Druz

Southern federal university, Rostov-on-Don

andruz@sfedu.ru

Abstract

This article presents pedagogical recommendations based on experience of working with talented students.

Keywords: *professional goals, giftedness*

REFERENCES

1. *Kelly R.* Understanding aims and values of science: developments in the Junior Cycle Specifications on nature of science and pre-service science teachers' views in Ireland. Erduran Irish Educational Studies, 2019, 38(1).
2. *O'Meara N., Prendergast M., Cantley I., Harbison L., O'Hara C.* Teachers' self-perceptions of mathematical knowledge for teaching at the transition between primary and post-primary school. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 2019.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ДРУЗЬ Анна Николаевна – доцент Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону.

Anna Nokolaevna DRUZ' – Assosiate professor of I.I. Vorovich Insitute of mathematics, mechanics and computer science, Southern federal university, Rostov-on-Don.

email: andruz@sfedu.ru

Материал поступил в редакцию 10 августа 2019 года

УДК 372.851

НЕКОТОРЫЕ ПУТИ ПРЕОДОЛЕНИЯ ТРУДНОСТЕЙ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ

Л.Н. Евелина[1], О.М. Кечина[2]

Самарский государственный социально-педагогический университет, Самара

[1] evelina.evelina-ln@yandex.ru, [2] omka-83@mail.ru

Аннотация

Описаны основные трудности, с которыми сталкиваются студенты на начальном периоде обучения в высшем учебном заведении в рамках изучения математических дисциплин. Приведены возможные пути преодоления этих трудностей для студентов направления подготовки «Педагогическое образование» – будущих учителей математики – на примере дисциплины «Математический анализ».

Ключевые слова: *изучение математических дисциплин, трудности в усвоении математического содержания, подготовка учителя математики*

Осознанный выбор будущей профессии, как правило, сказывается на успешности результатов обучения в высшем учебном заведении. Действительно, вся дальнейшая профессиональная деятельность должна вызывать положительные эмоции у человека, способствовать раскрытию творческих возможностей, обеспечивать его материально и придавать уверенность в его востребованности обществом.

Как сделать максимально успешным для студента период вузовского обучения? Как сформировать необходимые в будущем навыки, чтобы в компетентности молодого учителя не сомневались ни ученики, ни их родители, ни администрация школы? Как подготовить знающего, уверенного в себе и интересного учителя? Что является наиболее трудным для студентов в обучении на первом курсе и как эти трудности устранить – вот эту проблему мы обозначили для себя в качестве приоритетной в работе со студентами. Чтобы наметить пути решения проблемы трудностей, необходимо их выделить и проанализировать. Нас интересовали трудности, с которыми студентам младших курсов пришлось столкнуться на занятиях по математическим дисциплинам [3].

Опрос студентов различных курсов позволил выделить основные встретившиеся им трудности. Прежде всего, изменился учебный режим: продолжительность одного занятия увеличилась, а сложность и абстрактность учебного материала возросли, при этом доля самостоятельности в усвоении содержания возросла еще больше; математический язык стремительно наполнялся новыми формулами, правильно писать и произносить которые не всегда удавалось с первого раза. Лекционный метод изложения учебного материала не позволял быстро реагировать на трудные моменты в теории, препятствовал полному и качественному анализу существенных вопросов, не давал возможности своевременно получить ответ на интересующий вопрос, а число доступных для понимания примеров оказывалось незначительным. Кроме того, недостаточный уровень математической подготовки по отдельным разделам, отсутствие достаточной базы знаний и несформированность необходимых навыков учебных действий (выделение главного в учебном содержании, структурирование материала, управление своей деятельностью и др.) создавали неблагоприятные условия для дальнейшего продвижения по курсу математической дисциплины.

Каждая из перечисленных трудностей у разных студентов может быть выражена в различной степени, необходимо определить, какие действия следует предпринять преподавателю для преодоления и устранения этих проблем. Каким образом нужно выстроить работу, чтобы впоследствии выпускник педагогического вуза, став учителем математики, смог на уровне школьного обучения предотвратить их возникновение.

Одно из наиболее приемлемых решений выделенных проблем мы видим в реализации концепции профессионально-педагогической направленности обучения (ППНО), автором которой является д. п. н., профессор Мордкович А.Г. [7]. Концепция базируется на следующих основных принципах: рациональной фундаментальности, ведущей идеи, непрерывности, бинарности. В настоящее время концепция обросла дополнительными принципами благодаря её востребованности и практической реализации (информатизации и комплексного подхода) [1, 2, 4, 5, 8]. В процессе планирования и проведения занятий по основным математическим дисциплинам, включённым в учебный план педагогического высшего учебного заведения, преподаватель для преодоления вышеуказанных трудностей может применять различные приёмы. Приведём примеры, раскрывающие действия преподавателя при изучении математических дисциплин, которые входят в учебные планы по направлению подготовки «Педагогическое образование», одним из профилей подготовки которых является «Математика». Заметим, что большие трудности оказались связаны с изучением математического анализа.

Одним из основных направлений на пути преодоления трудностей становится осознание значимости фундаментальной математической подготовки. Только знающий математику учитель обладает способностью свободно излагать научные основы предмета, раскрывать перспективы развития математических теорий и показывать на практике примеры воплощения математических идей. Формирование и развитие математической грамотности будущего учителя математики – одни из основных профессиональных задач вузовского этапа подготовки, причём читать и понимать математические тексты учитель обязан, так как ему предстоит работать с учащимися различных профильных классов, значит, он должен поддерживать и развивать интерес школьников к математике, включая чтение и изучение внепрограммной литературы.

На первых занятиях студенты знакомятся с математической символикой, которая может оказаться трудной для запоминания. Как известно из психологии, память человека ассоциативна, значит, для восприятия, усвоения и запоминания абстрактного содержания целесообразно использовать различные аналогии – ассоциации. Так, для запоминания кванторов всеобщности и существования можно предложить следующий способ, связывающий эти символы со словами из английского или других языков. Квантор всеобщности обозначается «перевёрнутой буквой А» – $\forall$. На английском языке слово «любой» – «any», «все» – «all». Перевёрнутая первая буква этих слов (заглавная «А») стала их обозначать в математических предложениях. Аналогично – с квантором существования. Слово «существует» – на английском «exist», на французском – «existe», на немецком – «existiert». Перевёрнутая первая буква этих слов (заглавная «E») обозначает «существование» – $\exists$. В качестве мотивации для запоминания символики используем аргумент о необходимости и возможности быстро записывать и читать математические тексты, которые постепенно удлиняются и усложняются.

Изучение математического анализа в вузе начинается с систематизации сведений об элементарных функциях и их свойствах. Затем происходит переход к изучению понятий предела функции и непрерывности, далее – понятий производной и дифференциала функции одной переменной (лежат в основе дифференциального исчисления), первообразной и интеграла функций одной переменной (являются базисом интегрального исчисления), а затем – числовых и функциональных рядов. По аналогии с изучением функций одной переменной изучают функции многих переменных (более подробно – двух переменных), их дифференцирование и интегрирование. Изучение каждого из перечисленных вопросов влечёт за собой трудности различного характера.

Как известно, функции могут использоваться при моделировании большого количества непрерывных процессов. Характер изменения процесса также может быть описан с помощью производной функции или её первообразной. Чем больше примеров будет найдено или составлено самими студентами для иллюстрации конкретного условия, тем полнее и глубже окажется уровень профессиональной подготовки будущего учителя.

Базисным понятием для всех изучаемых разделов является понятие предела. И снова мы вынуждены констатировать общую проблему первокурсников: строгое изложение теории пределов сложно для восприятия и воспроизведения, ибо сопряжено с большим объёмом нового материала, не изучаемого ранее в школьном курсе, обилием символики и громоздкости рассуждений.

Понятие предела, если и встречается в школьном курсе, то строго не определяется, а преподносится на интуитивном уровне. Поэтому все перечисленные трудности: и отличие в изложении материала, и большой объём формул с новыми символами и обозначениями, и недостаточная база знаний, вместе с малым, из-за ограниченности времени занятия и общего количества часов, количеством примеров, не позволяют обучающимся быстро освоить новую дисциплину.

Можно предложить следующие формы работы: при введении на лекции понятия конечного предела функции в точке соединить интуитивные представления, имеющиеся у студентов по теме, со строгим определением, которое формулируется как словесно, так и символически, а также приводится наглядная иллюстрация понятия предела, с помощью которой раскрывается геометрический смысл предела функции в точке.

Пусть функция $f(x)$ определена, по крайней мере, в некоторой проколотой окрестности x_0.

Число b называется пределом функции $f(x)$ при x, стремящемся к x_0, если для произвольного положительного числа ε можно указать положительное число δ, зависящее от ε, такое, чтобы для всех x, удовлетворяющих неравенству $0 < |x - x_0| < \delta$, выполнялось неравенство $|\ f(x) - \mathrm{b}| < \varepsilon$.

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0 | \forall x | 0 < |x - x_0| < \delta \Longrightarrow |\ f(x) - \mathrm{b}| < \varepsilon.$$

Геометрический смысл предела функции в точке заключается в следующем. Число b есть предел функции $f(x)$ при $x \to x_0$, если для любого положительного числа ε найдётся такая δ-окрестность точки x_0, что для всех x, отличных от x_0, из этой окрестности соответствующие значения функции $f(x)$ будут заключены в полосе $b - \varepsilon < y < b + \varepsilon$ [9].

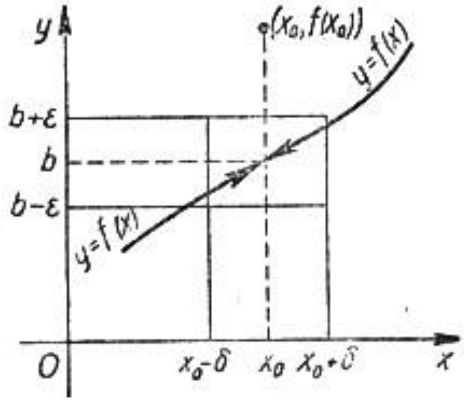


Рисунок 1. Геометрическая иллюстрация конечного предела функции в точке

Обращаясь к геометрической иллюстрации, следует обратить внимание студентов на то, что при проведении прямых $y = b - \varepsilon$ и $y = b + \varepsilon$ и перпендикуляров из точек пересечения этих прямых с графиком функции $y = f(x)$ расстояния от точки x_0 до получившихся оснований перпендикуляров на оси абсцисс в общем случае различны. В качестве радиуса окрестности точки x_0 – числа δ, зависящего от ε, выбирают наименьшее из получившихся расстояний.

Остальные восемь определений предела функции (когда x стремится к конечному числу, $+\infty$, $-\infty$, а функция имеет конечный или бесконечный (положительный или отрицательный) предел) даются по тому же алгоритму. Усвоение всех определений целесообразно обеспечить через самостоятельное изложение студентами в аудитории перед всей группой каждого отдельного случая (2–3 человека заранее готовятся к сообщению).

Более строгие формулировки, по сравнению со школьными учебниками, доказательства утверждений, не входящие в школьный курс математики, – всё это является, по мнению студентов, «препятствием» к выстраиванию взаимосвязи школьного и вузовского курсов математического анализа.

Следует обратить внимание на необходимость осмысленного понимания и запоминания материала. Более высокий уровень абстрактности теории не исключает возможности его интерпретации доступными и понятными средствами. Как правило, к таким средствам относят: различные формы представления информации (таблицы, графики, рисунки), разнообразные практические приложения, задачи устного характера на распознавание существенных и несущественных свойств. И снова преподаватель обращается к студенческой аудитории: каждая группа в составе 2–3 человек получает задание: найти информацию, подготовить примеры (из различных источников или придумать самим) для иллюстрации рассмотренных на лекции (или практическом занятии) теоретических положений. В качестве одного из заданий можно предложить студентам установить связь между различными свойствами функции. Примерами таких заданий могут быть следующие:

Пример 1. Может ли функция быть обратимой, если она: 1) чётная; 2) нечётная; 3) периодическая; 4) непериодическая); 5) возрастающая; 6) убывающая); 7) имеет три нуля; 8) не имеет нулей?

Пример 2. Есть ли связь между непрерывностью функции на отрезке и её ограниченностью на этом отрезке? Есть ли связь между ограниченностью функции на отрезке и наличием у этой функции наибольшего или наименьшего значений на этом отрезке?

После изучения пределов функций в точке и на бесконечности можно предложить задание на установление взаимосвязи определений и основных теорем о пределах функции со свойствами функций.

Пример 3. Может ли функция, для которой $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$: 1) быть чётной; 2) быть нечётной; 3) быть периодической; 4) быть монотонной и непрерывной

[6]?

При выполнении заданий студенты, используя формулировки определений и теорем, должны выделить существенные элементы, которые позволят при ответе на вопрос «можно?» привести примеры функций в случае утвердительного ответа, или, в случае отрицательного ответа, указать, что именно в одном из используемых утверждений противоречит другому утверждению.

В третьем примере при ответе на первый вопрос достаточно привести хотя бы один пример, допустим, $y = \frac{1}{x^2} + 1$. Эта функция, определённая на симметричном относительно нуля промежутке $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, является чётной (значения функции при противоположных значениях аргумента равны друг другу:

$$y(-x) = \frac{1}{(-x)^2} + 1 = y(x) = \frac{1}{x^2} + 1,$$

при этом

$$\lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) = 1.$$

Ответ на второй вопрос будет отрицательным, так как по определению нечётной функции значения функции при противоположных значениях аргумента должны быть противоположны, то есть должно выполняться равенство $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\lim_{x \to -\infty} f(x)$, а по условию эти значения равны.

Таким образом, этот приём работы становится следующим направлением на пути преодоления трудностей студентов.

Усвоение теоретических сведений без связи с условиями их существования в конкретных случаях приводит к искажённым представлениям об их применении на практике. При подборе примеров на лекциях и заданий для практических занятий следует их тщательно проанализировать. Следует выделять новые полученные теоретические сведения, которые сначала будут восприняты в отдельных случаях, затем вместе с другими новыми знаниями, а затем присоединены к постигнутым ранее фактам. Только осознание существующих связей между элементами становится главным показателем качественного математического образования.

Главным в своей работе мы считаем постоянное обращение к опыту студентов по сформированности у них общепрофессиональных и профессиональных компетенций с учётом всех ранее перечисленных принципов ППНО, что отражает как предметную, так и надпредметную области будущей профессиональной деятельности учителя.

Представленный опыт обучения студентов позволяет констатировать положительную динамику в преодолении трудностей у будущих учителей математики уже при прохождении производственных практик, когда они переносят собственный опыт изучения предмета на своих учеников и предлагают им аналогичные задания в процессе усвоения школьного курса математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Антоновская В.В.* Реализация профессионально-педагогической направленности обучения элементарной математике в педвузе: На примере курса «Стереометрия»: автореферат дис. ... кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Орлов. гос. ун-т. Орел, 2004, 19 с.

2. *Белобородова С.В.* Профессионально-педагогическая направленность историко-математической подготовки учителей математики в педвузах: дис. … канд. пед. Наук. М.: 1999, 163 с.

3. *Дорофеев А.В.* Профессиональная направленность математической подготовки будущего педагога // Вестник Оренбургского гос. ун-та, 2005. № 10. Том 1. Гуманитарные науки, С. 124–129.

4. *Евелина Л.Н.* Профессиональная направленность курса элементарной геометрии в педагогическом вузе. Диссертация … канд. пед. наук. М., 1993, 271 с.

5. *Казарихина Т.Н.* Формирование профессиональной компетентности будущих учителей математики в педвузе при проведении дисциплин по выбору: диссертация ... кандидата педагогических наук. Москва, 2012, 200 с.

6. *Мордкович А.Г., Шуркова М.В.* Задачник по введению в математический анализ. М.: Мнемозина, 2008, 136 с.

7. *Мордкович А.Г.* Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: диссертация ... доктора педагогических наук: 13.00.02. Москва, 1986, 355 с.

8. *Тестов В.А.* О формировании профессиональной компетенции учителя математики // Сибирский учитель (электронная версия), № 6(54), 2007. URL:

http://www.sibuch.ru/_OLD/article.php?no=558.

9. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х тт. 9-е изд., стер. СПб.: «Лань», 2009.

SOME WAYS TO OVERCOME DIFFICULTIES IN STUDYING MATHEMATICAL DISCIPLINES BY FUTURE TEACHERS

Lyubov Evelina[1], Olga Kechina[2]

Samara State University of Social Sciences and Education, Samara

[1] evelina.evelina-ln@yandex.ru, [2] omka-83@mail.ru

Abstract

The article describes the main difficulties that students face in the initial period of study at a higher educational institution as part of the study of mathematical disciplines. Possible ways of overcoming these difficulties for students in the field of training Pedagogical education – future teachers of mathematics – on the example of the discipline «Mathematical Analysis» are given.

Keywords: *study of mathematical disciplines, difficulties in mastering the mathematical content, training teachers of mathematics*

REFERENCES

1. *Antonovskaya V.V.* Realizaciya professional`no-pedagogicheskoj napravlennosti obucheniya e`lementarnoj matematike v pedvuze: Na primere kursa «Stereometriya»: avtoreferat dis. ... kandidata pedagogicheskix nauk: 13.00.02 / Orlov. gos. un-t. Orel, 2004, 19 s.

2. *Beloborodova S.V.* Professional`no-pedagogicheskaya napravlen-nost` istoriko-matematicheskoj podgotovki uchitelej matematiki v pedvuzax: dis. … kand. ped. Nauk. M.: 1999, 163 s.

3. *Dorofeev A.V.* Professional`naya napravlennost` matematicheskoj podgotovki budushhego pedagoga // Vestnik Orenburgskogo gos. un-ta, 2005. No 10. Tom 1. Gumanitarny`e nauki, S. 124–129.

4. *Evelina L.N.* Professional`naya napravlennost` kursa e`lementarnoj geometrii v pedagogicheskom vuze. Dissertaciya … kand. ped. nauk. M., 1993, 271 s.

5. *Kazarixina T.N.* Formirovanie professional`noj kompetentnosti budushhix

uchitelej matematiki v pedvuze pri provedenii disciplin po vy`boru: dissertaciya ... kandidata pedagogicheskix nauk. Moskva, 2012, 200 s.

6. *Mordkovich A.G., Shurkova M.V.* Zadachnik po vvedeniyu v matematicheskij analiz. M.: Mnemozina, 2008. 136 s.

7. *Mordkovich A.G.* Professional`no-pedagogicheskaya napravlennost` special`noj podgotovki uchitelya matematiki v pedagogicheskom institute: dissertaciya ... doktora pedagogicheskix nauk: 13.00.02. M., 1986, 355 s.

8. *Testov V.A.* O formirovanii professional`noj kompetencii uchitelya matematiki // Sibirskij uchitel` (e`lektronnaya versiya), No 6(54), 2007. URL: http://www.sibuch.ru/_OLD/article.php?no=558.

9. *Fixtengol`cz G.M.* Kurs differencial`nogo i integral`nogo ischisleniya: v 3-x tt. 9-e izd., ster. SPb.: «Lan`», 2009.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЕВЕЛИНА Любовь Николаевна – доцент кафедры физики, математики и методики обучения Самарского государственного социально-педагогического университета.

Lyubov Nikolaevna EVELINA – assistant professor of Department of Physics, Mathematics and Teaching Methodology, Samara State University of Social Sciences and Education.

email: evelina.evelina-ln@yandex.ru

КЕЧИНА Ольга Михайловна – доцент кафедры физики, математики и методики обучения Самарского государственного социально-педагогического университета.

Olga Mikhailovna KECHINA – assistant professor of Department of Physics, Mathematics and Teaching Methodology, Samara State University of Social Sciences and Education.

email: omka-83@mail.ru

Материал поступил в редакцию 8 августа 2019 года

УДК 378

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

С.Р. Еникеева[1], Е.Д. Крайнова[2]

Казанский национальный исследовательский технологический университет, Казань

[1] enikeeva.svetlana@mail.ru, [2] lena19752007@rambler.ru

Аннотация

Проанализированы качества профессиональной подготовки студентов. Даны решения двух типовых профессиональных задач с помощью математической модели.

Ключевые слова*: общепрофессиональные компетенции, метод построения математической модели*

Реформа российской системы высшего образования направлена на подготовку компетентных бакалавров, способных к непрерывному профессиональному самосовершенствованию и саморазвитию. Основной характеристикой качества профессиональной подготовки студентов направления «Материаловедение и технологии материалов» является общепрофессиональная компетентность – готовность применять фундаментальные математические, естественнонаучные и общеинженерные знания в общепрофессиональной деятельности (ОПК-3). Также в результате обучения у бакалавров данного направления должны сформироваться общекультурные компетенции: способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7).

В результате освоения дисциплины «Математика» обучающийся должен знать математические методы решения профессиональных задач, уметь применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, владеть методами построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов. Из этого следует, что в компетенциях важное место занимают умения, которые связанны с математическим моделированием.

В статье «Междисциплинарные задачи как средство управления математическим развитием студентов» авторы подчеркивают важность решения задач, связанных с их будущей профессией, и приводят ряд задач, для решения которых эффективно применяются разделы математики [3]. Решение типовых профессиональных задач разбирают в учебно-методическом комплекте [2], а также есть в электронных образовательных контентах [1], [4].

При изучении раздела «Дифференциальные уравнения» возникает много типовых профессиональных задач, для решения которых применяется построение математической модели.

Рассмотрим решение задачи химической технологии [5]: при растворении бензойной кислоты в воде (при постоянной температуре) скорость растворения замедляется по мере насыщения раствора. Насыщение наступает тогда, когда вес растворившейся кислоты составляет 28 % веса растворителя (воды). Можно считать, что скорость растворения пропорциональна избытку количества кислоты, насыщающей раствор, над количеством уже растворившейся кислоты. Зная, что через 10 минут после начала растворения раствор имеет крепость 6 %, вычислить крепость раствора через 30 минут после начала растворения.

Обозначим x количество кислоты в 100 г воды, $\frac{dx}{dt}$ – скорость растворения. Из условия следует, что дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = k(28 - x), \text{ где } k > 0,$$

$$x(0) = 0, \quad x(10) = 6.$$

Разделяем переменные и интегрируем:

$$\int \frac{dx}{28 - x} = \int k dt;$$

$$-\ln|28 - x| = kt + \ln c; \quad \ln|28 - x| = -kt + \ln c;$$

$$28 - x = ce^{-kt}; \quad x = 28 - ce^{-kt}.$$

Из начального условия $x(0) = 0$ находим c:

$$0 = 28 - c \Rightarrow c = 28.$$

Из условия $x(10) = 6$ находим k:

$$6 = 28 - 28e^{-10k};\ 28e^{-10k} = 22;$$

$$e^{-10k} = \frac{11}{14};\ k = -\frac{1}{10}\ln\frac{11}{14}.$$

Итак, находим зависимость крепости раствора от времени t:

$$x = 28 - 28e^{\frac{1}{10}\ln\frac{11}{14}t};\ x(30) = 28 - 28e^{\frac{1}{10}\ln\frac{11}{14}\cdot 30} = 28 - 28e^{3\ln\frac{11}{14}} =$$

$$= 28 - 28\cdot\left(\frac{11}{14}\right)^3 = 28 - 28e^{3\ln\frac{11}{14}} = 28 - 28\cdot\left(\frac{11}{14}\right)^3 = 28\cdot\left(1 - \frac{11^3}{14^3}\right) = \frac{(2744 - 1331)}{98} = \frac{1413}{98} \approx$$

$$\approx 14,41.$$

Значит, через 30 минут после начала растворения крепость раствора будет равна 14,4 %.

Рассмотрим решение еще одной задачи [5]. При отстаивании суспензии имеет место медленное осаждение твердых частиц под действием силы тяжести, если сопротивление пропорционально скорости. Найти закон движения частиц, оседающих в жидкости без начальной скорости. По закону Ньютона $F = ma = m\frac{dv}{dt}$.

Так как на частицы действуют силы тяжести и сопротивления, пропорционального скорости, то уравнение примет вид:

$$mg - kv = m\frac{dv}{dt},$$

где k – коэффициент пропорциональности. Преобразуем уравнение с разделяющимися переменными:

$$(g - \frac{k}{m}v)dt = dv;$$

$$\frac{dv}{g - \frac{k}{m}v} = dt;$$

$$-\frac{m}{k}\ln\left|g - \frac{k}{m}v\right| = t + \ln c;\ \ln\left|g - \frac{k}{m}v\right| = -\frac{k}{m}t + \ln c;\ g - \frac{k}{m}v = ce^{-\frac{kt}{m}}.$$

Находим общее решение:

$$v = \frac{mg}{k} + ce^{-\frac{kt}{m}}.$$

Использовав начальное условие $v(0) = 0$, найдем произвольную постоянную c:

$$0 = \frac{mg}{k} + c \Rightarrow c = -\frac{mg}{k}.$$

Таким образом, закон движения частиц:

$$v(t) = \frac{mg}{k} - \frac{mg}{k} e^{-\frac{kt}{m}} = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right).$$

На примерах междисциплинарных задач студенты убедятся, что необходимо знание математики, ее терминологии, умение сформулировать задачу, выбрать метод решения, умение проконтролировать и исследовать полученный результат и оценить возможности его практического применения. Математика способствует развитию интеллектуальных способностей обучающихся и готовит их к будущей профессии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *В.В. Газизова Н.Н, Никонова Н.В.* Электронная образовательная среда в исследовательском университете // Интеграция методической (научно-методической) работы и системы повышения квалификации кадров: Материалы XX Международной научно-практической конференции. Челябинск: 2019, С. 113–120.

2. *Газизова Н.Н., Никонова Г.А., Никонова Н.В.* Учебно-методический комплект по математике для студентов технологического университета // Высшее образование в России. 2018, Т. 27, № 2, С. 56–61.

3. *Дегтярева О.М., Хузиахметова А.Р., Хузиахметова Р.Н.* Междисциплинарные задачи как средство управления математическим развитием студентов // Казанская наука. 2016, №11, С. 142–144.

4. *Еникеева С. Р., Крайнова Е.Д.* Использование информационных технологий при обучении математике студентов технических направлений // Математическое образование в школе и вузе: инновации в информационном пространстве — Mathedu'2018: Материалы VIII Международной научно-практической конференции. Казань: 2018, С. 72–75.

5. *Ноздрин И.Н., Степаненко И.М., Костюк Л.К.* Прикладные задачи по высшей математике: учеб.-метод. пособие. Вища школа, 1976. 176 с.

MATHEMATICAL MODELING AS A MEANS OF DEVELOPMENT OF GENERAL PROFESSIONAL COMPETENCES OF STUDENTS IN THE STUDY OF MATHEMATICS

Svetlana Enikeeva, Elena Krainova

Kazan National Research Technological University, Kazan

[1] enikeeva.svetlana@mail.ru, [2] lena19752007@rambler.ru

Abstract

The quality of professional training of students is analyzed. The solutions of two typical professional problems with the help of a mathematical model are given.

***Keywords**: General professional competence, a method of constructing a mathematical model*

REFERENCES

1. *Gazizova N.N., Nikonova N.V.* Elektronnaya obrazovatel`naya sreda v issledovatel`skom universitete // Integraciya metodicheskoj (nauchno-metodicheskoj) raboty` i sistemy` povy`sheniya kvalifikacii kadrov: Materialy XX Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. Chelyabinsk: 2019, S. 113–120.

2. *Gazizova N.N., Nikonova G.A., Nikonova N.V.* Uchebno-metodicheskij komplekt po matematike dlya studentov texnologicheskogo universiteta // Vysshee obrazovanie v Rossii. 2018, T. 27, No 2, S. 56–61.

3. *Degtyareva O.M., Xuziaxmetova A.R., Xuziaxmetova R.N.* Mezhdisciplinarny`e zadachi kak sredstvo upravleniya matematicheskim razvitiem studentov // Kazanskaya nauka. 2016, No 11, S. 142–144.

4. *Enikeeva S.R., Krajnova E.D.* Ispol`zovanie informacionny`x texnologij pri obuchenii matematike studentov texnicheskix napravlenij // Matematicheskoe obrazovanie v shkole i vuze: innovacii v informacionnom prostranstve. Mathedu’2018: Materialy Ⅷ Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. Kazan: 2018, S. 72–75.

5. *Nozdrin I.N., Stepanenko I.M., Kostyuk L.K.* Prikladnye zadachi po vysshej matematike: ucheb.-metod. posobie. Vishha shkola, 1976, 176 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЕНИКЕЕВА Светлана Рашидовна – Казанский национальный исследовательский технологический университет», г. Казань.

Svetlana Rashidovna ENIKEEV – Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, Kazan National Research Technological University, Kazan.

email: enikeeva.svetlana@mail.ru

КРАЙНОВА Елена Дмитриевна – кандидат педагогических наук, доцент, г. Екатеринбург.

Elena Dmitrievna KRAINOVA, Ph.D. of Pedagogical Sciences, associate professor, Kazan National Research Technological University, Kazan.

email: lena19752007@rambler.ru

Материал поступил в редакцию 17 августа 2019 года

УДК 378.147.51

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ОБЕСПЕЧЕНИЮ УСТОЙЧИВОСТИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

В.Г. Ермаков

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель

vgermakov@gmail.com

Аннотация

Обоснована актуальность подготовки учителя к обеспечению устойчивости образовательного процесса, описано содержание специального курса, предназначенного для решения этой задачи, предложена концепция инновационного центра активных методов педагогической коррекции.

Ключевые слова: *педагогическое образование, обучение математике, педагогическая коррекция, устойчивость*

Главная цель данной статьи состоит в описании дополнений, которые необходимо внести в систему подготовки учителя-предметника в связи с глубокими изменениями в мире и образовании. Задачи, стоящие перед учителем, выполняющим роль посредника между поколениями, между личностью и культурой, сложны и ответственны. Наследие великих педагогов демонстрирует всю многогранность педагогической деятельности и, что особенно важно, принципиальную разрешимость этих задач. Но трансляция растущего объёма информации и опыта при смене поколений не может осуществляться только уникальными личностями, поэтому в массовом образовании так или иначе формируется некий аналог конвейерного производства, выражаемый, в частности, педагогическими технологиями, которые облегчают труд педагога, но одновременно ограничивают его творчество. В.В. Розанов писал: «Техника, присоединившись к душе, дала ей всемогущество. Но она же её и раздавила. Появилась «техническая душа» (...). И вдохновение умерло» [5, с. 43]. При пассивном участии педагога в управлении образовательным процессом даже тщательно продуманные и многократно испытанные технологии обучения, как правило, теряют свою эффективность.

В.В. Давыдов однажды отметил, что московские поурочные разработки работают только в руках тех учителей, которые вместе с учениками и учёными их разрабатывали, и что печатать следовало принципы их разработки. Но если после многолетней отладки этой технологии все нюансы обучения школьников в произвольно взятом классе выявить не удалось, то можно констатировать, что педагогические технологии не обеспечивают полноту управления образовательными процессами. Акцент на поурочных разработках показывает, что линейные модели управления остаются идеалом и для разработчиков технологий, и для их исполнителей, а они не предполагают больших отклонений от учебного плана. Как и предсказывал Розанов, жёстко заданная технология обучения лишает педагога необходимой инициативы, а тогда вступает в силу известное изречение китайских мудрецов: «А коли человек превратный пользуется верным средством, то и верное средство действует превратно». Следовательно, нужно искать способы оказания такой помощи педагогу, которая была бы не во вред, а во благо и учащимся, и ему самому, и всей системе образования.

Оценивая перспективы решения этой задачи, отметим, что не только педагогические технологии, застывшие в виде поурочных разработок, но и «живое» управление педагога не могут быть достаточно полными. В статье «Диалектика идеального» Э.В. Ильенков обратил внимание на мощное воздействие на индивида со стороны всеобщих норм культуры, которые он вынужден усваивать как обязательный для себя закон своей собственной жизнедеятельности, включая нормы бытовой культуры, языка, мышления о вещах, которые его окружают с детства и т. д. В том же ключе высказался и Л.Н. Толстой в острой статье «О народном образовании» (1874): «Чем дальше один народ в общем образовании ушёл вперёд, тем более образование из школы перешло в жизнь и сделало содержание школы ничтожным». Наличие столь большого числа факторов, управление которыми не подвластно педагогу, означает, что даже при относительно стабильном развитии образования ему в значительной мере приходилось действовать вслепую.

Теперь положение дел меняется кардинально. С одной стороны, как показано в статье [1], на образовательные процессы начинают оказывать мощное деструктивное влияние глубокие перемены в демографической, экономико-политической, экологической и иных областях. В результате стабильность этих процессов нарушается непредсказуемым образом, причём решение данной проблемы ложится дополнительным бременем на плечи педагога, так как именно он находится в центре событий. С другой стороны, в изменившихся условиях неожиданным образом открываются и новые возможности, которые можно выразить следующей метафорой: как ураган, вырывая деревья из земли, обнажает их корневую систему, так и значительные обострения учебного процесса помогают увидеть их главные причины. Благодаря более точной ориентировке в ситуации в момент её явного ухудшения легче выстраивать необходимые контрмеры.

Конкретный пример такого рода даёт представленная в статье [3] стратегия разрешения проблем, порождаемых начальными понятиями аксиоматических теорий. В таких точках учебного материала проблемы и резервы современного образования переплетаются самым тесным образом, поскольку в этом случае нужно особо заботиться не только о содержательных аспектах пропедевтики сложного понятия, но и о развитии учащегося, используя для этого новации в организации текущего контроля и более тонкие динамические связи между процессом обучения и развитием учащихся. В результате этих усилий учебная деятельность учащегося приобретает новое качество, на этой основе учебный процесс ускоряется, позволяя наверстать время, потраченное на описанные мероприятия. Как ни парадоксально, активная реакция на кризисное обострение делает обучение развивающим.

Такого рода примеры вскрывают мировоззренческие причины снижения эффективности образования. В самом деле, какой бы интенсивной ни была пропедевтика понятий, она нарушает ритм выполнения учебного плана, при этом заранее включить её в план подготовки невозможно, так как без прямого учёта ситуации в конкретной группе учащихся и без опоры на обратные связи «распредмечивание» понятий, рассчитанное на все случаи жизни, потребовало бы слишком много времени. Таким образом, по крайней мере, из-за стремительно растущей неоднородности информационного пространства культуры оптимизация образовательных процессов должна осуществляться на базе нелинейных моделей управления, а они пока плохо вписываются в сложившиеся представления. Есть и другие основания считать, что в системе развивающего образования использование нелинейных моделей управления принципиально необходимо.

Названные обстоятельства меняют ситуацию с подготовкой будущего учителя-предметника двояко. Положительный момент здесь состоит в том, что освоение каких-либо частных методов проведения интенсивных корректирующих мероприятий открывает путь к новым резервам образования, связанным с переходом на динамический тип устойчивости образовательных процессов. Кроме того, опыт более точной ориентировки и адресного вмешательства в учебную ситуацию составляет в современных условиях необходимую основу профессионального творчества педагога. Негативный момент заключается в том, что в этот «скоростной лифт» на вершины профессионального мастерства будущему учителю самостоятельно попасть очень трудно, в том числе вследствие отмеченного ранее общего неприятия более сложных (нелинейных) моделей управления. Поэтому специальная подготовка будущего учителя к обеспечению устойчивости образовательного процесса должна стать особой заботой преподавателей педагогических вузов.

Решению этой задачи мешает низкий уровень взаимодействия между педагогикой, психологией, методикой преподавания математики и математическими курсами. В статье [2] эта разобщённость подтверждена анализом явного сбоя в подготовке учителей, в ней показано также, что рассогласование усиливается продолжающейся дифференциацией науки и стремлением учёных строить научные теории в замкнутом виде. В результате этого наиболее проблемные ситуации, для диагностики и разрешения которых нужны комплексные подходы, фактически оказались за рамками имеющихся областей знания. С целью преодоления разрывов между ними был разработан небольшой по количеству часов специальный курс «Методологические и методические проблемы современного математического образования», построенный в виде своеобразного авторского сечения того расслоенного пространства, который образован курсами психолого-педагогического цикла.

В данном спецкурсе использован ряд опорных работ. Прежде всего, работа М.Г. Башмаковой «Лекции по истории математики в Древней Греции» (Историко-математические исследования. Вып. XI. 1958), в которой указаны обстоятельства появления в математике теорий, основанных на доказательствах. Напоминание студентам об этом грандиозном событии, существенно повлиявшим на развитие математики, математического образования и цивилизации в целом, принципиально важно ввиду открывающейся возможности соединить большой объём разнообразных сведений в единый комплекс. Во-первых, опора на логические связи между фактами, подсказанная строением математических теорий, позволяет сжимать информацию и этим облегчает её передачу от поколения к поколению. Во-вторых, усвоение взаимосвязанного материала усиливает антиэнтропийную направленность интеллекта, присущую человеку. Этот факт даёт важный ориентир для проведения корректирующего обучения и борьбы с обрывочными и неверными представлениями учащегося. Рассчитывая на притягательность для человека названного качества его интеллекта, приводить в порядок можно только часть хаотично сложившихся представлений, полагая, что это даст толчок самостоятельному упорядочению и всего остального. Иными словами, разрешение кризисной ситуации может не быть всеобъемлющим, достаточно подтолкнуть её в сторону аттрактора, найденного в Древней Греции. В-третьих, осмысление педагогических аспектов данного переломного момента в развитии математики помогает педагогу распознавать негативные побочные эффекты от проводимых реформ, например, от введения централизованного тестирования, и устранять их со знанием дела. В-четвертых, с этих позиций будущий учитель сможет глубже понять, почему Я.А. Коменский объяснял тайну эффективности своего метода постоянным применением анализа и синтеза – как основы любого рода учёности, почему во многих системах развивающего обучения авторы отдают приоритет развитию теоретического мышления, и т. д.

Важной опорой служит и работа С.А. Яновской «Из истории аксиоматики» (Историко-математические исследования. Вып. XI. 1958). Анализ ожесточённых споров, которые велись в Древней Греции по поводу исходных понятий геометрии, привёл Яновскую к выводу о том, что их объективной причиной стали трудности, связанные с математическим выражением непрерывности, то есть уже тогда предложенная Аристотелем трактовка начал «доказывающей» науки как самоочевидных истин оказалась неверной. Открытия Н.И. Лобачевского и практика широкого применения аксиоматического метода в современной математике окончательно подтвердили справедливость вывода Яновской о значительной сложности начальных понятий теории. Тем самым подтверждено наличие в информационном пространстве культуры понятий и символов высокого уровня, которые не оснащены педагогической оболочкой и «останавливают мысль». Данный факт влечёт за собой каскад следствий, описанных в статье [3]. Например, актуальная в данном случае пропедевтика понятий посредством локального обращения аксиоматической теории даёт образец дозированного перехода на нелинейные модели управления и подсказывает адресные новации в системе контроля. Эффективность таких корректирующих мероприятий студенты могут оценить и на собственном опыте – при соответствующей организации обучения в основных математических курсах, что расширяет базу подготовки к обеспечению устойчивости образовательного процесса.

Сформированные в первой части спецкурса опорные сведения и представления, подкрепленные примерами и собственным опытом студентов, облегчают изучение и осмысление принципов и методов развивающего образования. Благодаря этому во второй части спецкурса удаётся изложить в кратком и взаимосвязанном виде ключевые элементы теорий Л.В. Занкова, Д.Б. Эльконина и В.В. Давыдова, П.Я. Гальперина, Л.С. Выготского, Э.В. Ильенкова и других авторов. Принципиальный момент здесь состоит в том, что изучение этих психолого-педагогических теорий опирается на предшествующий анализ событий в математике, поэтому оно уже не будет формальным, что, в свою очередь, открывает путь к творческому применению и развитию приобретённых знаний. Решенная автором проблема операционализации дидактических принципов системы Л.В. Занкова служит примером укрепления межпредметного взаимодействия: опыт проведения коррекционных мероприятий при обучении математике помогает раскрыть потенциал развивающего образования, а его более точное применение придаёт этим мероприятиям дополнительную стремительность и эффективность.

Операционализация нетривиальных дидактических принципов, к тому же выраженных в обобщённом виде, была бы невозможна без новаций в управлении и контроле, главная из которых заключается в использовании на каждом этапе коррекции наиболее подходящей формы контроля. Многие из них конфликтуют друг с другом, но эту методологическую проблему теории контроля легко разрешить на базе нелинейных моделей управления простым разведением их применения во времени. Расширяющийся методологический базис исследования позволяет свести знакомство студентов с проблемными вопросами теории контроля в третьей части спецкурса к изучению нескольких ярких работ под одним и тем же углом зрения, с одним и тем же вопросом – каким образом данная форма контроля может способствовать коррекции учебной деятельности, неформальному усвоению материала и развитию личности. Для запуска профессионального творчества педагога в данном направлении этого импульса достаточно, а простор для взаимосвязанной разработки проблем развивающего образования и проблем контроля, как показано в монографии автора [4], ещё очень велик.

В заключительной части спецкурса с целью дальнейшего интеграции сведений из разных областей психолого-педагогического и методического знания в единое целое обсуждаются общие вопросы корректирующего обучения и конкретные примеры коррекции, многие из которых отличаются ураганными по динамике развития позитивными последствиями. Сильное эмоциональное воздействие на студентов оказывает тот факт, что примеры в большинстве своём взяты из опыта работы начинающих учителей, которые ещё продолжали обучение в университете на заочном отделении. Так, в одном случае начинающий учитель после нескольких лет не вполне успешной работы, получив совет воспользоваться методом П.Я. Гальперина для введения понятия дроби, пропедевтику этого понятия проводила долгих три месяца, но после этого все ученики в классе успешно усвоили годовую программу к 1 марта. Во время эксперимента она действовала самостоятельно, без консультаций с преподавателями вуза. Собственная активность учителя, ясные контуры проблемной ситуации и хорошая привязка к месту применения сделали метод Гальперина похожим на самораспаковывающийся архив. Отсюда следует, что помощь учителю в восстановлении устойчивости образовательного процесса более всего нужна в диагностике текущей учебной ситуации, выборе подходящих методических средств для её исправления и профессиональной подстраховке во время актуальных отклонений от учебного плана.

Студентам дневного отделения обрести такой практический опыт сложнее. Педагогическую практику они проходят у учителей высокой квалификации, что оправдано, однако в таких классах предварительная коррекционная работа уже проведена учителем и потому не видна, а после окончания вуза, попав в обычный класс, они сталкиваются с этими проблемами без необходимого опыта и профессиональной поддержки. Поэтому часть педагогической практики нужно целенаправленно посвящать работе студентов со слабыми учениками или со слабыми классами.

Более действенной была бы практика студентов на специальных экспериментальных площадках, на которых студенты под руководством преподавателей в виде оказания шефской помощи или в рамках волонтерского движения брали бы под свою опеку слабые классы и энергичными действиями, например, во внеурочное время, выводили их к устойчивому и успешному развитию. После этого площадкой для эксперимента должен становиться другой слабый класс.

Действующим учителям помощь в трудных ситуациях могли бы оказывать сотрудники инновационных научно-практических Центров активных методов педагогической коррекции, которые следовало бы открыть при педагогических вузах по аналогии со службами оказания скорой медицинской помощи. Методологический ресурс для такой работы в данной статье обозначен.

Выводы. Подготовка будущего учителя к обеспечению устойчивости образовательного процесса становится всё более актуальной в силу того, что в современном быстро меняющемся мире на первый план выходит огромное количество факторов, деструктивно влияющих на систему образования. Из-за них заблаговременно обеспечить абсолютную стабильность образовательных процессов невозможно, поэтому действовать придётся в том числе и post factum, реагируя на неизбежные обострения учебной ситуации. Благоприятствует разрешению этих проблем то обстоятельство, что ориентировка в конкретных условиях проявившегося кризисного обострения облегчается и этим помогает учителю осуществлять педагогическую коррекцию адресно, попутно приобретая важный опыт управления образовательными процессами на основе динамического типа устойчивости и открывая для себя огромные пласты неиспользованных резервов повышения качества образования. Поэтому важное место в системе педагогического образования должно занять обучение активным методам педагогической коррекции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ермаков В.Г.* Методологические и социально-культурные аспекты обеспечения устойчивости образовательных процессов // Педагогическая наука и образование. 2017, № 4(21), С. 3–11.

2. *Ермаков В.Г.* Методология межпредметного взаимодействия при подготовке учителя-предметника в условиях кризиса системы образования // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. 2013, № 3(78), С. 60–66.

3. *Ермаков В.Г.* Психолого-педагогические аспекты применения аксиоматического метода в обучении математике // Н.И. Лобачевский и математическое образование в России: Материалы Международного научного форума по математическому образованию, 18–22 октября 2017 г. Казань: Издательство Казанского университета, 2017. Т. 1, С. 13–17.

4. *Ермаков В.Г.* Развивающее образование и функции текущего контроля. В 3 ч. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2000, 778 с.

5. *Розанов В.В.* Уединённое. М.: Политиздат, 1990, 543 с.

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TRAINING A MATHEMATICS TEACHER TO ENSURE THE SUSTAINABILITY OF THE EDUCATIONAL PROCESS

Vladimir Ermakov

Francisk Skorina Gomel State University, Gomel

vgermakov@gmail.com

Abstract

The relevance of preparing a teacher to ensure the sustainability of the educational process is justified, the content of a special course designed to solve this problem is described and the concept of an innovative center of active methods of pedagogical correction is proposed.

Keywords*: pedagogical education, mathematics training, pedagogical correction, sustainability*

REFERENCES

1. *Ermakov V.G.* Metodologicheskie i social'no-kul'turnye aspekty obespecheniya ustojchivosti obrazovatel'nyh processov // Pedagogicheskaya nauka i obrazovanie. 2017, No 4(21), S. 3–11.

2. *Ermakov V.G.* Metodologiya mezhpredmetnogo vzaimodejstviya pri podgotovke uchitelya-predmetnika v usloviyah krizisa sistemy obrazovaniya // Izvestiya Gomel'skogo gosudarstvennogo universiteta imeni F. Skoriny. 2013, No 3(78), S. 60–66.

3. *Ermakov V.G.* Psihologo-pedagogicheskie aspekty primeneniya aksiomaticheskogo metoda v obuchenii matematike // N.I. Lobachevskij i matematicheskoe obrazovanie v Rossii: Materialy Mezhdunarodnogo nauchnogo foruma po matematicheskomu obrazovaniyu, 18 –22 oktyabrya 2017 g. Kazan': Izdatel'stvo Kazanskogo universiteta, 2017, T. 1, S. 13–17.

4. *Ermakov V.G.* Razvivayushchee obrazovanie i funkcii tekushchego kontrolya. V 3 ch. Gomel': GGU im. F. Skoriny, 2000, 778 s.

5. *Rozanov V.V.* Uedinyonnoe. M.: Politizdat, 1990, 543 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ЕРМАКОВ Владимир Григорьевич – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины, г. Гомель, Беларусь.

Vladimir Grigorievich ERMAKOV – D.Sc. in Pedagogic Sciences Ph.D. of physical and mathematical sciences, Associate Professor, Francisk Skorina Gomel State University, Gomel.

email: vgermakov@gmail.com

Материал поступил в редакцию 23 августа 2019 года

УДК 519.85(023)+372.8:51

ЗАДАЧА СОРТИРОВКИ НА ГРАФАХ В ОЛИМПИАДАХ ПО ПРОГРАММИРОВАНИЮ

М.И. Киндер[1], А.В. Казанцев[2]

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань

[1] mkinder@rambler.ru, [2] Andrei.Kazantsev@kpfu.ru

Аннотация

Разобрана задача сортировки данных, отношение порядка между которыми описано в виде отношения смежности вершин на произвольном графе. Выделены подзадачи и вопросы, относящиеся к «окрестности» проблемы; их решение представляет собой своеобразные уровни «погружения» в решение общей задачи. Обсуждены алгоритмы решения отдельных подзадач для графов специального вида, а также различные подходы к решению проблемы сортировки в общем случае. Задача сортировки такого типа предлагалась на Кубке международной школы ISI-Junior по спортивному программированию в июле 2019 года (г. Иннополис).

Ключевые слова*: олимпиады по информатике, олимпиады по математике, олимпиады по спортивному программированию, многоуровневые задачи, исследовательские задачи для школьников, задача сортировки на графах*

ВВЕДЕНИЕ

Сортировка является одной из фундаментальных алгоритмических проблем в информатике. В настоящее время имеется огромный выбор различных алгоритмов сортировки, в которых используются многие важные методы. Как правило, в задачах на сортировку требуется по заданной последовательности чисел (объектов) построить новую последовательность, в которой числа расположены в порядке возрастания или убывания. В такой формулировке считается, что новая последовательность элементов подчиняется некоторому исходному отношения порядку.

В этой статье мы разбираем задачу сортировки данных в случае, когда отношение порядка задано в виде отношения смежности вершин на произвольном графе.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На одном из соревнований по программированию (Международная школа ISI-Junior) школьникам была предложена следующая задача (автор — *Киндер М.И.*).

В IT-компании работают n сотрудников, пронумерованных от 1 *до n. Некоторые сотрудники этой компании находятся в подчинении у других сотрудников. У одного и того же сотрудника может быть несколько начальников, и никакой сотрудник не может быть начальником самому себе.*

Эффективность работы каждого сотрудника оценивается с помощью специального показателя его рейтинга.

У каждого сотрудника есть свой рабочий кабинет, номер которого в настоящий момент совпадает с номером этого сотрудника. Для улучшения работы компании решено провести реформу, упорядочив номера кабинетов в соответствии с рейтингом сотрудников, при этом сотрудник с самым низким рейтингом после реформы должен оказаться в кабинете 1*, сотрудник со вторым по величине рейтингом – в кабинете* 2*, и так далее, наконец, сотрудник с самым высоким рейтингом должен переселиться в кабинет n.*

Корпоративные правила компании разрешают пересаживать сотрудников A и B только в том случае, если один из них находится в подчинении у другого (то есть либо A находится в подчинении сотрудника B, либо B находится в подчинении у сотрудника A).

Необходимо составить программу, которая определяет, возможна ли требуемая рассадка персонала и, если возможна, определить список этих пересаживаний.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ

Рассмотрим граф G, в котором вершины обозначают сотрудников компании, а ребра соответствуют отношению подчинения, то есть вершины A и B соединены ребром, если сотрудник A находится в подчинении сотрудника B, либо B находится в подчинении у сотрудника A. Кроме того,

- каждая вершина графа имеет рейтинг — целое положительное число;
- разрешается менять местами рейтинги у двух смежных вершин графа;
- требуется отсортировать исходный набор рейтингов по возрастанию, переставляя на каждом шаге рейтинги только у двух вершин; если это сделать невозможно, то вывести число –1.

Замечание. Обычная сортировка соответствует случаю, когда граф отношений между элементами исходного массива является полным, то есть любые две вершины графа соединены ребром. Действительно, в этом случае любые два числа из массива рейтингов можно переставить местами без всяких ограничений.

3. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Обсудим возможные подходы к решению задачи в частных случаях, а затем разберём алгоритм решения в общей ситуации. Прежде всего, отметим, что для сортировки всего массива рейтингов достаточно разобраться в процедуре перестановки каких-нибудь двух чисел этого массива.

Подзадача 1. Рассмотрим случай, когда в графе *G* отношений есть вершина, соединённая ребрами со всеми вершинами графа. Такую вершину будем называть *боссом* и обозначим её через *B*. Эта вершина имеет статус *начальника* по отношению ко всем без исключения сотрудникам компании.

В этом случае перестановку любых двух сотрудников с рейтингами *x* и *y* можно сделать за один или три шага, при этом положение остальных элементов массива рейтингов не меняется:

Расположение:	Переставляем элементы:
x … *y* … ***B***	***x*** и ***B***
B … ***y*** … *x*	***B*** и ***y***
y … ***B*** … ***x***	***B*** и ***x***
y … *x* … ***B***	

Таким образом, реализация алгоритма решения подзадачи 1 будет такой:

- по матрице смежности графа определяем вершину ***B***, смежную со всеми остальными вершинами;

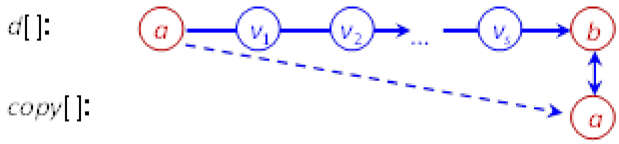
- находим вершину с наименьшим рейтингом d_1 и с помощью не более, чем *трёх* перестановок перемещаем её на первое место в массиве рейтингов d;
- затем находим вершину со следующим по величине рейтингом d_2 и ставим её на второе место указанным выше способом. И так далее...

Замечание. Можно воспользоваться алгоритмом быстрой сортировки [1, 2] исходного массива рейтингов. После этого, зная положение каждого элемента в отсортированном массиве, можно заниматься перестановкой элементов на требуемые позиции. В этом случае сложность описанного алгоритма будет иметь порядок $O(n \log n)$, где n — число вершин графа.

Подзадача 2. Создадим массив *copy*[] — копию исходного массива рейтингов и отсортируем его числа по возрастанию. Теперь мы знаем, на какое место в графе нужно переместить каждое число исходного набора.

Пусть a — произвольная вершина графа и b — вершина графа, на место которой необходимо переместить вершину a. С помощью обхода в ширину находим кратчайший путь от a до b. Если такого пути не существует, выводим –1.

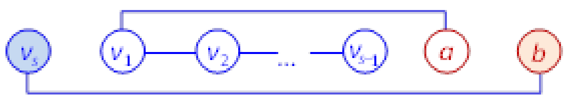
Пусть этот путь состоит из (s+1) рёбер: $a — v_1 — v_2 — \ldots — v_s — b$.



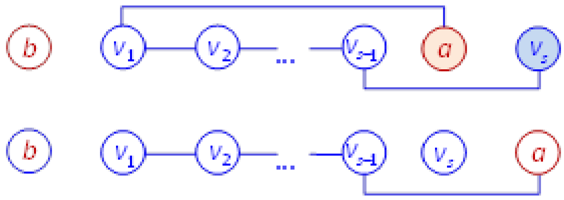
Например, если длина пути равна 1, сотрудников a и b можно пересадить за один шаг; если равна 2, — за 3 шага. С помощью индукции попытаемся оценить количество шагов. Выделим часть пути от a до v_s длиной s рёбер:

$$(a — v_1 — v_2 — \ldots — v_s) — b.$$

Предположим, что за k шагов можно переставить числа в вершинах a и v_s, то есть через k шагов получим следующее расположение элементов массива рейтингов:



Затем за один шаг переставим числа *b* и v_s (это возможно, поскольку между вершинами *b* и v_s есть ребро). Используя рекурсию, ещё за *k* шагов поменяем числа в вершинах *a* и v_s пути ($a — v_1 — v_2 — ... — v_s$) — *b*:



В результате вершины *a* и *b* поменялись местами, причём остальные элементы массива остались на прежних местах. В этой процедуре обмена потребовалось k+1+k=2k+1 шагов для перестановки двух чисел-рейтингов *a* и *b*. Например, для k=1 число шагов равно трём; следующее число шагов равно 2·3+1=7, для k=4 будет 2 7+1=15 шагов, и так далее.

Ситуация, связанная с подсчётом числа шагов в этой сортировке, напоминает известную задачу о «Ханойских башнях», да и окончательная формула числа шагов для пути длиной *s* рёбер совпадает с числом операций в этой известной головоломке: $2^s–1$.

Сложность приведённого решения — $O(n^2 2^s)$, где *s* — максимальная длина пути между вершинами *a* и *b* ($s<n$).

Подзадача 3. Приведём теперь решение задачи, которое можно считать вполне удовлетворительным по числу операций, необходимых для сортировки массива, его алгоритмическая сложность имеет порядок $O(n^3)$.

Основная идея — циклический сдвиг чисел v_i вдоль пути между вершинами *a* и *b*. Проиллюстрируем на примере пути $a — v_1 — v_2 — v_3 — b$. Сначала за s=3 шага выполним циклический сдвиг вправо первых s+1=4 элементов этого пути. Это можно сделать следующим образом:

Расположение:	Переставляем элементы:
$\mathbf{a} — \mathbf{v_1} — v_2 — v_3 — b$	**a** и $\mathbf{v_1}$
$\mathbf{v_1} — a\ \mathbf{v_2} — v_3 — b$	$\mathbf{v_1}$ и $\mathbf{v_2}$
$\mathbf{v_2}\ a — v_1\ \mathbf{v_3} — b$	$\mathbf{v_2}$ и $\mathbf{v_3}$
$v_3\ a — v_1 — v_2\ b$	

Теперь поменяем местами числа в вершинах v_3 и b. Это можно сделать за один шаг, поскольку между ними есть ребро.

В результате получим: $b\ a — v_1 — v_2 — v_3$. Рассмотрим путь от a до v_3 в «*обратном»* направлении, и за s=3 шага снова выполним циклический сдвиг влево s+1=4 элемента этого пути: $v_1 — v_2 — v_3\ a$. В итоге получим нужное расположение вершин a и b:

$b\ v_1 — v_2 — v_3\ a$.

В общем случае такая «циклическая» перестановка элементов реализуется за 2s–1 шагов, где s — длина пути между вершинами a и b. Итоговая сложность алгоритма — $O(n^3)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как отмечалось в [3], создание качественных олимпиадных задач по математике и информатике является сложным и трудоёмким процессом. Большинство задач, которые предлагаются на таких интеллектуальных соревнованиях, представляют собой многоуровневые исследовательские проблемы. В статье представлена одна из таких оригинальных задач, постановка которой близка к классической фундаментальной задаче сортировки данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кнут Д.Э.* Искусство программирования. Том 3. Сортировка и поиск. 2-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2007, Т. 3, 832 с.
2. *Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К.* Алгоритмы: построение и анализ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. 1296 с.
3. *Киндер М.И.* Классические комбинаторные объекты на соревнованиях по программированию // Информационные технологии в образовании и науке. ИТОН 2016: Материалы международной научно-практической конференции. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2016, С. 46–52.

SORTING PROBLEM ON GRATHS IN PROGRAMMING CONTESTS

Mihail Kinder[1], Andrei Kazantsev[2]

Kazan (Volga region) Federal University

[1] *mkinder@rambler.ru,* [2] *Andrei.Kazantsev@kpfu.ru*

Abstract

The problem of sorting data is analyzed, the order relation between which is described as the adjacency relation of vertices on an arbitrary graph. Subtasks and issues related to the 'neighborhood' of the problem are highlighted; their solution is the level of 'immersion' in the solution of the general problem. Algorithms for solving individual subtasks for graphs of a special kind are discussed, as well as various approaches to solving the sorting problem in the general case. A sorting task of this type was proposed at the ISI-Junior School Programming Cup in July 2019 (Innopolis).

Keywords*: mathematical olympiads, programming contests, informatics olympiads, multilevel tasks in mathematics, multilevel tasks in informatics contests, sorting problem on graphs*

REFERENCES

1. *Knut D.E.* Iskusstvo programmirovaniya. Tom 3. Sortirovka i poisk, 2-ye izd. M.: Izdatel'skiy dom «Vil'yams», 2007. T. 3. 832 s.
2. *Kormen T.X., Leyzerson Ch.I., Rivest R.L., Shtayn K.* Algoritmy: postroyeniye i analiz. M.: Izdatel'skiy dom «Vil'yams», 2005. 1296 s.
3. *Kinder M.I.* Klassicheskiye kombinatornyye ob'yekty na sorevnovaniyakh po programmirovaniyu // Informatsionnyye tekhnologii v obrazovanii i nauke. ITON 2016: Materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Kazan': Izd-vo Akademii nauk RT, 2016, C. 46–52.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КИНДЕР Михаил Иванович – доцент кафедры высшей математики и математического моделирования Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ.

Mihail Ivanovich KINDER – associate professor, Department of Further Mathematics and Mathematical Modelling of N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics KFU.

email: mkinder@rambler.ru

КАЗАНЦЕВ Андрей Витальевич – доцент кафедры математической статистики Института вычислительной математики и информационных технологий КФУ.

Andrei KAZANTSEV – associate professor at Institute of Computer Mathematics and Information Technologies KFU.

email: Andrei.Kazantsev@kpfu.ru

Материал поступил в редакцию 15 сентября 2019 года

УДК 378.147 + 372.851

О ПРОБЛЕМЕ АКТУАЛЬНОСТИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ В ИНФОРМАЦИОННОМ ОБЩЕСТВЕ

Е.К. Каштанова

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань

mst-stat@mail.ru

Аннотация

Информационное общество характеризуется постоянным обновлением идей, теорий, техники и технологий. В этих условиях достижение актуального уровня для прикладных задач представляет определенную проблему. В статье предложены варианты формирования комплекса прикладных задач.

Ключевые слова*: прикладная задача, информационное общество, компетенция, теория вероятностей, математическая статистика*

Введение компетентностного подхода в госстандартах в качестве ведущего подхода предполагает усиление практической направленности обучения. Но наша реальность стремительно меняется. И обучение должно учитывать и по возможности опережать эти изменения.

В математике в настоящее время существует несколько направлений разработки задач, связанных с практическим применением математики: компетентностные, компетентностно-ориентированные, контекстные, профессионально-ориентированные, ситуационные (ситуативные), прикладные и др.

В нашем исследовании мы будем оперировать понятием «прикладная задача». Под прикладными математическими задачами будем понимать «задачи, связанные с окружающей действительностью, производством, бытом, решаемые математическими средствами» [5].

Следует заметить, что одна и та же профессионально-ориентированная задача является профессиональной для конкретных специальностей, а для других – прикладной. Поэтому мы полагаем, что профессионально-ориентированные задачи являются составной частью прикладных задач.

Для достижения цели обучения – формирования профессиональных и общекультурных компетенций, прикладные задачи должны быть построены на современном материале, быть актуальными как по контексту, так и лично для обучающегося.

На современность, как обязательное условие прикладных задач, указывает М.В. Егупова при выделении принципов реализации прикладной направленности обучения математике [1, с. 133]. Согласно принципу достоверности, реальные объекты и их связи, используемые в прикладных задачах, должны соответствовать действительности.

Целям нашего исследования более соответствует понятие «актуальность».

Согласно энциклопедическому словарю, *актуальность* (от позднелатинского actualis – фактически существующий, настоящий, современный) – важность, значительность чего-либо для настоящего момента, современность, злободневность [6].

Достижение актуального уровня прикладных задач представляет определенную проблему в информационном обществе. Информационное общество характеризуется постоянным обновлением идей, теорий, техники и технологий. В этих условиях период актуальности прикладных задач становится коротким, что требует от преподавателя постоянной корректировки существующих прикладных задач, разработки задач с учетом новых реалий. Следует заметить, что для преподавателей ряда дисциплин – это обычный режим работы. Например, преподаватели по социально-экономической статистике постоянно обновляют статистические данные по предмету.

Не претендуя на полноту решения проблемы актуальности задач, мы предлагаем некоторые направления формирования комплекса прикладных задач. В качестве примера рассмотрим задачи по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», которые преимущественно являются текстовыми, с сюжетом.

1. Создание *универсальных (вневременных)* задач, тематика которых не сильно подвержена влиянию научно-технического прогресса и общественно-экономического развития. Здесь можно выделить следующие варианты задач.

а) Задачи, связанные с объектами, которые сохраняют свое название и базовые функции неизменными. В «группу риска» в первую очередь входят технические устройства. Например, некоторая бытовая техника (холодильники, стиральные машины, утюги и т. д.) в ближайшем будущем, судя по прогнозам, пока еще останется в употреблении. А вот телевизоры и радио уже теряют свои позиции: их функции берут на себя гаджеты.

б) Задачи, в которых используются обобщенные названия объектов, явлений, процессов. Например, «устройство состоит из 3-х узлов, вероятность выхода из строя 1-го узла равна …».

в) На актуальность задач, связанных с ценами, очень сильное влияние оказывает инфляция. Один из вариантов решения этой проблемы – это обозначение цены не в реальных валютах, а в условных, например, в денежных единицах (д. е.). Такая замена, конечно, снижает актуальность задачи, но имеет следующие преимущества:

в.1) задачи на условные валюты имеют вневременной характер;

в.2) обучающиеся учатся «переносу знаний» из одной ситуации в другую, действию по аналогии;

в.3) использование условных валют в некоторой степени снижает у обучающихся отвлекающие их мысли: «Когда и где я видел эти цены?».

2. Использование уже *существующих* задач. Использование прикладных задач, которые по разным причинам считаются «устаревшими», может быть полезно, поскольку «устаревшие» задачи могут иметь большой потенциал.

- Развитие истории происходит по спирали. Поэтому «устаревшие» на данный момент времени идеи, процессы, технологии, предметы могут быть в будущем по-новому осмыслены и использованы. Здесь уместно вспомнить русскую пословицу: «Новое – это хорошо забытое старое».

- «Устаревшие» прикладные задачи уже апробированы. Сам факт востребованности подобных задач в течение длительного времени подтверждает их эффективность в формировании знаний и умений. К тому же, прикладные задачи-«долгожители» чаще всего хорошо отлажены по тексту, по числовым данным, нет ошибок в ответах.

- Возможна ситуация, когда именно на «устаревших» задачах проще обучать умению составлять определенные математические модели, работать с полученной моделью.
- Решение «устаревших» задач можно представить как тренинг студентов по обучению «переносу» идей, формул, методов в новые условия, в новые ситуации. Такая интеллектуальная гибкость будет весьма полезной в их профессиональной деятельности, потому что профессиональная реальность все время будет меняться. От специалиста будут требоваться многовариантное мышление, быстрая реакция на возникшие изменения, способности к адаптации. Умение «видеть» аналогию позволит специалисту более точно определить суть проблемы, ее структурировать, а, следовательно, найти оптимальное решение.
- «Устаревшие» задачи могут быть интересны в качестве исторической ретроспективы, для сравнения с современным контекстом.

Пример. В «Практикуме по теории вероятностей» в Примере 2, §4 [3, с. 59] приводятся результаты социологического опроса Левада-Центр за 2011 г. Так, банковской карточкой владели менее половины опрошенных (47%), а 40% респондентов заявили, что «они не имеют и не планируют заводить банковскую карточку». Приведенные данные интересны с современных позиций, когда банковские карточки есть практически у всех. В 2019 г., спустя 8 лет, эти цифры значительно изменились – 84% и 11% соответственно (НАФИ).

- Задачи «из прошлого» могут пробудить интерес к предмету, повысить внутреннюю мотивацию к обучению.

Целесообразность применения «устаревших» задач зависит от многих факторов. Но в любом случае обучающимся должно быть понятно содержание задачи, иначе основные усилия обучающихся будут потрачены на уяснения содержания задачи, а не на поиск ее решения. Сложный контекст перекроет всю математическую пользу от решения задачи.

3. Создание *новых прикладных задач* на современном материале. Рассмотрим несколько направлений разработки задач.

- Адаптация уже существующих задач путем замены компонентов задачи на более современные. Например, замена предметов, устройств на их более современные аналоги; описание обстоятельств событий в более современном формате, в новых «декорациях».

Пример. Практически в каждом разделе по теории вероятностей или математической статистике можно встретить задачи о рабочем, который не очень точно делает детали. Особенно много таких задач в разделах, связанных с нормальным распределением. Но в ближайшем будущем все производства станут автоматизированы (а где-то и роботизированы), и проблемы точности выполнения операций не будет. Здесь возможен следующий вариант «переформулирования» задачи. Наблюдаемый признак – тот же самый (размер детали). Обстоятельства происхождения детали – новые. Например, замеры детали производились в процессе отладки нового оборудования, его тестирования, перенастройки.

- Трансформация уже существующих задач.

Пример. В Примере §2.1 [2, с. 16] рассматриваются расходы на мобильную связь за месяц. Но сейчас большинство используют абонентскую плату. В новой задаче в качестве наблюдаемого признака можно взять «время разговоров по мобильной связи». Для компаний мобильной связи этот показатель очень важен для разработки новых тарифных планов, в которых должно быть учтено оптимальное соотношение между интересами потребителей и интересами компании.

- Создание *новых* задач.

В настоящее время общепризнанным мировым трендом развития экономики и общества становится цифровизация, которая предполагает использование технологий Big Data, машинного обучения, распределенных реестров, роботизации, интернета вещей, виртуальной и дополненной реальности, беспроводной связи и др.

Дистанционный формат, виртуальная реальность становятся привычной средой, как в профессиональной, так и в повседневной деятельности. Например, еще совсем недавно основным способом (источником) получения информации для социологов были метод опроса, анкетирование, интервьюирование, наблюдение, метод фокус-групп, анализ документов, эксперимент, тестирование и т. д. Сейчас информационным полем для работы являются не только анкеты респондентов, но и работа с ресурсами интернета: анализ запросов в поисковых системах, анализ обсуждаемых тем в социальных сетях, онлайн опросы и т. д.

Новые технологии создают новый контекст нашей жизни, возникают совершенно новые ситуации, которые требуют своего изучения и осмысления, описания, разработки новых математических моделей. Создание задач, в которых рассматриваются новая техника и технологии, для преподавателя может обернуться большими трудозатратами. В ряде случаев могут потребоваться консультации специалистов, изучение специальной литературы, собственная исследовательская работа и т. д.

Информационные технологии изменяют социальный и профессиональный ландшафт нашей жизни, причем в режиме нон-стоп. Учебные пособия, еще перед выходом в печать, уже обречены быть отстающими по сравнению со скоростью развития знания в том или ином направлении [4]. Поэтому самый простой выход в этой ситуации – электронный учебник, который можно постоянно редактировать.

Отдельно следует упомянуть о современности стиля, которым написаны тексты задач. Русский язык также постоянно изменяется, его словарный состав непрерывно пополняется новыми единицами.

Появление неологизмов в значительной степени связано с развитием техники и технологий, которые нуждаются в новых обозначениях. В итоге меняется профессиональная и бытовая терминология.

Другое направление изменения языка – это заимствования. Сейчас наибольшую долю имеют англицизмы. Например, если раньше говорили «избиратель», «мнения избирателей», то сейчас – «электорат» (от лат. elector – избиратель, но слово пришло из английского языка), «электоральные настроения»; на выборах используется методика экзитпол (Exit poll).

Кроме того, язык постоянно развивается. Например, все реже употребляется аббревиатура «ЭВМ»; некорректным считается употребление слова «инвалид», более уместное – «люди с ограниченными возможностями». В социологических опросах все чаще вместо «60 и старше» пишут «60+».

Современные слова и выражения в тексте задачи – это своеобразные индентификаторы актуальности самой задачи. Современное изложение придает достоверность задаче, создает ощущение сопричастности к реальным проблемам, приучают к новой терминологии.

Актуальность прикладных задач обеспечивает не только развитие профессиональных и общекультурных компетенций, но и способствует повышению интереса обучающегося, а, следовательно, его мотивации к обучению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Егупова М.В.* Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя: монография. М.: АСМС, 2014, 282 с.

2. *Каштанова Е.К.* Математическая статистика**:** учебное пособие. Казань: Изд-во Казан.ун-та, 2016, 196 с.

3. *Каштанова Е.К.* Практикум по теории вероятностей. Учебное пособие. URL: https://kms.kpfu.ru/sites/default/files/various/ЭОР/ (дата обращения 5.09.2019).

4. *Климова Г.Г., Яковлева Н.А.* Современная «Образовательная эпоха»: традиции, опыт и вызовы // Современные исследования социальных проблем. 2015, № 3(47), С. 97–108.

5. *Синицын И.С., Тестов В.А., Тихомиров С.А., Трошина Т.Л.* Формирование математической компетентности студентов-географов на основе прикладных задач // Ярославский педагогический вестник (Психолого-педагогические науки). 2014, Том II, № 3, С. 105–110.

6. Советский энциклопедический словарь / гл. ред. А.М. Прохоров. М.: Сов. энциклопедия, 1985, 1600 с.

ON THE PROBLEM OF RELEVANCE OF APPLICATION TASKS IN THE INFORMATION SOCIETY

Elena Kashtanova

Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan

mst-stat@mail.ru

Abstract

Information society is characterized by constant updating of ideas, theories, techniques and technologies. Under these conditions, achieving the actual level of application tasks is a problem. The article suggests ways of forming set of application tasks.

***Keywords**: application task, information society, competence, probability theory, mathematical statistics*

REFERENCES

1. *Egupova M.V.* Praktiko-orientirovannoe obuchenie matematike v shkole kak predmet metodicheskoj podgotovki uchitelya: monografiya. M.: ASMS, 2014, 282 s.

2. *Kashtanova E.K.* Matematicheskaya statistika: uchebnoe posobie. Kazan': Izd-vo Kazan.un-ta, 2016, 196 s.

3. *Kashtanova E.K.* Praktikum po teorii veroyatnostej. Uchebnoe posobie. URL: https://kms.kpfu.ru/sites/default/files/various/EOR/ (data obrashcheniya 5.09.2019).

4. *Klimova G.G., YAkovleva N.A.* Sovremennaya «Obrazovatel'naya epoha»: tradicii, opyt i vyzovy // Sovremennye issledovaniya social'nyh problem. 2015, № 3(47), S. 97–108.

5. *Sinicyn I. S., Testov V.A., Tihomirov S.A., Troshina T.L.* Formirovanie matematicheskoj kompetentnosti studentov-geografov na osnove prikladnyh zadach // YAroslavskij pedagogicheskij vestnik (Psihologo-pedagogicheskie nauki). 2014. Tom II. № 3, S. 105–110.

6. Sovetskij enciklopedicheskij slovar' / gl. red. A.M. Prohorov. M.: Sov. enciklopediya, 1985, 1600 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

КАШТАНОВА Елена Кирилловна – старший преподаватель, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань.

Elena Kirillovna KASHTANOVA – senior teacher, Department of mathematical statistics Institute of Computer Science and Information Technology, Kazan (Volga Region) Federal University.

email: mst-stat@mail.ru

Материал поступил в редакцию 8 августа 2019 года

УДК 372.851

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА КАК ОСНОВНАЯ ДИСЦИПЛИНА ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

С.В. Лебедева

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов

sve4095455@yandex.ru

Аннотация

Раскрыты роль и место курса «Элементарная математика» в предметно-методической подготовке будущего учителя математики на современном этапе высшего педагогического образования.

Ключевые слова: *элементарная математика, предметно-методическая подготовка, бакалавр педагогического образования, будущий учитель математики*

Традиционно содержание предметной подготовки будущих учителей математики определялось содержанием курсов алгебры и теории чисел, геометрии, математического анализа и математической логики, теории вероятностей и математической статистики, обеспечивающим теоретические основы школьного курса математики. Элементарная теория чисел, элементарная геометрия, алгебра и начала математического анализа, элементы логики и математической логики, теории множеств, комбинаторики, теории вероятностей и описательной статистики – предметы изучения курса элементарной математики, который может быть реализован рядом учебных дисциплин: «Введение в математику», «Вводный курс математики», «Математика», «Элементарная математика», «Практикум по решению математических задач», «Практикум по решению школьных математических задач» и т. п.

Перечислим и кратко охарактеризуем основные функции курса элементарной математики на современном этапе развития профессионального (педагогического) образования:

– *компенсирующая* пробелы общего (среднего) образования – эта функция реализуется, как правило, по двум методическим сценариям. Первый связан с наличием диагностического компонента в структуре каждого модуля курса (диагностика позволяет выявить пробелы общего математического образования и на этой основе разработать личностно-ориентированную технологию изучения элементарной математики) и реализуется, как правило, «методическими» кафедрами или преподавателями-методистами (педагогами-математиками) «математических» кафедр. Второй сценарий реализуют «математические» кафедры на первом году обучения какой-либо дисциплине курса элементарной математики по стабильным рабочим программам, в содержание которых включены традиционно сложные для бывших школьников вопросы алгебры и начал анализа (реже – геометрии): некоторые вопросы элементарной теории чисел и числовых систем, решение уравнений и неравенств (в том числе, содержащих абсолютную величину), построение графиков функции и т. п.;

– *восполняющая* «пробелы» образовательной программы высшего образования – относительно новая функция, возникшая в связи с переходом высшей школы на ФГОС третьего поколения и связанная с общим уменьшение часов на изучение традиционных для вуза дисциплин высшей математики. Те разделы и дисциплины высшей математики, которые были «исключены» из рабочих программ и учебных планов, включаются в качестве учебных модулей в курс элементарной математики (подробно см. в статье [1]). Таким образом, сохраняются традиционные для будущих учителей математики объём и содержание предметной подготовки;

– *вспомогательная* для дисциплин предметной подготовки (высшей математики) – своеобразная альтернатива восполняющей функции, имеющая ту же цель – сохраняются традиционные для будущих учителей математики объём и содержание предметной подготовки, но несколько иные механизмы реализации. Теоретические основы школьного курса математики закладываются в содержание дисциплин высшей математики, а приложения переносятся в курс элементарной математики;

– *познавательная* функция реализуется при наличии в содержании курса межпредметных познавательных задач; перечислим те предметные области, которые естественным образом интегрируются в курс элементарной математики:

история математики, история школьного математического образования, этноматематика, методика обучения предмету, проектирование и применение электронных образовательных ресурсов;

– *логико-методологическая* функция реализуется при наличии в учебном плане курсовой работы, привязанной к одной из дисциплин курса элементарной математики; в этом случае студенты имеют возможность на доступном им уровне изучать методологию научного исследования на математическом материале;

– *предваряющая* курс методики обучения математики функция реализуется «методическими» кафедрами или преподавателями-методистами (педагогами-математиками) «математических» кафедр. Функция базируется на расширении требований большинства учебных задач курса элементарной математики. В число этих требований входят следующие и им подобные: решить задачу всевозможными методами и способами; определить степень сложности задачи; составить паспорт задачи; составить на основе данной задачи задачную конструкцию (вариацию, серию, цепочку и т. п.); проверить решение задачи, предложенное однокурсником (взаимопроверка);

– *поддерживающая* курс методики обучения математики функция реализуется в случае параллельного изучения (горизонтальной интеграции) этих дисциплин за счёт анализа педагогических ситуаций и решения соответствующих педагогических (методических) задач на математическом материале. Например, на практическом занятии студент при демонстрации решения алгебраического уравнения допускает ошибки (педагогическая ситуация), которые подлежат анализу на практическом занятии по методике обучения математике; в ходе анализа формулируются педагогические задачи, являющиеся предметом самостоятельной работы будущих учителей математики;

– *интегративная* функция понимается нами как организационно-технологическая интеграция, то есть интеграции активных и интерактивных технологий обучения, характерных, прежде всего, для общеобразовательной школы (новые информационно-коммуникационные технологии; технологии проектного обучения, перспективного опережающего обучения, коллективной мыследеятельности, проблемного и эвристического обучения, игровые технологии и др.), в профессионально-ориентированные образовательные технологии (современные академические технологии обучения, современные технологии управления самостоятельной работой, технология знаково-контекстного обучения и др.) [2]. Здесь возможности курса элементарной математики практические неограничены. Эксперимент по организационно-технологической интеграции в курс элементарной математики разнообразных форм и средств обучения целенаправленно ведётся на механико-математическом факультете с 2016 года и даёт положительные результаты по ряду показателей: академическая успешность, профессиональная направленность, готовность к научному исследованию, исследовательской и экспериментальной деятельности в целом.

Всё вышесказанное позволяет считать курс элементарной математики центральной дисциплиной предметно-методической подготовки будущего учителя математики при условии его изучения в течение всего срока освоения основной образовательной программы направления подготовки 44.03.01 – педагогическое образование (профили, связанные с математикой).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Байкина Е.П., Лебедева С.В.* Предметно-методическая модель изучения теории сравнений будущими учителями математики // Образование, инновации, исследования как ресурс развития сообщества: сборник материалов II Международной научно-практической конф. БУ ЧР ДПО «Чувашский республиканский институт образования» Минобразования Чувашии. 2018, С. 29–34.

2. *Лебедева С.В.* Роль курсов по выбору «Элементарная математика» и «Практикум по решению математических задач» в профессиональной подготовке бакалавра педагогического образования (профиль «Математическое образование») // Профессиональное образование России: история, современность и перспективы: материалы X Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (Омск, 6 апреля 2012 года). Омск: Изд-во ОмГПУ, 2012, С. 235–238.

ELEMENTARY MATHEMATICS AS THE CENTRAL DISCIPLINE OF SUBJECT-METHODICAL PREPARATION OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

Svetlana Lebedeva

Saratov State University, Saratov

sve4095455@yandex.ru

Abstract

The article the role and place of the course «Elementary mathematics» in the subject-methodical preparation of the future teacher of mathematics at the present stage of higher pedagogical education.

Keywords: *elementary mathematics, subject-methodical preparation, bachelor of teacher education, future teachers of mathematics*

REFERENCES

1. *Bajkina E.P., Lebedeva S.V.* Predmetno-metodicheskaya model` izucheniya teorii sravnenij budushhimi uchitelyami matematiki // Obrazovanie, innovacii, issledovaniya kak resurs razvitiya soobshhestva: sbornik materialov II Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. BU ChR DPO «Chuvashskij respublikanskij institut obrazovaniya» Minobrazovaniya Chuvashii. 2018, S. 29–34.
2. *Lebedeva S.V.* Rol` kursov po vy`boru «E`lementarnaya matematika» i «Praktikum po resheniyu matematicheskix zadach» v professional`noj podgotovke bakalavra pedagogicheskogo obrazovaniya (profil` «Matematicheskoe obrazovanie») // Professional`noe obrazovanie Rossii: istoriya, sovremennost` i perspektivy: materialy` X Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii s mezhdunarodny`m uchastiem (Omsk, 6 aprelya 2012 goda). Omsk: Izd-vo OmGPU, 2012, S. 235–238.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ЛЕБЕДЕВА Светлана Владимировна – старший преподаватель, Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского.

Svetlana Vladimirovna LEBEDEVA, senior lecturer of Department of mathematics and its teaching methods Saratov national research State University, Saratov.

email: sve4095455@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 23 августа 2019 года

УДК 372.851

ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНОМ ОТДЕЛЕНИИ ДЛЯ ИНОСТРАННЫХ ГРАЖДАН В ПЕРМСКОМ НАЦИОНАЛЬНОМ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОМ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Н.А. Лойко[1], А.А. Савочкина[2]

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

[1] nataly.loyko@yandex.ru, [2] aidas_76@mail.ru

Аннотация

Рассмотрены проблемы преподавания элементарной математики для иностранных граждан в Пермском национальном исследовательском политехническом университете.

***Ключевые слова**: элементарная математика, дополнительное образование, иностранные граждане*

Пермский национальный исследовательский политехнический университет осуществляет набор иностранных граждан для подготовки к обучению в России на русском языке. Структурным подразделением вуза является подготовительное отделение для иностранных граждан (ПОИГ) [1]. Основной контингент слушателей ПОИГ – граждане Ирака, Китая, Алжира, Туниса и Марокко.

Свое обучение иностранные граждане начинают с изучения русского языка в октябре. В этот период происходит адаптация слушателей к климату, условиям жизни, питанию и организации учебного процесса. Образ жизни обучающихся кардинально меняется, и поэтому углубиться и сосредоточится на изучении русского языка практически становится невозможным. Поэтому в январе, к началу изучения дисциплины математика, слушатели не обладают теми базовыми предметными терминами, которые необходимы для освоения курса элементарной математики.

Стоит отметить, что в курс русского языка как иностранного (РКИ) входит раздел «Научный стиль речи (НСР)», который должен подвести слушателей к изучению математики на русском языке. Однако не все преподаватели русского языка сами правильно владеют и понимают математическую терминологию. В связи с этим первый месяц обучения приходится посвящать изучению базовых математических понятий, таких, как слагаемые, множители, числитель, знаменатель, делимое, сократить и др.

Курс элементарной математики для слушателей ПОИГ в Пермском национальном исследовательском политехническом университете рассчитан на 150 часов и включает в себя темы:

- Основные понятия. Множества. Действия с множествами. Степени и корни. Преобразование алгебраических выражений;
- Логарифмы. Преобразование тригонометрических выражений. Функции. Графики функций;
- Уравнения;
- Неравенства;
- Прогрессии;
- Основные понятия начал математического анализа;
- Задачи с параметром;
- Планиметрия;
- Стереометрия.

Такое содержание полностью соответствует требованиям к освоению дополнительных общеобразовательных программ, обеспечивающих подготовку иностранных граждан и лиц без гражданства к освоению профессиональных образовательных программ на русском языке [2].

Такое построение курса позволяет обеспечить необходимую естественнонаучную базу для поступления в ПНИПУ с дальнейшим обучением на выбранной специальности; дать иностранным учащимся необходимые знания математических терминов, символики, математических методов как составной части подготовки к освоению дисциплин естественнонаучного цикла.

Основными проблемами, с которыми сталкиваются преподаватели математики, являются:

- Разный уровень математической подготовки слушателей на родном языке.

- Слабое знание русского языка, особенно математической терминологии, что влечет за собой не умение записывать лекции, читать литературу и понимать задаваемые вопросы. Самой сложной темой для понимания являются планиметрия и стереометрия. Геометрические задачи содержат много новых понятий и требуют хорошего владения русским языком.
- Слушатели, зачисляясь на подготовительное отделение, преследуют разные цели: кто-то желает действительно учиться, кто-то по настоянию родителей просто присутствует на занятиях, а кто-то приехал в Россию, чтобы «пересидеть» создавшуюся в родной стране жизненную ситуацию. Немотивированные слушатели через некоторое время прекращают посещать занятия.
- Сборные группы обучающихся, а именно: в группах обучаются как желающие поступать в бакалавриат, так и в магистратуру, и в аспирантуру. Естественно, уровень подготовки таких слушателей разный. Преподаватель вынужден работать в режиме многозадачности, в противном случае студенты перестают посещать занятия. Им либо очень легко, либо очень сложно.
- Часть слушателей после нескольких уроков перестает приходить на занятия, так как им кажется, что математика на русском – это легко. Эти обучающиеся появляются на последних неделях обучения и начинают «срывать» учебный процесс, потому что в этот момент они уже ничего не понимают.

Для решения этих проблем силами преподавателей математики ПОИГ были написаны два учебно-методических пособия и подготовлен к изданию сборник задач, позволяющий учитывать специфику обучения слушателей ПОИГ. Комплект учебников для иностранных граждан позволяет без особых проблем подготовиться к сдаче вступительных экзаменов в ПНИПУ.

В рамках подготовки иностранных в ПНИПУ создано методическое объединение преподавателей русского языка и преподавателей-предметников для обсуждения общих проблем, в частности, отредактирован учебник «Научный стиль речи. Математика» и проведены мастер-классы для преподавателей русского языка как иностранного.

Тесное взаимодействие с деканатом ПОИГ и кураторами групп позволяет удачно выстроить процесс обучения. Для учета посещаемости и успеваемости слушателей разработаны журналы, которые сотрудники деканата контролируют и оперативно решают возникшие проблемы.

В последний месяц обучения преподаватели проводят консультации, где решают вместе с обучающимися сложные для них задачи.

Курс математики завершается сдачей экзамена в виде теста. Слушателям выдается сертификат, позволяющий продолжить обучение на русском языке в высших учебных заведениях страны.

По окончании учебного года сотрудниками ПОИГ совместно с преподавателями подводятся итоги и принимаются меры для улучшения учебного процесса на следующий учебный год.

Преподаватели математики планируют разработать онлайн курс «Математика на русском? Легко!» для размещения на платформе Stepik. В этом курсе планируется изучение математики на русском языке с переводом основной математической терминологии на английский и арабский языки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам //Министерство образования и науки Российской Федерации, 2013, 7 с.

2. Об утверждении требований к освоению дополнительных общеобразовательных программ, обеспечивающих подготовку иностранных граждан и лиц без гражданства к освоению профессиональных образовательных программ на русском языке», 2014, 13 с.

PROBLEMS OF TEACHING MATHEMATICS AT THE PREPARATORY DEPARTMENT FOR FOREIGN CITIZENS IN PERM NATIONAL RESEARCH POLYTECHNIC UNIVERSITY

Natalya Loiko [1], Anna Savochkina [2]

Perm National Research Polytechnic University, Perm

[1] nataly.loyko@yandex.ru, [2] aidas_76@mail.ru

Abstract

The problems of teaching elementary mathematics for foreign citizens at Perm National Research Polytechnic University are considered.

***Keywords**: elementary mathematics, additional education, foreign citizens.*

REFERENCES

1. Ob utverzhdenii Poryadka organizacii i osushchestvleniya obrazovatel'noj deyatel'nosti po dopolnitel'nym obshcheobrazovatel'nym programmam //Ministerstvo obrazovaniya i nauki Rossijskoj Federacii, 2013, 7 s.
2. Ob utverzhdenii trebovanij k osvoeniyu dopolnitel'nyh obshcheobrazovatel'nyh programm, obespechivayushchih podgotovku inostrannyh grazhdan i lic bez grazhdanstva k osvoeniyu professional'nyh obrazovatel'nyh programm na russkom yazyke», 2014, 13 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛОЙКО Наталья Александровна – старший преподаватель, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь.

Natalya Alexandrovna LOIKO, Senior Lecturer, Perm National Research Polytechnic University

email: nataly.loyko@yandex.ru

САВОЧКИНА Анна Александровна – старший преподаватель, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь.

Anna Alexandrovna SAVOCHKINA, Senior Lecturer, Perm National Research Polytechnic University

email: aidas_76@mail.ru

Материал поступил в редакцию 3 сентября 2019 года

УДК 371.56.23

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В КОНТЕКСТЕ ВНЕДРЕНИЯ ФЕДЕРАЛЬНЫХ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ 3++

М.В. Овчинникова

Гуманитарно-педагогическая академия (филиал) ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского», Ялта

m_ovchinnikova@ukr.net

Аннотация

Кратко охарактеризованы изменения основных видов профессиональной деятельности будущих учителей математики, описан опыт организации научно-исследовательской деятельности будущих учителей математики на уровне бакалавриата и магистратуры.

Ключевые слова: *будущий учитель математики, научно-исследовательская деятельность, педагогическая экспертиза*

В Концепции развития математического образования в Российской Федерации справедливо отмечено, что «выбор содержания математического образования на всех уровнях образования продолжает устаревать и остается формальным и оторванным от жизни, нарушена его преемственность между уровнями образования» [1]. В качестве одного из направлений разрешения этой проблемы Концепция обозначает повышение качества работы преподавателя математики (от педагогического работника общеобразовательной организации до научно-педагогического работника образовательной организации высшего образования). Для этого необходимым становится обеспечение каждому педагогу математики возможности обращения к лучшим образцам отечественного и мирового математического образования, достижениям педагогической науки и современным образовательным технологиям, начиная с периода профессионально-педагогической подготовки. Создание и использование собственных педагогических подходов и авторских программ становится необходимым условием работы творческого учителя математики.

Развитие образования и науки становится единым синергетическим процессом, в котором университетам, в том числе, педагогическим, традиционно предоставляется одна из ведущих ролей. Поэтому перед отечественными педагогическими университетами, в соответствии с требованиями времени, ставится задача развития и повышения качества научно-исследовательской работы обучающихся в процессе их профессионально-педагогической подготовки. Ведь профессиональная подготовка обучающихся и исследования профессорско-преподавательского состава университета должны быть тесно интегрированы, образуя единство приобретения и передачи знаний молодому поколению.

Необходимость реализации названной Концепции и поставленных ею задач определяет содержание постоянно совершенствующихся в соответствии с требованиями времени Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО), которые расширяют и дополняют виды профессиональной деятельности обучающихся. Сравнительный анализ действующего ФГОС ВО (3+) [2] для направлений подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (профиль подготовки «Математика») и 44.04.01 Педагогическое образование (магистерская программа «Математика в профессиональном образовании») и ФГОС ВО (3++) [3] аналогичных направлений показал изменения в выделении основных видов профессиональной деятельности учителя математики и преподавателя математических дисциплин. Основные виды деятельности меняются:

1) с педагогической, проектной, исследовательской, культурно-просветительской на педагогическую, проектную, методическую, организационно-управленческую, культурно-просветительскую и сопровождение (уровень бакалавриата);

2) с педагогической, научно-исследовательской, проектной, методической, управленческой, культурно-просветительской на педагогическую, проектную, методическую, организационно-управленческую, культурно-просветительскую, сопровождение, научно-исследовательскую (уровень магистратуры).

В соответствии с ФГОС ВО, кроме перечисленных видов профессиональной деятельности для учителя математики, ещё необходима сформированная на достаточно высоком уровне (обязательно на утилитарном и, желательно, творческом) математическая деятельность. Каждый из перечисленных видов деятельности очень важен и формируется в процессе профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики.

В рассматриваемом ФГОС ВО (3++) на уровне бакалавриата, несмотря на исключение из формируемых видов деятельности непосредственно исследовательской деятельности, эта деятельность находит своё место во всех видах практики. В учебной, куда помимо ознакомительной, технологической (проектно-технологической), включается научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы). В производственную практику, кроме собственно педагогической, технологической (проектно-технологической), научно-исследовательская работа также входит.

Отметим, что под исследовательской деятельностью понимается деятельность будущих учителей математики под руководством преподавателя, которая связана с решением обучающимися творческого, исследовательского задания с загодя неизвестным решением (в отличие от практикума, который служит для иллюстрации тех или других математических законов), что допускает наличие основных этапов, характерных для научного исследования: постановку проблемы, изучение теории из этой проблематике, овладение методикой исследования, сбор собственного материала, его анализ и обобщение, собственные выводы и их сравнение с существующими данными. Указанная цепочка не зависит от предметной области, а является общей для подхода, который можно определить как современный научный способ познания.

Рассмотрим некоторые аспекты организации исследовательской и научно-исследовательской деятельности обучающихся бакалавриата и магистратуры, реализуемые на кафедре математики, теории и методики обучения математике нашего вуза.

В соответствии с письмом РАО, Крымскому Региональному научному центру Российской академии образования (структурного подразделения) Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского (директор – профессор А.В. Глузман) было предложено принять участие экспертной оценке проектов федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (ФГОС ООО) и федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования (ФГОС НОО), которые размещены для общественного обсуждения на федеральном портале проектов нормативных правовых актов Министерством просвещения Российской Федерации. Таким образом, профессорско-преподавательскому составу кафедр и центров ГПА КФУ представилась удивительная возможность осуществить экспертизу новых проектов ФГОС ООО и ФГОС НОО. На нашей кафедре, кроме профессорско-преподавательского состава, в рамках экспертизы к работе были привлечены учителя школ г. Ялты, учителя – сотрудники базовой кафедры в МБОУ «Ялтинская средняя школа-лицей №9» и обучающиеся 4-х и 6-х курсов, многие из которых уже преподают математику в школах. Для последних экспертиза была предложена как исследовательское (бакалавриат) и научно-исследовательское задание (магистратура).

В связи с тем, что на первом этапе профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики исследовательские задания предлагаются для активизации исследовательской деятельности, мы предложили обучающимся бакалавриата найти и проанализировать действующие и проекты ФГОС ООО и ФГОС НОО. При этом обучающимся выдаётся лишь задание с планом, по которому исследование нужно провести. Анализ касается структуры, содержания и основных изменений в требованиях к результатам освоения математики

Анализ ФГОС НОО и ФГОС ООО предлагается в аспекте прослеживания преемственности в изучении математики.

На уровне магистратуры, кроме выявления особенностей новых ФГОС, обучающимся также предлагается заполнить краткие анкеты. В анкетах предлагается оценить по 5-ти бальной шкале на соответствие (нет – скорее нет – частично – скорее да – да) соответствие проекта ФГОС таким основным направлениям:

обеспечивает интеграцию обучения и воспитания;

учитывает воспитательный потенциал в предметных дисциплинах;

обеспечивает единство образовательного пространства Российской Федерации;

обеспечивает преемственность основных образовательных программ начального общего образования;

обеспечивает преемственность основных образовательных программ начального общего образования для детей с ограниченными возможностями здоровья;

учитывает целевые установки, сформулированные в Стратегии развития воспитания в РФ до 2025 г., нормативных документах по реализации Указа президента РФ «О десятилетии детства», Национальные проекты «Образование» и «Наука» и др.;

обеспечивает соответствие требований к личностным, метапредметным и предметным результатам освоения образовательных программ, а также к структуре образовательных программ приоритетам научно-технологического развития Российской Федерации и плана мероприятий по реализации Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации;

полно и достаточно раскрывает использованный при формировании ФГОС понятийный аппарат;

содержание ФГОС соответствует требованию по обеспечению систематического обновления содержания образования с учетом современных достижений науки и технологий, изменений запросов учащихся и общества, ориентированности на применение знаний, умений и навыков в реальных жизненных условиях;

ФГОС обеспечивает возможность получения образования на родных языках из числа языков народов Российской Федерации, изучения государственных языков республик Российской Федерации, родных языков из числа языков народов Российской Федерации, в том числе русского языка как родного языка.

Кроме ответов на вопросы анкеты магистрантам было предложено опросить работающих учителей математики школ города Ялты (многие из них сами работают в школе учителями математики) относительно содержания математики как учебной дисциплины ООО и т. д.

Проведённая работа очень интересна обучающимся. В процессе обсуждения были высказаны конструктивные предложения по дополнению имеющихся и изменению в содержании математики. Все предложения были проанализированы на кафедре, обобщены и переданы Крымскому Региональному научному центру Российской академии образования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р). М., 2013, 9 с.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт 3+ (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 04 декабря 2015 г. № 1426).
3. Федеральный государственный образовательный стандарт 3++ (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 121).

SCIENTIFIC RESEARCH ACTIVITY OF FUTURE MATHEMATICAL TEACHERS IN THE CONTEXT OF IMPLEMENTATION FEDERAL STATE EDUCATIONAL STANDARDS OF HIGHER EDUCATION 3++

Marina Ovchinnikova

Humanitarian and Pedagogical Academy (branch) "V.I. Vernadsky Crimean Federal University", Yalta

m_ovchinnikova@ukr.net

Abstract

The article briefly describes the changes in the main types of professional activity of future mathematics teachers, describes the experience of organizing research activities of future mathematics teachers at the undergraduate and graduate levels.

Keywords: *future teacher of mathematics, research activities, pedagogical expertise*

REFERENCES

1. Kontseptsiya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossiyskoy Federatsii (utverzhdena rasporyazheniyem Pravitel'stva Rossiyskoy Federatsii ot 24 dekabrya 2013 g. No 2506-r). M., 2013, 9 c.
2. Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart 3+ (utverzhden prikazom Ministerstva obrazovaniya i nauki Rossiyskoy Federatsii ot 04 dekabrya

2015 g. No 1426).

3. Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart 3++ (utverzhden prikazom Ministerstva obrazovaniya i nauki Rossiyskoy Federatsii ot 22 fevralya 2018 g. No 121).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ОВЧИННИКОВА Марина Викторовна – доцент кафедры математики, теории и методики обучения математике, Гуманитарно-педагогическая академия (филиал) Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» в г. Ялте.

Marina Victorovna OVCHINNIKOVA, associate professor of department of mathematics, theory and methods of teaching mathematics Academy of the Humanities and Pedagogics (branch) V. I. Vernadsky Crimean Federal University in Yalta.

email: m_ovchinnikova@ukr.net

Материал поступил в редакцию 18 августа 2019 года

УДК 378.02:372.8

РЕАЛИЗАЦИЯ ГУМАНИТАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

О. В. Панишева

Луганский университет им.Т. Шевченко, Луганск

panisheva-ov@mail.ru

Аннотация

Гуманитаризация является одним из главных атрибутов технологии личностно-ориентированного образования. В статье идет речь о некоторых путях реализации гуманитарного потенциала дисциплины «Дифференциальные уравнения». Обоснована роль эмоциональной составляющей исторического компонента гуманитарного потенциала дисциплины. Подробно рассмотрено, как сделать знакомство с историко-математическими фактами эмоционально насыщенным, значимым для обучающихся.

Ключевые слова*: высшее образование, гуманитаризация, дифференциальные уравнения, эмоциональная составляющая*

Формирование общекультурных компетенций, которыми должен обладать выпускник бакалавриата по специальностям «Математика», «Физика», «Прикладная информатика», происходит не только благодаря включению в учебные планы гуманитарных дисциплин, но в результате использования гуманитарного потенциала дисциплин математического цикла. Однако в научном мире до сих пор нет единогласного мнения о том, какими именно путями может реализовываться этот потенциал.

Цель статьи – рассмотреть некоторые способы реализации гуманитарного потенциала дисциплины «Дифференциальные уравнения».

В развитие вопросов гуманитаризации математического образования внесли весомый вклад исследования таких ученых, как С. Гончаренко, Н. Гусева, Г. Дорофеев, Т. Елканова, Т. Иванова, И. Родыгина, А. Проказа, В. Смирнов, А. Степанюк, Н. Шкильменская и др.

Рассуждая о гуманитаризации, исследователи наделяют это понятие разным содержанием. Будем придерживаться определения, данного в педагогическом терминологическом словаре, где гуманитаризация рассматривается как «система мер, направленных на приоритетное развитие общекультурных компонентов в содержании образования» [3].

Говоря о путях реализации гуманитарного потенциала математических дисциплин, авторы пытаются прежде выявить его структуру. Обобщая проведенные исследования, среди компонентов гуманитарного потенциала выделим следующие: эстетический (М. Каган, Г. Бевз), исторический (А. Дорофеева, А. Проказа, И. Родыгина), методологический (Т. Иванова, В. Мадер, В. Корнилов), развивающий (Т. Миракова, В. Корнилов), воспитывающий (А. Хинчин), интеграционный (И. Родыгина). На наш взгляд, ни один из них не занимает приоритетной позиции. Более того, делая акцент лишь на какой-то один компонент, невозможно добиться поставленной цели. Результат можно увидеть, рассматривая эти компоненты в тесной взаимосвязи. В структуре каждого из них мы выделяем содержательную, операционную и эмоциональную составляющие.

Такие пути гуманитаризации, как установление межпредметных связей, развитие нравственных качеств личности, овладение метаязыком математики, изучение предмета в тесной связи с его историческим развитием, эстетика математических построений и доказательств, рассмотрены в литературе уже достаточно подробно. Вопросы эмоциональной окраски деятельности по усвоению математического материала практически не нашли отражения в публикациях. Остановимся на них подробнее.

Любая деятельность имеет эмоциональную окраску. Рассматривая обучение математике в контексте гуманитаризации, видим задачу педагога так: построить процесс овладения программным материалом, чтобы он вызывал положительные эмоции, а приобретаемые знания становились личностно-значимыми для студента. Значимые события, вызывающие эмоциональные реакции, быстрее и надолго запечатлеваются в памяти. Поэтому стоит цель создавать «человековоодушевляющие эмоциональные ситуации, благоприятствующих учению и личностному росту обучающихся: доброжелательной атмосферы;

благоприятствующего общения, эмпатийного сопереживания; психологической раскрепощённости и т.п.»[6].

Требует тщательного и кропотливого отбора содержание изучаемого материала. Если математическая составляющая курса «Диференциальные уравнения» остается практически инвариантной в большинстве учебных программ, то его историко-математическая и прикладная составляющие могут значительно варьироваться.

Нагляднее всего эмоциональная составляющая работает при реализации исторического компонента. В историческом компоненте гуманитарного потенциала математики Гусева выделяет три составляющие: историко-культурную, историко-математическую, историко-личностную [6, с.16].

В процессе изучения курса «Дифференциальные уравнения» историко-личностная составляющая сосредоточена вокруг тех ученых, кто внес вклад в развитие этой науки, чьи имена носят виды уравнений и методы их решения. Мы видим целесообразным знакомство с личностями таких ученых-математиков, как Г. Лейбниц, И. Ньютон, О. Коши, И. Бернулли, Ж. Лагранж, Л. Эйлер, А. Пуанкаре, П. Лапласс, С. Ковалевская, А. Крылов, А. Ляпунов, Л. Потрягин, В. Арнольд, А. Тихонов, И. Петровский.

Знакомство с творчеством ученых-математиков и событиями из их жизни может быть организовано различными способами. На лекциях и практических занятиях курса «Дифференциальные уравнения» не предусмотрено выделение времени для подробного изучения биографий ученый – это можно сделать лишь при изучении систематического курса «История математики». Поэтому преподаватель ограничивается лишь краткими биографическими сведениями, но делает акцент на такие факты биографии, которые он считает наиболее значимыми или интересными, имеющими воспитательный, развивающий или мотивационный потенциал. В советской историко-математической литературе вся информация об ученых-математиках зачастую сводилась к сухому перечислению скупых биографических дат, открытий и наград. Например, в таком стиле, традиционном для своего времени, написана книга «Советские математики» (1978 г) [4] За этими сведениями трудно увидеть живых людей. Современные запросы в среде образования таковы, что необходимо очеловечивание истории, взгляд на нее глазами исторических личностей, сквозь призму их характера и мировосприятия.

Математическое творчество и деятельность людей, посвятивших себя служению этой науки важно сопроводить неким ореолом романтики, как делает это Н. Кованцов.

Мы согласны с мнением Т. Елкановой, которая считает целесообразным в процессе изучения математического материала наряду с исторической справкой об ученом и его открытии давать «краткую социокультурную панораму эпохи, в контексте которой сделано открытие, включая историческую обстановку, уровень развития культуры и производительных сил, различных областей знания» [7].

Чтобы отыскать эмоционально окрашенный историко-математический материал, придется проделать тщательную работу по поиску воспоминаний, автобиографических сведений о математиках. Из них можно почерпнуть немало интересных и малоизвестных фактов не только из биографии ученого, но и из биографии страны, прочувствовать непростые сталинские времена и годы Великой Отечественной, времена гонения на кибернетику и антисемитизма, составить портрет той или иной эпохи. Эта работа займет немало времени. Однако она окупится сторицей, позволив не только осуществить формальную интеграцию математики и истории, расширить кругозор обучающегося, но и максимально приблизить историю науки к молодежи, сделать ее личностно-значимой, позволив прочувствовать ее, воссоздать образ времени и людей, живущих в нем. Молодым людям гораздо интереснее знать, как и о чем разговаривали люди, как они одевались, в каких условиях жили, как проводили свободное время, чем увлекались. Это им ближе, чем сухая констатация открытий, заслуг и наград в советской математической историографии. Жизнь ученого становится похожей на обычную жизнь, воспринимается под иным ракурсом, иным освещением. Создается не выхолощенная цензурой копия, а подлинник истории. Математики предстают как обычные граждане, отличающиеся невероятной трудоспособностью и целеустремленностью, со своими достижениями и простыми человеческими слабостями. Только в этом случае они могут стать авторитетом и примером для подражания.

Приведем несколько фрагментов из биографий математиков, которые смогут вызвать живой интерес у слушателей или читателей.

К двадцати годам Лейбниц превзошёл по образованности своих профессоров и решил сдать экзамен на докторскую степень в области юриспруденции. Но когда он накануне экзамена пришёл к декану домой, жена декана, увидев столь молодого соискателя, не пустила его в дом, заявив: «Сначала не мешало бы отрастить бороду, а потом являться по таким делам!» [5].

Мало кто знает, что Ньютон собирал приметы, связанные с прогнозированием погоды, а ведь ныне дифференциальные уравнения являются моделью погодных процессов. А такую деталь из биографии Ньютона, как его любимый малиновый цвет, можно не сообщать специально, а лишь написать формулу Ньютона–Лейбница на доске цветным мелом малинового цвета и пояснить, почему вы это сделали.

Не менее интересные «цепляющие» биографические сведения можно отыскать о А. Ляпунове, Так, ему прошлось бросить университет после отказа подписать петицию о сносе храмов в Москве. Во время Великой Отечественной ученый отказался от полагавшейся ему брони и ушел на фронт. Едва не лишился жизни из-за сыпного тифа. Особенно показательна история с его службой в качестве командира топографического разведвзвода. Именно знание математики помогло Алексею Андреевичу обеспечить успех артподготовки в районе Курской магнитной аномалии. Об этом имеется почти детективная история, в которой математика едва не расстреляли за передачу неуставных координат стрельбы, и только проведенные по настоянию политрука-инженера проверочные стрельбы показали правильность расчетов А. Ляпунова с поправкой на магнитную аномалию, что спасло его репутацию и жизнь [1].

Подлинным романтиком представляется А. Ляпунов после знакомства с воспоминаниями о том, как во время поездки на Иссык-Куль он то и дело просил остановить машину, чтобы полюбоваться окружающими пейзажами, выходил и восклицал «какая красота!». Ученый мог часами рассказывать о звездном небе, минералах, генетике. Во время научных экспедиций охотно брался за любую работу – копать ямки для сейсмографов, устанавливать их, таскать вешки и пр. У него были достойная коллекция минералов и художественных картин [там же].

Важно не опускать анализ ситуаций морального выбора, регулярно встающего перед учеными. Это и спор о первенстве открытия формулы Ньютона–

Лейбница, и использование чужих научных результатов, с которым боролся Л. Понтрягин, и нравственные качества математиков.

Так, решая уравнения Бернулли, логично не только ознакомить студентов с этим воистину одаренным швейцарским семейством, на протяжении почти 100 лет дававшего миру гениальных ученых-математиков, но и со сложными взаимоотношениями внутри этой семьи. Так, известно, что Якоб, первый математик в семье, был своевольным, упрямым, агрессивным, мстительным, одержимым чувством неполноценности, но твердо убежденный в своей уникальности. Из-за этого у него часто возникали конфликты с младшим братом Иоганном, который имел такой же скверный характер. Иоганн очень гордился тем, что ему удалось решить задачу о цепной кривой: «усилия моего брата оказались тщетными; мне же повезло больше, поскольку у меня хватило способностей, чтобы решить эту задачу». Со своими сыновьями Иоганн соперничал не меньше, чем с братом. Когда Французская академия наук присудила Иоганну премию вместе с его сыном Даниилом, он так болезненно воспринял это, что запретил сыну появляться в фамильном доме [2 ,с. 176].

Прямо противоположные нравственные качества находим у А.А. Ляпунова. По воспоминаниям его современников, этот человек «постоянной высокой интеллигентности» всегда разговаривал с одинаковым вниманием и уважением с людьми, вне зависимости от их положения на должностной и научной лестнице – с академиком и студентом-первокурсником. А.А. Ляпунов обладал редкой способностью искренне радоваться чужому научному успеху. «Когда даже мало знакомый ему человек получал интересный научный результат и сообщал ему об этом, А. Ляпунов приходил в восторг. Он буквально светился от счастья и стремился рассказать о новом результате решительно всем, поднимая его автора до высот необыкновенных» [1, с. 447]. Он легко отдавал свои идеи и мысли. К собственным результатам относился более чем скромно.

Аналогичные примеры заслуживающих подражания моральных качеств присутствуют в биографии Л.С. Понтрягина, ученого, чей учебник по обыкновенным дифференциальным уравнениям до сих пор присутствует в списке рекомендованной литературы для студентов высших учебных заведений. Лишившись зрения в 14-летнем возрасте, он имел такую силу воли и тягу к учению, что не только смог получить высшее образование, но и стать ученым. Здесь заслуживает на внимание и поведение окружающих Льва Семеновича людей – одноклассников, сокурсников, коллег, о которых математик вспоминает с благодарностью. Где бы он ни был, всегда находились люди, которые стали его «глазами», бескорыстно помогали ему с учебой, с записью лекций и с выполнением других действий, сложных для незрячих людей.

Поучительны взаимоотношения Л. Понтрягина с коллегами и учениками. Лев Семенович был необыкновенным другом, не просто соглашался помочь – чужие проблемы усваивал, как свои, всё время думал, как разрешить их, пробовал различные пути, не жалея ни сил, ни нервов, не боясь испортить отношения с влиятельными лицами. Вот только один из эпизодов. В конце войны вернулся из советского лагеря один из учеников Л. Понтрягина, В. Рохлин, который побывал в окружении и немецком концлагере. В Москве его не брали ни в аспирантуру, ни на работу, были трудности с пропиской. Математик с риском для своей карьеры решил взять В. Рохлина на должность своего официального помощника по научной работе и даже хотел прописать его в своей квартире [8].

Ученый считал своим долгом вмешиваться в общественно-значимые события в государстве, начиная реформой школьного образования и заканчивая проектом поворота рек в Сибири. Делал он это не для собственной выгоды и не для славы, а на благо своих современников и потомков.

Осмысливая нравственный опыт деятелей математики в прошлом и настоящем, давая ценностную оценку действиям и поступкам других людей, студенты формируют собственные ценностные ориентации и убеждения.

Всестороннe использование этико-гуманистического потенциала дисциплины, по мнению Т. Елкановой, «способствует последовательному присвоению студентами гуманистических ценностей, интегрированных в ценностную картину мира, формированию ценностных ориентаций и убеждений студентов на основе личностного осмысления социального, духовного, нравственного опыта людей в прошлом и настоящем, вырабатывает потребности и умения использовать стратегию гуманистических ценностей как обязательных ориентиров в профессиональной и гражданской деятельности» [7].

Портрет эпохи способны воссоздать даже небольшие эпизоды. К примеру, А.А. Ляпунов вместе с преподавателем школьной математики

Н.Н. Новопокровским вёл в газете «Пионерская правда» раздел занимательной математики. Среди других в этом разделе читателям была предложена математическая задача, начинающаяся приблизительно так: «Два пастуха продали стадо коров, на вырученные деньги купили 100 овец, а оставшуюся часть поделили в отношении 2:3 и т. д.». На эту задачу отреагировала газета «Известия», в которой один из читателей вопрошал, какие пастухи в наше время располагают возможностью торговать своим стадом. Если это колхозные пастухи, то они воры, если частники, то откуда они взялись [1].

Заметим, что сам по себе автобиографический и исторический материал, несмотря на его несомненную ценность, не будет оказывать ожидаемое влияние. Важен способ его преподнесения. Это и тембр голоса, и мимика, и интонация, и жесты преподавателя. Для более эффективного эмоционального воздействия важно использовать весь арсенал средств художественной выразительности – театрализация жизненных ситуаций или условий задач, чтение в ролях, презентация, музыкальное сопровождение, фрагменты из кинофильмов, художественные произведения – стихи, баллады, притчи, которые более эмоциональны, чем научный историко-математический текст. Увлечения математиков музыкой, поэзией, театром не оставляют сомнений в необходимости использования вышеперечисленных средств, которые будут максимально гармонично вплетены в канву практических занятий.

Помочь студентам прочувствовать все исторические нюансы можно с помощью атрибутов эпохи, которые можно пощупать. Это могут быть элементы одежды, кусочек хлеба весом в 125 г, как во времена блокады Ленинграда, керосинка, букинистические книги по математике, датированные прошлым или позапрошлым веком, другие антикварные вещи, перфокарты и дискеты, с которыми нынешним студентам не приходилось встречаться.

Мысли математиков о математике – отдельный пласт мировосприятия. Знакомство с ними открывает глаза на некоторые вещи, на которые просто не обращали внимания, расставляет акценты, учит видеть красоту науки. Так, к примеру, интересны рассуждения Л. Понтрягина о математическом творческом мышлении: «Сложное математическое построение представляет собой как бы логическое кружево из мелких стежков очень простой структуры. На одном конце этого сложного куска кружев находится предпосылка, а на другом – результат. Каждый стежок, составляющий кусок кружев, очень прост. Всё в целом сплетение представляется очень сложным. Для понимания его требуется большой опыт и одарённость математика. Процесс математического творчества заключается в сплетении этого сложного логического куска» [8].

Невероятную ценность представляет организация встреч с нынешними корифеями науки, учениками известных математиков, которые через десятилетия сами станут историей. Они еще помнят, как создавались первые компьютеры и мобильная связь, могут поведать нюансы работы в разные исторические периоды, рассказать о плюсах и минусах многочисленных реформ образования, изменениях его парадигмы. Позже нынешние студенты смогут делиться воспоминаниями о них. Это прикосновение к легенде несет невероятный потенциал демонстрации преемственности исторического процесса, развития культуры, становления научного знания, непрерывности творческого математического поиска. Ученые рассказывают о себе простыми, не книжными словами, поэтому вызывают доверие и приобретается ощущение неразрывной связи поколений в науке. Такие встречи возможны в рамках научных конференций.

Подводя итог рассуждениям о важности эмоциональной составляющей, отметим, что эмоционально окрашенные знания стимулируют к самовыражению и дальнейшему познанию. «Правильно организованное эмоциональное подкрепление учебно-познавательной деятельности студентов способствует повышению интереса к изучаемому материалу и связанным с ним многообразным сторонам действительности, что стимулирует развитие творческих потребностей» [7].

Таким образом, эмоциональная составляющая является необходимым условием реализации гуманитарного потенциала учебной дисциплины. Она воплощается в жизнь через создание эмоционально-окрашенных ситуаций, тщательно подобранный содержательный материал, который максимально воздействует на чувства обучающихся, способствует приобщению их к общечеловеческой культуре, неординарный способ его представления, организации встреч с математиками современности и другими способами.

В статье рассмотрена эмоциональная составляющая исторического компонента гуманитаризации. Эмоциональная окраска других компонентов и способы ее реализации являются предметом дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексей Андреевич Ляпунов. 100 лет со дня рождения. URL: https://www.rfbr.ru/rffi/portal/books/o_1783298#603.

2. Беллос А. Красота в квадрате. Как цифры отражают жизнь и жизнь отражает цифры. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015, 368 с.

3. Бим-Бад Б.М. Педагогический энциклопедический словарь. М., 2002, С. 58–59.

4. Бородин А.И. Советские математики. Донецк: Вища школа, 1978. 109 с.

5. Горькавый Н. Сказка о вундеркинде Готфриде Лейбнице, придумавшем новую математику // Наука и жизнь. 2014, № 1. URL: https://www.nkj.ru/archive/articles/23601/.

6. Гусева Н.В., Менькова С.В., Баранова Е.В. Гуманитарный потенциал школьного курса математики и его реализации в обучении: Учебно-методическое пособие к дисциплине по выбору. Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2014, 46 с.

7. Елканова Т.М. Локальная гуманитарно-развивающая среда в структуре общегуманитарного базиса образования // Современные проблемы науки и образования. 2015, № 3, С. 330.

8. *Понтрягин Л.С.* Жизнеописание Л.С. Понтрягина, составленное им самим. Рождения г., Москва,1908. URL:http://ega-math.narod.ru/LSP/book.htm.

IMPLEMENTATION OF THE HUMANITARIAN POTENTIAL OF THE DISCIPLINE "DIFFERENTIAL EQUATIONS"

Olga Panisheva

Lugansk Taras Shevchenko University, Lugansk

panisheva-ov@mail.ru

Abstract

Humanitarianization is one of the main attributes of technologies of personality-oriented education. Some ways of implementing of the humanitarian potential of discipline "Differential Equations" are described in the article. The role of the emotional part of the historical component of humanitarian potential of the discipline is substantiated. The way how to make the acquaintance with historical-mathematical facts of emotionally rich and significant for students are considered in detail.

***Keywords**: higher education, humanization, differential equations, emotional component*

REFERENCES

1. Aleksej Andreevich Lyapunov. 100 let so dnya rozhdeniya. URL: https://www.rfbr.ru/rffi/portal/books/o_1783298#603.

2. *Bellos A.* Krasota v kvadrate. Kak cifry otrazhayut zhizn' i zhizn' otrazhaet cifry. M.: Mann, Ivanov i Ferber, 2015. 368 s.

3. *Bim-Bad B.M.* Pedagogicheskij enciklopedicheskij slovar'. M., 2002. S. 58–59.

4. Borodin A.I. Sovetskie matematiki. Doneck: Vishcha shkola, 1978. 109 s.

5. *Gor'kavyj N.* Skazka o vunderkinde Gotfride Lejbnice, pridumavshem novuyu matematiku // Nauka i zhizn'. 2014, No 1. URL: https://www.nkj.ru/archive/articles/23601/.

6. *Guseva N.V., Men'kova S.V., Baranova E.V.* Gumanitarnyj potencial shkol'nogo kursa matematiki i ego realizacii v obuchenii: Uchebno-metodicheskoe posobie k discipline po vyboru. Arzamas: Arzamasskij filial NNGU, 2014, 46 s.

7. *Elkanova T.M.* Lokal'naya gumanitarno-razvivayushchaya sreda v strukture obshchegumanitarnogo bazisa obrazovaniya // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2015, No 3, S. 330.

8. *Pontryagin L.S. ZHizneopisanie L.S.* Pontryagina, sostavlennoe im samim. Rozhdeniyag, Moskva, 1908. URL: http://ega-math.narod.ru/LSP/book.htm.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ПАНИШЕВА Ольга Викторовна – кандидат педагогических наук, доцент, ЛНУ им. Т. Шевченко, г. Луганск, Украина.

Olga Victorovna PANISHEVA – associate professor, Lugansk Taras Shevchenko University, Lugansk.

email: panisheva-ov@mail.ru

Материал поступил в редакцию 3 сентября 2019 года

УДК 372.1

О РЕАЛИЗАЦИИ НАЦИОНАЛЬНОГО ПРОЕКТА «ОБРАЗОВАНИЕ» ПРИ ПОДГОТОВКЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КАДРОВ В ВУЗЕ

Н.И. Попов [1], Е.В. Яковлева [2], Л.Н. Губарь [3]

Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина, Сыктывкар

[1] popovnikolay@yandex.ru, [2] akovleva@gmail.com, [3] LNGubar@yandex.ru

Аннотация

Статья посвящена анализу взаимосвязи национального проекта «Образование» государственной программы Российской Федерации «Развитие образования» с подготовкой преподавателей математики и информатики в вузе. Выделены основные направления указанного проекта, которые должны стать основой модернизации образовательных программ, направленных на подготовку специалистов в области математики и информатики, педагогов рассматриваемых предметных областей.

Ключевые слова*: модернизация системы образования, обучение математике и информатике, информационные технологии, междисциплинарный подход*

В настоящее время качество математической подготовки студента в рамках университетского образования неразрывно связано с его математической компетентностью как интегративной характеристикой личности, выражающей способность и готовность применять знания, умения, навыки, опыт деятельности для решения профессиональных задач. В [2] отмечено: «Современные наукоемкие производства требуют новых инновационных подходов, а разработать их могут только специалисты, способные оперировать междисциплинарными категориями, интегрировать идеи из различных областей науки».

В настоящее время профессиональным сообществом активно обсуждаются проблемы содержания и методики преподавания различных математических дисциплин. Благодаря научно-техническому прогрессу у обучаемых появляется возможность доступа к огромным объемам информации. Идет процесс цифровизации всех отраслей экономики, а также системы образования, однако при ее модернизации необходимо учитывать тот фактор, что образование – это сфера, где любое действие проявляется опосредованно, через значительный промежуток времени. Изменения происходят на всех уровнях образования. Причем в нынешних условиях учителя школ, преподаватели вузов и профессиональных образовательных организаций вынуждены пересматривать традиционную методику обучения и переходить к использованию «смешанного» обучения (blendedlearning). При этом возникает проблема проектирования эффективной модели обучения для достижения обучающимися максимального познавательного эффекта.

В последние годы в Российской Федерации утвержден целый ряд федеральных документов, направленных на модернизацию системы образования. Национальный проект «Образование» государственной программы Российской Федерации «Развитие образования» [1, 3], в частности, содержит следующие федеральные проекты, которые тесно связаны с математическим образованием: «Современная школа», «Успех каждого ребенка», «Цифровая образовательная среда», «Учитель будущего», «Кадры для цифровой экономики», «Молодые профессионалы».

Федеральные проекты «Современная школа» и «Учитель будущего» направлены на вхождение Российской Федерации в десятку стран мира по качеству общего образования посредством обновления материально-технической базы, содержания и технологий преподавания, внедрения национальной системы профессионального роста педагогических работников всех предметных областей, в частности, «Математики» и «Информатики».

Федеральный проект «Успех каждого ребенка» направлен на развитие системы дополнительного образования детей, включая обновление содержания, развитие кадрового потенциала и модернизацию инфраструктуры системы. Еще одно направление проекта – выявление и поддержка лиц, проявивших выдающиеся способности, в целях увеличения количества участников олимпиад и конкурсов различного уровня из числа обучающихся по основным образовательным программам начального, основного общего и среднего общего образования. Традиционные олимпиады, проводимые для учащихся, дополнены новыми форматами. Например, проводится «Олимпиада НТИ» – система командных состязаний школьников, рассматриваемая в перспективе как основной механизм ориентации учащихся на инженерные образовательные программы вузов. В перечне «Олимпиад НТИ» выделяется 28 направлений, каждое из которых носит междисциплинарный характер, например, «Большие данные и машинное обучение», «Финансовые технологии», «Интеллектуальные энергетические системы», «Искусственный интеллект», при этом большая часть направлений охватывает предметные области «Математика» и «Информатика». В рамках вышеуказанного проекта при вузах открываются Дома научной коллаборации, которые позиционируются как федеральная сеть центров, позволяющая увеличить количество детей, обучающихся по программам дополнительного образования. В 2019 году такой центр открыт в СГУ имени Питирима Сорокина. На его базе будут реализовываться пять образовательных проектов: «Детский университет» для обучающихся 5–9 классов; «Малая академия» для обучающихся 10–11 классов и СПО; «Урок технологии», «Урок биологии», «Педагог К-21», предполагающие обновление содержания, методики и технологии преподавания учебных предметов и их реализацию в сетевой форме.

Федеральный проект «Цифровая образовательная среда» направлен на создание условий для внедрения современной и безопасной цифровой образовательной среды, разработку целевой модели среды, обеспечивающей формирование у обучающихся ценности к саморазвитию и самообразованию. Проектом предусмотрено, в частности, создание сети центров цифрового образования детей «IT-куб».

Федеральный проект «Молодые профессионалы» направлен на модернизацию профессионального образования. В рамках проекта планируется обновление материально-технической базы образовательных организаций, реализующих программы среднего профессионального образования, внедрение адаптивных, практико-ориентированных и гибких образовательных программ. В Российской Федерации с 2019 года планируется создание 5000 мастерских по приоритетным группам компетенций в рамках государственной поддержки образовательных организаций для обеспечения соответствия их материально-технической базы современным требованиям. Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина принял участие в федеральном конкурсе и получил грант на создание специальных мастерских, один из авторов статьи являлся руководителем проектной группы. В 2019 году в университете созданы 5 мастерских по направлению «Информационные и коммуникационные технологии» по следующим компетенциям: «Программные решения для бизнеса», «Веб-дизайн и разработка», «Сетевое и системное администрирование», «Машинное обучение и большие данные», «Разработка компьютерных игр и мультимедийных приложений». Они станут основой модернизации образовательных программ всех уровней подготовки в вузе по IT-направлениям и программ подготовки педагогических кадров, поскольку подготовка современных учителей-предметников не может не учитывать изменения, происходящие в системе образования. Следует отметить, что все формируемые компетенции в рамках создаваемых мастерских носят междисциплинарный характер и тесно связаны с предметными областями «Математика» и «Информатика», которые рассматриваются государственной программой как приоритетные. В частности, мастерская по компетенции «Машинное обучение и большие данные» создается для обучения разработке программных подсистем, реализующих решение прикладных задач, включающих работу с большим объемом неструктурированных данных. Практический опыт работы с большими данными, накопленный в индустрии, позволил применять его для решения широкого круга задач, например, в беспилотных автомобилях, распознавании речи, эффективных поисковых системах. При этом разработчик должен обладать знаниями в области математических методов обработки и анализа данных, такими как основы математической статистики, корреляционно-регрессионный анализ, уметь разрабатывать математические модели, выявлять случайные ошибки с применением современных программных продуктов.

Федеральный проект «Кадры для цифровой экономики» предполагает проведение профильных смен различной тематической направленности в области математики и информатики в оздоровительных лагерях, организованных образовательными организациями. Проект предусматривает грантовую поддержку в целях углубленного изучения этих предметных областей, создания цифровых учебно-методических комплексов, различных тренажеров и виртуальных лабораторий для реализации общеобразовательных и дополнительных программ по предметным областям «Математика», «Информатика» и их апробацию.

Вышеперечисленные федеральные проекты должны быть декомпозированы на региональные и муниципальные системы образования, на каждую образовательную организацию и на всех участников образовательного процесса. Очевидно, что одним из приоритетов является углубленное изучение дисциплин «Математика» и «Информатика», как основы цифровизации всех отраслей экономики, поэтому развитие этих предметных областей должно быть реализовано как в рамках общего и профессионального образования, так и в рамках профессионального обучения и дополнительного образования.

Важным аспектом при этом становится подготовка математических кадров. В этой связи острой становится проблема не только повышения квалификации действующих педагогических работников, но и изменения содержания подготовки студентов в вузе. Профессиональный стандарт педагога, утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 года № 544н, содержит следующие основные требования к образованию педагога: высшее профессиональное образование по направлениям подготовки «Образование и педагогика» или в области, соответствующей преподаваемому предмету. Следовательно, образовательные программы подготовки специалистов в области математики и информатики, в том числе, содержащие вид деятельности «педагогическая», должны быть направлены на включение в учебный процесс дисциплин (модулей) коррелирующих с национальным проектом «Образование». Еще одним направлением модернизации в рамках национального проекта может стать привлечение студентов к командной проектной деятельности. Разработка проектов полного жизненного цикла совместно с научно-педагогическими работниками и специалистами-практиками позволит студенту в течение обучения сформировать портфолио из успешно реализованных проектов и уменьшить срок его адаптации в будущей профессиональной деятельности.

Высшее образование в Российской Федерации всегда было ориентировано на осуществление профессиональной подготовки, основанной на фундаментальных знаниях, обеспечивающих формирование компетенций общего характера. В частности, следует также отметить, что для решения широкого спектра практических задач особое значение придается таким направлениям модернизации, как междисциплинарность, интеграция знаний из разных областей, воспитание у студентов самоорганизации и потребности в постоянном самообразовании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Паспорт национального проекта «Образование», утв. президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам. 2018, № 16. URL: http://static.government.ru/media/files/UuG1ErcOWtjfOFCsqdLsLxC8oPFDkmBB.pdf

2. *Попов Н.И.* Технологии предметного обучения будущих математиков в университете: дис. ... докт. пед. наук. М., 2015. 305 с.

3. Постановление Правительства РФ от 26.12.2017, № 1642 «Об утверждении государственной программы Российской Федерации» // Правительства РФ. URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001201712290016

ABOUT IMPLEMENTATION OF THE NATIONAL PROJECT «EDUCATION» AT TEACHING OF SPECIALISTS IN THE FIELD OF MATHEMATICS AT THE UNIVERSITY

Nikolay Popov [1], Elena Yakovleva [2], Lyudmila Gubar [3]

Pitirim Sorokin Syktyvkar State University, Syktyvkar

[1] popovnikolay@yandex.ru, [2] akovleva@gmail.com, [3] LNGubar@yandex.ru

Abstract

The article analyzes the relationship of the national project «Education» of the state program of the Russian Federation «Development of education» with the training of teachers of mathematics and computer science at the university. The paper identifies the main directions of the national project, which should be the basis for the modernization of educational programs aimed at training specialists in the field of mathematics and computer science, teachers of the subject areas.

Keywords*: modernization of the education system, teaching mathematics and informatics, information technologies, interdisciplinary approach*

REFERENCES

1. Pasport nacional'nogo proekta «Obrazovanie», utv. prezidiumom Soveta pri Prezidente RF po strategicheskomu razvitiyu i nacional'nym proektam, 2018, No 16. URL: http://static.government.ru/media/files/UuG1ErcOWtjfOFCsqdLsLxC8oPFDkmBB.pdf

2. *Popov N.I.* Tekhnologii predmetnogo obucheniya budushchih matematikov v universitete: dis. ... dokt. ped. nauk. M., 2015, 305 s.

3. Postanovlenie Pravitel'stva RF ot 26.12.2017, №1642 «Ob utverzhdenii gosudarstvennoj programmy Rossijskoj Federacii» // Pravitel'stva RF. URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001201712290016

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПОПОВ Николай Иванович *– доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физико-математического и информационного образования Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина; г. Сыктывкар.*

Nikolay Ivanovich POPOV *– Doctor of Education, Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Physical and Mathematical and Information Education of Pitirim Sorokin Syktyvkar State University.*

email: popovnikolay@yandex.ru

ЯКОВЛЕВА Елена Васильевна *– старший преподаватель кафедры физико-математического и информационного образования Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина, г. Сыктывкар.*

Elena YAKOVLEVA *– Senior Lecturer of the Department of Physical and Mathematical and Information Education of Pitirim Sorokin Syktyvkar State University.*

email: akovleva@gmail.com

ГУБАРЬ Людмила Николаевна *– преподаватель, ФГБОУ ВО «Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина», г. Сыктывкар.*

Lyudmila GUBAR *– postgraduate student at the Department of Physical and Mathematical and Information Education of Pitirim Sorokin Syktyvkar State University.*

email: LNGubar@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 2 сентября 2019 года.

УДК 372.851

ФОРМИРОВАНИЕ ЦЕННОСТНОГО ОТНОШЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ЗНАНИЯМ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

А.П. Сманцер

Белорусский государственный университет, Минск

a.smantser@mail.ru

Аннотация

Представлены результаты анализа формирования у школьников ценностного отношения к математическим знаниям. Подчеркивается, что ценности-цели выступают доминирующей составляющей математической деятельности старшеклассников и определяются конкретными мотивами и интересами школьников, принятие содержание математических знаний как ценности обусловливается их структурирование, перекомпоновкой; отмечается роль математических задач в овладении школьниками математическими знаниями.

Ключевые слова*: формирование ценностное отношение, математические знания, ценности-цели, ценности-содержания, ценности-средства, ценности-технологии*

Социально-экономические, научно-технические потребности государства и общества выдвигают новые требования к математической подготовке личности школьников, студентов, будущих специалистов любого профиля. В последнее время в обществе осознается важность математической подготовки будущих специалистов. Наконец, пришло осознание предупреждения известного российского математика Б.В. Гнеденко, что ослабление математической и технической подготовленности школьников, студентов, вообще человека ведет к потере технического базиса страны. «Страна, заботящая о своей обороне, – отмечал академик Б.В. Гнеденко, – нуждается в хорошем и современно поставленном математическом образование» [2, с. 20]. Не лишне напомнить, что известный ученый видел ценность изучения математики в школе в том, что «почти всем мальчикам придется служить в армии, и требования современной военной техники к математическим знаниям очень велики. В артиллерии, ракетных войсках, авиации, частях связи и ряде других без свободного владения широким диапазоном математических средств обойтись уже нельзя» [2, с. 20].

В «Концепции развития математического образования в Российской Федерации» отмечается, что «изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе» [4], и дальше подчеркивается, что без высокого уровня математического образования невозможно выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики, реализации долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации [4].

Сейчас наблюдаются три важнейшие тенденции в развитии математического образования молодежи на уровнях:

– всего человечества – как универсальный язык науки, позволяющий описывать и изучать реальные процессы и явления;

– государственном – как источник высокообразованных, творчески мыслящих интеллектуалов, способных решать любые задачи в различных областях науки;

– развития личности – как инструментария в повседневной жизни;

– источника умственного развития, формирования духовного мира человека;

– языка естествознания и техники, самой природы; источник овладения информационными технологиями [5, с. 152].

Однако следует констатировать, что все еще наблюдается низкая учебная мотивация школьников к изучению математики, которая в определенной мере объясняется общественной недооценкой значимости математического образования, отсутствием учебных программ, отвечающих потребностям обучающихся и действительному уровню их подготовки.

Этим самым становится важным осознание учащимися математических знаний как ценности для личности и государства. Овладение школьниками математическими знаниями становится успешным, если они осознают важность математических знаний, цель овладения математикой становится ценностью. Можно выделить ценности-цели изучения математики школьниками.

Исследования показывают, что только при положительной ценностно-целевой установке обеспечивается развитие такой учебной деятельности, которая удовлетворяет мотивы, потребности и интересы старшеклассников в овладении математическими знаниями. Не случайно В.А. Якунин подчеркивает, что «цели любой деятельности и стоящие за ними потребности, ценности и мотивы являются ведущим и системообразующим звеном» [11, с. 235]. В психологии доказано, что без умения школьниками принимать выдвигаемые учителем цели как свои ценностно-значимые, ставить и достигать их в учебной работе даже зрелые формы потребностей и мотивов остаются нереализованными.

Нельзя не согласиться с А.К. Осницким, который отмечает важность не только понимания и принятия предложенных целей, но и умения удержать цели до реализации, не допустить, чтобы их место заняли другие [9, с. 34]. Ценностью выступает стимулирование старшеклассников к активной деятельности, нацеленной на самосовершенствование математической подготовки, стремления творчески подходить к решению математических задач.

Наш опыт работы в средней школе показывает, что цель и мотивы учения становятся для школьников ценностью и зачастую определяют их дальнейшую профессиональную деятельность. Показательными в этом плане являются воспоминания одного из наших незаурядных учеников, летчика-космонавта СССР, дважды Героя Советского Союз В.В. Коваленка. Увидев в 1957 г. в полете первый искусственный спутник, деревенский паренёк стал мечтать о полетах в космос. Зародившаяся мечта впоследствии окрепла и стала целью жизни. В.В. Коваленок вспоминает: «Мой интерес к космосу понемногу начал приобретать конкретные очертания. ... Мечта овладела мной так сильно, что сквозь годы направляла мои помыслы и дела. В конце концов, я полетел в космос» [3, с. 30–31]. При этом он особо подчеркивает: «Ведь если бы не возникла и не окрепла в душе деревенского мальчика «одна, но пламенная страсть, то иной были бы и моя профессия, и моя судьба» [3, с. 30].

Следовательно, ценности-цели выступают доминирующей составляющей математической деятельности старшеклассников. Они определяются конкретными мотивами и интересами, адекватными потребностям школьников в математических знаниях.

Опросы старшеклассников показали, что их цели изучения математики сгруппировались вокруг следующих направлений: подготовка к поступлению в вуз (38,5%), подготовка к будущей профессии (14,6%), интеллектуальное развитие (28,8%), формирование мировоззрения (3,8%), включенность в окружающий мир (2,6%), развитие творческой способностей, тренировка возможностей человеческого мозга (8,4%).

Среди важных ценностей изучения математики находятся содержательные ценности школьной математики. Изучение математики создает у школьников максимально полное и цельное восприятие математических знаний для будущей профессиональной деятельности и жизни в обществе. Ценностное отношение к математическому знанию во многом обусловливается структурированием, перекомпоновкой содержания, умелым его преставлением учащимся. Например, для облегчения усвоения табличного умножения и деления нашей аспиранткой Н.В. Петкевич разработана технология изучения табличного умножения с помощью специальных демонстрационных наглядных пособий «Город умножения» и «Таблица с цветным кодом», «Радужный цветок». Исследование показало, использование этой технологии облегчало усвоение учащимися таблицы умножения [10]. Не менее важно для осознания ценности математического знания использование учебных пособий, в которых математическое содержание излагается с учетом современных технологий, а также на трех уровнях сложности. В этом отношении образцовым примером изложения математического анализа на трех уровнях сложности является учебник «Математический анализ» (авторы В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов) [6].

Многие учителя математики отмечают невысокое качество белорусских учебников по математике для средней школы, стремятся использовать сохранившиеся советские учебники и задачники или новые хорошие российские учебные пособия [11].

Особенно много ошибок и казусов имеется в формулировках математических задач. Многие школьные математические задачи далеки от запросов и интересов учащихся. Приведем задачу из учебника по математике для 5-го класса:

«Найдите годовую амортизацию станка, если его стоимость составляет 300 млн рублей, плановый срок работы – 10 лет, плановые затраты на ремонт – 180 млн рублей, остаточная стоимость после 10 лет работы – 32 млн рублей, расходы на демонтаж – 2 млн рублей». [7]. Безусловно, содержание задачи далеко от интересов подростков, что ведет к негативному отношению к таким учебникам, и, как следствие, теряется интерес к математике.

Исследование нашей аспирантки С.А. Аксючиц показало, что использование проектных задач по математике в начальной школе оказывает положительное влияние на ценностное отношение учащихся к этой дисциплине. Решая проектные задачи, учащиеся становятся строителями, архитекторами и опосредованно овладевают математическими знаниями [1]. В процессе решения проектных задач опосредованно осваиваются математические понятия, используются математические формулы, развивается математическое мышление.

Следует отметить, что технологии обучения математике становятся ценностью у высоко квалифицированного учителя. К сожалению, в 2-х миллионном Минске учителей математики, к которым учащиеся с большой радостью и интересом идут на урок, имеется не очень много.

Таким образом, исследование показало потребность современного общества в повышении качества математического образования школьников, важности формирования у них ценностного отношения к математическому знанию. Насущная потребность образовательного процесса в школе является стимулом для принятия целей изучения математики как личной ценности, необходимы корректировка содержания математического образования с учетом современных достижений информационного общества, а также более широкое использование практико-ориентированных математических задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аксючиц С.А.* Использование проектных задач в начальной школе // Пачат. Школа, 2012, № 5, С. 57–61.

2. *Гнеденко Б.В.* Математика и математическое образование в современном мире. М.: Просвещение, 1985, 193 с.

3. *Коваленок В.В.* Родина крылья дала: Документ, повесть. Минск: Юнацтва, 1989, 239 с.

4. Концепция развития математического образования в Российской Федерации, 2013. URL: https://rg.ru/2013/12/27/matematika-site-dok.html.

5. *Липатникова И.Г.* Современные подходы к содержанию математического образования в контексте диалога культур // Педагогическое образование в России. 2015, № 7, С. 151–158.

6. Математический анализ. В 2 ч. Часть 1. В 2 кн. Книга 1: учебник для академического бакалавриата / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов. М.: Издательство Юрайт, 2016, 331 с.

7. Можно ли учиться по школьным учебникам? URL: http://https://www.kp.by/daily/26210/3095513/.

8. О концепции модернизации российского образования на период до 2010 года. Приказ от 11.02.2002 № 393 // Правительство РФ. URL: http://elementy.ru/Library9/pr393.htm/.

9. *Осницкий А.К.* Саморегуляция деятельности школьников и формирование активной личности. М., 1986, 80 с.

10. *Петкевич Н.В.* Обучение в действии и движении // Пачатковая школа. № 5, С. 43–44.

11. Репетиторы в ужасе от белорусских школьных учебников. URL: https://news.tut.by/society/230625.html.

12. *Якунин В.А.* Педагогическая психология: Учеб. пособие. СПб., 2000, 349 с.

FORMATION OF THE VALUE ATTITUDE OF STUDENTS TO MATHEMATICAL NOWLEDGE IN THE LEARNING PROCESS

Anatol Smantser

Belarusian State University, Minsk

a.smantser@mail.ru

Abstract

The article presents the results of an analysis of the formation in schoolchildren of a valuable attitude to mathematical knowledge, emphasizes that goal values are the dominant component of the mathematical activity of high school students and are determined by the specific motives and interests of schoolchildren, the acceptance of the content of mathematical knowledge as a value is determined by their structuring, re-arrangement, the role of mathematical problems is noted. in mastering schoolchildren by mathematical knowledge.

Keywords: *formation of a value relation, mathematical knowledge, value-goals, value-content, value-means, technology values*

REFERENCES

1. *Aksyuchic S.A.* Ispol'zovanie proektnyh zadach v nachal'noj shkole // Pachat. shkola. 2012, No 5, S. 57–61.
2. *Gnedenko B.V.* Matematika i matematicheskoe obrazovanie v sovremennom mire. M.: Prosveshchenie, 1985, 193 s.
3. *Kovalenok V.V.* Rodina kryl'ya dala: Dokument, povest'. Minsk: Yunactva, 1989, 239 s.
4. Koncepciya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossijskoj Federacii. 2013. URL: https://rg.ru/2013/12/27/matematika-site-dok.html.
5. *Lipatnikova I.G.* Sovremennye podhody k soderzhaniyu matematiche-skogo obrazovaniya v kontekste dialoga kul'tur // Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii. 2015, No 7, S. 151–158.
6. Matematicheskij analiz. V 2 ch. CHast' 1. V 2 kn. Kniga 1: uchebnik dlya akademicheskogo bakalavriata / V.A. Il'in, V.A. Sadovnichij, Bl.X. Sendov. M.: Izdatel'stvo Yurajt, 2016, 331 s.

7. Mozhno li uchit'sya po shkol'nym uchebnikam? URL: https://www.kp.by/daily/26210/3095513/.

8. O koncepcii modernizacii rossijskogo obrazovaniya na period do 2010 goda. Prikaz ot 11.02.2002 No 393 // Pravitel'stvo RF. URL: http://elementy.ru/Library9/pr393.htm/.

9. *Osnickij A.K.* Samoregulyaciya deyatel'nosti shkol'nikov i formirova-nie aktivnoj lichnosti. M., 1986, 80 s.

10. *Petkevich N.V.* Obuchenie v dejstvii i dvizhenii // Pachatkovaya shkola, No 5, S. 43–44.

11. Repetitory v uzhase ot belorusskih shkol'nyh uchebnikov. URL: https://news. tut.by/ society/230625.html.

12. *Yakunin V.A.* Pedagogicheskaya psihologiya: Ucheb. Posobie. SPb.: Izd-vo, 2000, 349 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

СМАНЦЕР Анатолий Петрович – доктор педагогических наук, профессор, Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь.

Anatol Petrovich SMANTSER – D.Sc. in Pedagogical Sciences, professor, Belarusian State University.

email: a.smantser@mail.ru

Материал поступил в редакцию 23 августа 2019 года

УДК 511

ХАРАКТЕРИСТИКИ УНИВЕРСАЛЬНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ

Е.В. Стребков[1], **А.Р. Галимуллин**[2], **Д.М. Гарифуллин**[3]

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань

[1] str9050258629@yandex.ru, [2] amirzolotoy@gmail.com,
[3] damir.gariffullin96@gmail.com

Аннотация

Рассмотрены основные характеристики универсальности статистических критериев.

Ключевые слова: *универсальность статистических критериев, критерий Манна–Уитни, критерий Линка–Уоллеса*

В учебных заведениях по многим специальностям изучаются элементы математической статистики, важным разделом которой являются методы проверки статистических гипотез, позволяющие по небольшому количеству выборочных данных сделать математически обоснованный вывод об изучаемом явлении. Особенностями применения обусловлены затруднения учащихся при изучении этих методов.

Актуальной является проблема выделения статистических критериев, отвечающих основным характеристикам универсальности:

1) возможностью применения для широкого класса прикладных задач из различных областей знаний;

2) минимальными ограничениями на свойства рассматриваемых случайных величин (признаков);

3) наглядностью и простотой алгоритмов без необходимости использования специализированных пакетов программ по аналитической статистике:

4) отсутствием завышенных требований к уровню математической подготовки, что способствует осознанному и корректному применению таких методов учащимися различных специальностей, например, социально-экономических, медико-биологических, психолого-педагогических, информационных и технических.

Характеристикам универсальности в достаточной степени соответствуют непараметрические критерии, применение которых проиллюстрируем на конкретных примерах.

На первом этапе критерия формулируются основная гипотеза H_0 об изучаемом свойстве признака и противоположенная гипотеза H_1, а также выбирается уровень значимости $q = P(\frac{H_1}{H_0})$, т. е. вероятность принятия противоположенной гипотезы H_1 при условии справедливости основной гипотезы H_0 (ошибка I рода). Статистический критерий позволяет математически обоснованно принять или отклонить нулевую гипотезу H_0.

Универсальность непараметрических критериев продемонстрируем на конкретном примере применения критерия Манна–Уитни [2].

Пример 1. Требуется проверить эффективность новой методики обучения.

Шаг 1. Составляются две выборки В1={обучающихся по новой методике (опытная группа)} объема $n = 22$ и В2={обучающихся по старой методике (контрольная группа)} объема m=19. По результатам обучения проведено тестирование, результаты которого в баллах приведены в *Таблице 1*, где n_i и k_i – частоты соответственно для В1 и В2.

Таблица 1

Баллы	В1 (опыт)		В2 (контроль)	
	Частоты	Ранги	Частоты	Ранги
$x_1 = 5$	$n_1 = 4$	4	$m_1 = 3$	2,5
$x_2 = 4$	$n_2 = 7$	6	$m_2 = 8$	7,5
$x_3 = 3$	$n_3 = 8$	7,5	$m_3 = 6$	5
$x_4 = 2$	$n_4 = 3$	2,5	$m_4 = 2$	1
сумма	*n*=22	20	*m*=19	16

Шаг 2. Формулируются гипотезы основная H_0={уровень В2 не ниже уровня В1 (отсутствует эффект)} и противоположенная гипотеза H_1={уровень В2 ниже уровня В1 (присутствует эффект)}.

Шаг 3. Частоты выборок В1 и В2 ранжируются общим массивом по мере увеличения. В строке «сумма» подсчитываются суммы рангов соответственно для В1 и В2.

Шаг 4. Вычисляется фактическое значение критерия

$$U = n\ m + \frac{K(K+1)}{2} - T,$$

где Т – наибольшая из ранговых сумм с объёмом выборки К, в частности, для *Примера 1* $U = 651$ при $T = 20$ и $K = 22$.

Шаг 5. Задается уровень значимости q, например, $q = 0{,}01$. По таблицам определяется критическое значение $U_{\text{кр.}}$, если $U > U_{\text{кр.}}$, то гипотеза H_0 принимается. Для *Примера 1* при $q = 0{,}01$ критическое значение $U_{\text{кр.}} = 119$. Таким образом, $U = 651 > U_{\text{кр.}} = 119$, и гипотеза H_0 принимается при уровне значимости $q = 0{,}01$. Следовательно, отсутствует эффект применения новой методики обучения.

Для применения критерия Манна–Уитни необходимо соблюдение условий:

1) критерий предназначен для оценки различий между двумя выборками по уровню признака;
2) измерение может быть проведено в шкале интервалов или отношений;
3) выборки должны быть несвязанными;
4) нижняя граница объемов выборок $n \geq 3, m \geq 3$;
5) верхняя граница объемов выборок $n, m \leq 60$.

Критерий Манна–Уитни предназначен для сравнения показаний только двух выборок. Для широкого класса прикладных задач актуально сравнение показателей нескольких выборок, для которого обычно применяются трудоемкие методы дисперсионного анализа [1], что вызывает у учащихся значительные затруднения. Для подобного класса задач целесообразно рекомендовать наглядный и достаточно универсальный критерий Линка–Уоллеса [2], эффективность которого проиллюстрируем на *Примере 2*.

Пример 2. Для трех групп по 5 испытуемых в каждой проводится тестирование по количеству правильных ответов на 10 предложенных заданий. Результаты тестирования представлены в *Таблице 2*, где x_{ij} – показатели для выборки (группы) Bl.

Таблица 2

Номера испытуемых	Выборка B1 (группа 1)	Выборка B2 (группа 2)	Выборка B3 (группа 3)
1	$x_{11} = 4$	$x_{21} = 3$	$x_{31} = 6$
2	$x_{12} = 3$	$x_{22} = 4$	$x_{32} = 7$
3	$x_{13} = 5$	$x_{23} = 4$	$x_{33} = 8$
4	$x_{14} = 4$	$x_{24} = 8$	$x_{34} = 7$
5	$x_{15} = 7$	$x_{25} = 6$	$x_{35} = 6$
размах v_i	$v_1 = 4$	$v_2 = 5$	$v_3 = 2$
средние $\overline{x}_i$	$\overline{x}_1 = 4{,}6$	$\overline{x}_2 = 5$	$\overline{x}_3 = 6{,}8$

Рассмотрим алгоритм критерия Линка–Уоллеса для сравнения выборочных средних.

Шаг 1. Для каждой выборки подсчитываются размах v_i и среднее значение $\overline{x}_i$: размах v_i подсчитывается как разность между наибольшим и наименьшим значениями,

$$\overline{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}.$$

Для *Примера 2* соответствующие значения равны:

$$v_1 = 7 - 3 = 4\,, v_2 = 8 - 3 = 5\,, v_3 = 8 - 6 = 2\,;$$

$$\overline{x}_1 = 4{,}6\,, \overline{x}_2 = 5\,, \overline{x}_3 = 6{,}8\,.$$

Шаг 2. Выбирается уровень значимости q, и для объема выборки n и числа выборок m по соответствующим таблицам находится критическое значение $K_{\text{кр.}}$ Для *Примера 2 при* $\mathrm{q} = 0{,}05, \mathrm{n} = 5, m = 3$ критическое значение $K_{\text{кр}} = 1{,}19.$

Шаг 3. Подсчитаем показатель критерия

$$К = \frac{K_{кр} * V}{n} = \frac{1{,}19 * 11}{5} = 2{,}618,$$

где *n*=5 – объем выборок, $\mathrm{V} = v_1 + v_2 + v_3 = 4 + 5 + 2 = 11$ – сумма всех размахов.

Для выборочных средних $\overline{x}$ и $\overline{y}$ при условии

$$|\overline{x} - \overline{y}| > K \quad (1)$$

существует статистически значимое различие между $\overline{x}$ и $\overline{y}$ на уровне значимости q.

Шаг 4. Для *Примера 2* на уровне значимости $q = 0{,}05$ по формуле (1) оценим различие между выборочными средними $\overline{x}_1$, $\overline{x}_2$, $\overline{x}_3$.

Применив формулу (1), сравним средние значения $\overline{x}_1 = 4{,}6$ и $\overline{x}_2 = 5$

$$|\overline{\mathrm{x}}_1 - \overline{\mathrm{x}}_2| = 0{,}4 < К = 2{,}618,$$

таким образом, отсутствует различие между $\overline{x}_1$ и $\overline{x}_2$.

Аналогично для средних $\overline{x}_1 = 4{,}6$ и $\overline{x}_3 = 6{,}8$ согласно формуле (1)

$$|\overline{\mathrm{x}}_3 - \overline{\mathrm{x}}_1| = 2{,}2 < К = 2{,}618,$$

т. е. отсутствует различие между $\overline{x}_1$ и $\overline{x}_3$.

Следовательно, для *Примера 2* на уровне значимости $q = 0{,}05$ можно сделать вывод об отсутствии статистически значимых различий между средними значениями выборок B1, B2 и B3.

Для применения критерия Линка–Уоллеса необходимо соблюдение следующих условий:

1) измерение может быть проведено в шкале интервалов или отношений;
2) число выборок m от 3 до 50;
3) объем выборок $n \geq 3$ должен быть одинаковым.

Критерий Линка–Уоллеса позволяет наглядно и просто без использования пакетов прикладных программ по статистике провести сравнительный анализ выборочных средних для значительного числа выборок, а также при различных комбинациях этих выборок.

Приведенные примеры демонстрируют преимущества универсальных статистических критериев.

Изучение универсальных статистических критериев способствует их корректному и эффективному применению учащимися различных специальностей к расширенным классам профильных задач, в частности при выполнении научных исследований, курсовых и дипломных проектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2003, 469 с.

2. *Холлендер М., Вульф. Д.* Непараметрические методы статистики. М.: Финансы и статистика, 1983, 518 с.

CHARACTERISTICS OF THE UNIVERSALITY OF STATISTICAL CRITERIA

Evgeniy Strebkov[1]**, Amir Galimullin**[2]**, Damir Garifullin**[3]

Kazan Federal University, Kazan

[1] str9050258629@yandex.ru, [2] amirzolotoy@gmail.com,
[3] damir.gariffullin96@gmail.com

Abstract

This article discusses the main characteristics of the universality of statistical criteria.

Keywords: *universality of statistical criteria; Mann-Whitney test; Link-Wallace test*

REFERENCES

1. *Gmurman V.E.* Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika: Uchebnoe posobie dlya vuzov. M.: Vy`ssh. shk., 2003, 469 s.

2. *Xollender M., Vul`f D.* Neparametricheskie metody statistiki. M.: Finansy` i statistika, 1983, 518 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СТРЕБКОВ Евгений Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский федеральный университет, г. Казань.

Evgeniy Vladimirovich STREBKOV, Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, Kazan (Volga region) Federal University, Kazan.

e-mail: str9050258629@yandex.ru

ГАЛИМУЛЛИН Амир Рамильевич – магистрант, Казанский федеральный университет, г. Казань.

Amir Ramilievich GALIMULLIN – undergraduate, Kazan (Volga region) Federal University, Kazan.

e-mail: amirzolotoy@gmail.com

ГАРИФУЛЛИН Дамир Монирович – магистрант, Казанский федеральный университет, г. Казань.

Damir Monirovich GARIFULLIN – undergraduate, Kazan (Volga region) Federal University, Kazan.

e-mail: damir.gariffullin96@gmail.com

Материал поступил в редакцию 15 августа 2019 года

УДК 372.8

УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В ОБЩЕМ И ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ

Т.И. Уткина

Орский гуманитарно-технологический институт (филиал) Оренбургского университета, Орск

UtkinaTI@yandex.ru

Аннотация

Обсуждается актуальность управления качеством математической подготовки обучающихся, осваивающих программы общего и высшего образования. Даны характеристика этого процесса, проблематика, обозначены управленческие действия на уровне организации. Представлены результаты педагогических исследований образовательных организаций общего и высшего образования Восточной зоны Оренбургской области, полученные в рамках выполнения научного исследования «Управление качеством в общем и профессиональном образовании» (номер госрегистрации НИОКТР № 01201151519).

Ключевые слова*: качество, математическая подготовка, управление, общее, высшее, образование*

Современные социально-экономические изменения, переход на цифровую экономику, основу которой составляет математика, выдвигают новые требования к качеству математического образования. Необходим поиск новых форм и методов управления качеством математической подготовки обучающихся, осваивающих программы общего и высшего образования. В настоящей работе рассматриваются концептуальные основы планирования работы по созданию и развитию системы управления качеством математической подготовки обучающихся в образовательных организациях общего и высшего образования в рамках выполнения научного исследования «Управление качеством в общем и профессиональном образовании» (номер госрегистрации НИОКТР № 01201151519).

В современной литературе по рассматриваемой проблеме используются разные подходы к характеристике понятия «управление качеством». В различных литературных источниках содержатся его различные определения. Под «управлением качеством математической подготовки обучающихся» в данной работе понимается целенаправленная, комплексная и скоординированная деятельность руководящего состава образовательной организации, педагогов и обучающихся по реализации воздействия на образовательный процесс в целях достижения определенных, заранее спрогнозированных с возможной степенью точности уровней подготовки по математическому аспекту обучающихся на основе установленных показателей (требований). Термин «воздействие» имеет обобщающий, собирательный смысл, включающий и средства, и технологии, и создание педагогических условий, ориентированных на обеспечение качества математической подготовки обучающихся на уровне общего и высшего образования.

Ведущая идея проведенного исследования состоит в создании внутренней системы гарантии качества на уровне образовательной организации, обеспечивающей ее развитие и качество математической подготовки обучающихся. Разработка и практическая реализация новой концепции становления и развития внутренней системы гарантии качества математической подготовки обучающихся связываются с выполнением комплексов действий на уровне образовательной организации:

- первый комплекс действий ориентирован на глубокое и всестороннее познание системного многоаспектного объекта управления – феномена «качество математической подготовки обучающихся (учащихся общеобразовательных школ профильного уровня, бакалавров и магистров педагогического направления математического профиля)»;
- второй комплекс задач связан с установлением, обоснованием и выбором цели относительно качества математической подготовки обучающихся, с разработкой модели качества математической подготовки обучающихся с учетом результатов исследований по первому комплексу действий;
- третий комплекс действий сопряжен с поиском средств и технологий реализации образовательных программ для наилучшего достижения цели управления требованиям модели качества математической подготовки обучающихся;
- четвертый комплекс действий связан с внедрением системы управления качеством математической подготовки обучающихся по конкретной образова-

тельной программе, обеспечением и поддержанием ее эффективной и результативной работы [6].

Проведенные педагогические исследования на базе образовательных организаций общего и высшего образования Восточной зоны Оренбургской области позволили выявить, что деятельность по созданию внутренней системы гарантии качества относительно математической подготовки обучающихся носит процессный и этапный характер. Первый этап: планирование деятельности по определению показателей качества математической подготовки обучающихся, выбора соответствующих целей; конструирование модели качества математической подготовки обучающихся и разработка содержания основной образовательной программы. Второй этап: создание средств и технологий реализации содержания основной образовательной программы. Третий этап: обеспечение качества, сводимое, в свою очередь, к выявлению каких-либо отклонений от требований модели качества математической подготовки обучающихся, что осуществляется через деятельность образовательного учреждения (процессы) по измерению, анализу и улучшению (модель ENQA1.6) [1], [2]. Четвертый этап: коррекция действий по улучшению качества математической подготовки обучающихся. Другими словами, основу процессов управления качеством математической подготовки обучающихся составляет следующая цепочка действий: (а) – планирование качества и конструирование модели качества математической подготовки обучающихся → (б) – ее реализация → (в) – мониторинг (проверка) требований модели качества математической подготовки обучающихся → (г) – анализ и необходимая корректировка.

Приведенная цепочка действий известна в качестве так называемого «цикла Деминга» или «цикла PDCA»: планирование (что делать? как делать?); осуществление того, что запланировано; проверка того, как результат соотносится с планом; действие по улучшению качества [8].

Согласно международному стандарту ИСО 9001:2000 ко всем процессам может применяться методология «Plan-Do-Check-Act» (PDCA – цикл улучшения У.Э. Деминга) [8]. Проведенные исследования на базе ряда образовательных организаций общего и высшего образования Оренбургской области позволили обосновать возможности практического использования методологии управления качеством на основе международного стандарта ИСО 9001:2000 применительно к математической подготовке обучающихся на любом уровне образования.

Проектирование и реализация моделей качества математической подготовки учащихся общеобразовательных школ профильного уровня, бакалавров и магистров педагогического направления математического профиля проводились в ходе реализации инновационных исследовательских программ на базе образовательных организаций общего и высшего образования в Орске и Новотроицке по следующим темам: «Обеспечение качества образовательных процессов в профессиональном образовании»; «Управление качеством образовательного процесса в условиях реализации ФГОС общего образования»; «Развитие учебно-исследовательской деятельности учащихся как фактор обеспечения качества гимназического образования»; «Становление и развитие внутришкольной системы качества образовательного процесса»; «Формирование универсальных учебных действий как фактор обеспечения качества подготовки учащихся в условиях реализации ФГОС ОО»; «Формирование ключевых компетенций учащихся как фактор обеспечения качества образования в условиях общеобразовательной школы»; «Управление качеством образовательного процесса в лицее индустриально-технологического профиля».

Исходными методологическими позициями в разработке модели качества математической подготовки учащихся общеобразовательных школ профильного уровня явились ФГОС ОО, примерные программы по математике общего образования профильного уровня и принцип ориентации на развитие метапредметных действий учащихся. Качество обучения математике профильного уровня в общеобразовательных организациях определяется следующими показателями (требованиями):

1. Знание теорий содержательных линий школьного курса математики (на соответствующем из трех уровней общего образования: начального, основного и среднего).

2. Умение применять методологические знания для анализа научных теорий.

В соответствии с выделенным требованием измерители должны содержать задания: по выявлению существенных свойств (признаков) понятия; на выявление необходимых и достаточных свойств понятий; конструирование определения понятия; выявление связи и отношения данного понятия с другими понятиями; установление аналогий и причинно-следственных связей; построение доказательных рассуждений; по оперированию с базовыми предметными и метапредметными понятиями, отражающими существенные связи и отношения между объектами и процессами, на получение новых знаний; нахождение логических ошибок в рассуждениях; описание рассуждений по поиску доказательства; построение «цепочек» умозаключений.

3. Умение раскрывать содержание основных теорий школьной математики по обобщенному плану.

4. Знание основных понятий математики.

Проявлением этого знания являются понятия основных содержательных линий (на соответствующем из трех уровней общего образования: начального, основного и среднего), связи между ними, применение на практике.

5. Знание роли математики в познании окружающего мира.

Проявлением этого знания является раскрытие связи математики с другими дисциплинами – физикой, химией, географией, гуманитарными предметами, а также показом роли математики в познании человека, природы и общественных явлений [5], [7].

Выявленный компонентный состав показателей качества математической подготовки обучающихся на уровне общего образования и методология системного подхода позволили определить показатели качества подготовки учителя математики к профессиональной деятельности по математическому и методическому аспектам

Этими показателями по математическому аспекту являются: 1) знание теорий содержательных линий математических курсов основной образовательной программы вуза; 2) умение применять методологические знания для анализа содержательных линий математических курсов основной образовательной программы вуза; 3) умение раскрывать содержание теорий содержательных линий математических курсов образовательной программы вуза по обобщенному плану; 4) знание основных понятий математических курсов образовательной программы вуза; 5) понимание роли математики в познании окружающего мира;

6) знание математических методов; 7) знание основных методов теории познания и умение применять их в математических рассуждениях; 8) владение различными методами решения математических задач относительно курсов образовательной программы вуза; 9) знание методологии и истории развития теорий содержательных линий математических курсов образовательной программы вуза; 10) умение применять теоретические знания при решении математических задач.

Показателями оценки качества подготовки учителя математики по методическому аспекту являются:1) знание теорий содержательных линий школьного курса математики; 2) знание основных методических подходов к изложению основных содержательных линий школьного курса математики; 3) умение раскрывать содержание основных разделов школьного курса математики по обобщенному плану; 4) знание основных понятий школьного курса математики; 5) владение технологиями раскрытия роли математики в познании окружающего мира в процессе преподавания математики; 6) владение технологиями обучения математическим методам; 7) умение применять методы теории познания в обучении математике; 8) владение различными методами решения задач по школьному курсу математики; 9) знание методологии и истории развития содержательных линий школьного курса математики; 10) умение применять теоретические знания в решении задач школьного курса математики (соотвествующего уровня образования) [3], [4], [7].

Анализ результатов реализации разработанной модели управления качеством математической подготовки обучающихся в организациях общего образования, бакалавров и магистров педагогического направления математического профиля дает основание сделать вывод о ее технологичности, так как она обеспечивает достижение запланированного результата относительно качества математической подготовки обучающихся и при выполнении процессов и этапов, выделенных в данной работе, может воспроизводиться в создании (проектировании) внутренней системы гарантии качества на уровне образовательной организации, обеспечивающей ее развитие и качество математической подготовки обучающихся любого образовательного уровня, любого профиля и по любым аспектам качества подготовки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Внедрение европейских стандартов и рекомендаций для систем гарантии качества образования: сборник материалов III Ежегодной Всероссийской научно-практической конференции экспертов, привлекаемых к работе в экспертных комиссиях по лицензированию и государственной аккредитации образовательных учреждений / под общей редакцией проф. В.Г. Наводнова: в 2 ч. М.: Национальное аккредитационное агенство в сфере образования, 2008, Ч. 1, 338 с.

2. Внедрение европейских стандартов и рекомендаций для систем гарантии качества образования: сборник материалов III Ежегодной Всероссийской научно-практической конференции экспертов, привлекаемых к работе в экспертных комиссиях по лицензированию и государственной аккредитации образовательных учреждений / под общей редакцией проф. В.Г. Наводнова: в 2 ч. М.: Национальное аккредитационное агенство в сфере образования, 2008, Ч. 2, 298 с.

3. Управление качеством математической подготовки в общем и профессиональном образовании: материалы Международной научно-практической конференции (25 марта 2011 года). Орск: Издательство ОГТИ, 2011, 367 с.

4. *Уткина Т.И., Шитова А.Н.* Система контроля качества подготовки будущего учителя как элемент внутривузовской системы качества // Гуманизация образования: научно-практический международный журнал. 2008, № 3, С. 44–51.

5. *Уткина Т.И*. Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности // Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности. Материалы XXXV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Ульяновск: УлГПУ, 2016, С. 180–183.

6. *Уткина Т.И.* Теоретико-методологические основы создания и развития системы менеджмента качества по данному направлению подготовки в высшем профессиональном образовании // Управление качеством в профессиональном образовании: монография. Оренбург: ГБУ РЦРО, 2012, С. 9–31.

7. *Уткина Т.И.* К проектированию модели внутренней оценки качества математической подготовки обучающихся в гимназии // Управление качеством в общем и профессиональном образовании: сборник научных трудов. Орск: Издательство Орского гуманитарно-технологического института, 2014, С. 238–239.

8. ISO 9001:2000, QualityManagementsystems – Requirements = Международный стандарт: Система менеджмента качества. Требования / перевод и научно-техническое редактирование ВНИИ Сертификации.

MANAGEMENT OF QUALITY OF MATHEMATICAL TRAINING IN SECONDARY AND HIGHER EDUCATION

Tamara Utkina

Orsk humanitarian technological institute (branch) of Orenburg state university, Orsk

UtkinaTI@yandex.ru

Abstract

The article discusses the relevance of quality management of mathematical training of students mastering the program of General and higher education. The characteristic of this process, problems are given, management actions at the level of the organization are designated. The article presents the results of pedagogical research of educational institutions of General and higher education of the Eastern zone of the Orenburg region, obtained in the framework of the research “quality Management in General and vocational education” (state registration number НИОКТР № 01201151519).

Keywords: *quality, mathematical training, management, general, higher, education*

REFERENCES

1. Vnedrenie evropejskih standartov i rekomendacij dlya sistem garantii kachestva obrazovaniya: sbornik materialov III Ezhegodnoj vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii ekspertov, privlekaemyh k rabote v ekspertnyh komissiyah po licenzirovaniyu i gosudarstvennoj akkreditacii obrazovatel'nyh uchrezhdenij / pod

obshchej redakciej prof. V.G. Navodnova: v 2 ch. M.: Nacional'noe akkreditacionnoe agenstvo v sfere obrazovaniya, 2008, Ch. 1, 338 s.

2. Vnedrenie evropejskih standartov i rekomendacij dlya sistem garantii kachestva obrazovaniya: sbornik materialov III Ezhegodnoj vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii ekspertov, privlekaemyh k rabote v ekspertnyh komissiyah po licenzirovaniyu i gosudarstvennoj akkreditacii obrazovatel'nyh uchrezhdenij / pod obshchej redakciej prof. V.G. Navodnova: v 2 ch. M.: Nacional'noe akkreditacionnoe agenstvo v sfere obrazovaniya, 2008, Ch. 2, 298 s.

3. Upravlenie kachestvom matematicheskoj podgotovki v obshchem i professional'nom obrazovanii: materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii (25 marta 2011 goda). Orsk: Izdatel'stvo OGTI, 2011, 367 s.

4. *Utkina T.I., SHitova A.N.* Sistema kontrolya kachestva podgotovki budushchego uchitelya kak element vnutrivuzovskoj sistemy kachestva // Gumanizaciya ob-razovaniya: nauchno-prakticheskij mezhdunarodnyj zhurnal, 2008, No 3, S. 44–51.

5. *Utkina T.I.* Standartizaciya matematicheskogo obrazovaniya: problemy vnedreniya i ocenka effektivnosti // Standartizaciya matematicheskogo obrazovaniya: problemy vnedreniya i ocenka effektivnosti. Materialy XXXV Mezhdunarodnogo nauchnogo seminara prepodavatelej matematiki i informatiki universitetov i pedagogicheskih vuzov. Ul'yanovsk: UlGPU, 2016, S. 180–183.

6. *Utkina T.I.* Teoretiko-metodologicheskie osnovy sozdaniya i razvitiya sistemy menedzhmenta kachestva po dannomu napravleniyu podgotovki v vysshem professional'nom obrazovanii // Upravlenie kachestvom v professional'nom obrazovanii: monografiya. Orenburg: GBU RCRO, 2012, S. 9–31.

7. *Utkina T.I.* K proektirovaniyu modeli vnutrennej ocenki kachestva matematicheskoj podgotovki obuchayushchihsya v gimnazii // Upravlenie kachestvom v obshchem i professional'nom obrazovanii: sbornik nauchnyh trudov. Orsk: Izdatel'stvo Orskogo gumanitarno-tekhnologicheskogo instituta, 2014, S. 238–239.

8. ISO 9001:2000, QualityManagementsystems – Requirements = Mezhdunarodnyj standart: Sistema menedzhmenta kachestva. Trebovaniya / perevod i nauchno-tekhnicheskoe redaktirovanie VNII Sertifikacii.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

УТКИНА Тамара Ильинична – доктор педагогических наук, зав. кафедрой математики, информатики и физики. Орский гуманитарно-технологический институт (филиал) Оренбургского государственного университета, г. Орск.

Tamara Ilyinichna UTKINA, D.Sc. in Pedagogical Sciences, professor, Orsk humanitarian technological (branch) of Orenburg state university, Orsk.

email: UtkinaTI@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 14 августа 2019 года

УДК 372.851

ОНТОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

Л.Р. Шакирова[1], М.В. Фалилеева[2]

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань

[1] liliana008@mail.ru, [2] mmwwff@mail.ru

Аннотация

Перевод школьной системы знаний на формальный язык для создания онтологии школьной образовательной математики показал, что существуют пробелы, указывающие на существенные недостатки в конструировании содержания курса геометрии. Результаты проведенного исследования среди студентов Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета по качеству понимания родовидовых понятий, графических представлений геометрических фигур показали взаимосвязь между проблемами в подаче содержания школьного курса планиметрии и качеством знаний студентов.

Ключевые слова: *онтологический подход, обучение математике, планиметрия*

ВВЕДЕНИЕ

Обучение математике в школе – фундаментальная задача системы общего образования. Каждый школьник вне зависимости от уровня математических способностей должен иметь базовый уровень математической подготовки. На данном этапе средний уровень математического образования школьников уже несколько лет остается неизменно на одном уровне. Так, по результатам международных и российских исследований в 2012 году отмечены: неравномерность подготовки учащихся, понижение уровня подготовки и мотивации от класса к классу, большой процент учащихся с существенными пробелами в базовой подготовке (25%) и т. д. [1]. К сожалению, на данный момент никаких прорывов в системе математического образования не произошло. Статистико-аналитический отчет показывает, что за 2015–2017 гг. минимальный порог на профильном уровне ЕГЭ не преодолели 16–20% участников, на базовом – 5–9% [4].

Математическое образование в школе имеет ряд недостатков: отсутствие системности в содержании курса математики (разделы курса математики разрознены, оторваны друг от друга, учащимся не понятна взаимосвязь между функцией и теорией вероятностей, геометрией, стереометрией и др.); высокий уровень абстракции изложения многих разделов математики; практически полное отсутствие в обучении математике основных форм познания, таких, как наблюдение и эксперимент [6]. В методике обучения предлагаются и реализуются различные подходы в изменении традиционного изложения курса геометрии – это и идеи фузионизма [3], наглядно-эмпирический метод [7].

Наглядно-эмпирический метод при обучении геометрии лучше всего представлен в учебных комплексах И.Ф.Шарыгина (2018), который отличается от остальных, широко используемых учебников геометрии тем, что:

1) в логике изложения учебного материала отсутствует аксиоматический подход;

2) автор пытался качественно дать более высокий качественный уровень понимания изучаемых в школе геометрических понятий и одновременно связать их с жизнью и имеющимися представлениями учащихся;

3) в системе упражнений предлагаются практические задания, чтобы на основе практического опыта учащихся делать выводы о свойствах геометрических фигур.

Следует отметить, что данный учебник мало используется учителями, поскольку кроме непривычной логики изложения учебного материала, работа с ним требует от учителя качественного понимания геометрии, понимания взаимосвязи с высшей математикой.

Новую значимость наглядно-эмпирический подход в обучении приобретает в связи с реализацией новых Федеральных государственных образовательных стандартов общего и среднего образования. Наглядно-эмпирический подход дает более широкие возможности конструирования различных методик обучения, но его реализация требует существенной доработки для внедрения в современную школу.

Особую актуальность наглядно-эмпирический подход приобретает в современное время в связи с реализацией цифровых технологий и с более широкими возможностями визуализации обучения.

Таким образом, новый подход в обучении геометрии должен обладать свойствами:

1) наглядности (в силу специфики предмета геометрии существует необходимость построения геометрического чертежа для развития представлений учащихся о свойствах геометрических фигур);

2) эмпирическим (формировать знания и умения учащихся на основе практического опыта, экспериментальной работы, самостоятельного изучения учебного материала);

3) системности (знания учащихся должны выстраиваться в единую полную систему, взаимосвязанную с другими системами предметных и жизненных знаний);

4) использование цифровых технологий.

Цифровизация становится важнейшим условием реализации современного математического образования, поскольку цифровые технологии на данном этапе стали не отдельными компонентами обучения, а порой определяющим условием для полного проектирования курса. На данном этапе своего развития они могут значительно оптимизировать образовательный процесс, дать возможность реализации новых форм обучения. Так, для реализации наглядности необходимо использовать цифровой контент (видео, анимации, изображения), – что позволит сформировать у учащихся верные представления о геометрических фигурах и их свойствах. Эмпирический подход требует использования цифровых сервисов, приложений и программ (GeoGebra, Живая математика и др.), позволяющих учащимся самостоятельно конструировать динамические геометрические чертежи, на основании которых они могут проводить качественный анализ исходных данных, находить свойства геометрических фигур, выдвигать гипотезы решения геометрических задач. Системный подход является основой конструирования учебного курса геометрии, в частности, его электронной версии, которая может реализоваться на различных цифровых образовательных платформах, в облачных сервисах.

Рассматривая онтологию как структурированный словарь предметной области, концептуальная схема которого представлена через логическую теорию, можно использовать онтологический подход в обучении. Он позволяет системно реализовать наглядно-эмпирическую концепцию построения школьного курса геометрии, определив его содержательную логику и формы организации работы с учащимися. Значимость онтологического подхода проявилась при формализации курса планиметрии при построении онтологии OntoMathEdu [5]. Изучение представлений студентов об отношениях между геометрическими понятиями показало, что студенты (бакалавры 3, 4 и 5 курсов педагогического отделения, магистры 1 и 2 года обучения математических направлений) плохо понимают родовидовые отношения между геометрическими понятиями, классификацию понятий и другие взаимосвязи между геометрическими понятиями, то есть в целом не имеют целостного представления о структуре курса планиметрии [5].

Для построения целостной картины геометрического знания предлагается конструирование содержания курса планиметрии, построенного на основе онтологического подхода с опорой на таксономию геометрических понятий, связанных системой отношений. По нашему мнению, такая онтология позволит методистам и учителям выработать более продуктивные методики обучения геометрии и более качество организовать обучение с использованием цифровых технологий. Построение родовидового дерева геометрических фигур на плоскости создает возможности для осознанного запоминания учащимися и студентами геометрических понятий и их систем (см. рис. 1).

Проектирование онтологии высветило ряд пробелов в содержании курса геометрии, которые сказываются на качестве системного понимания планиметрии – это и отсутствие отдельных терминов, позволяющих полностью выстроить таксономию планиметрических понятий, и различные определения отдельных геометрических фигур. Например, приведем пример определений понятия «многоугольник»:

1) простая замкнутая ломаная (Погорелов А.В.);

2) плоский многоугольник или многоугольная область – конечная часть плоскости, ограниченная многоугольником (Погорелов А.В.);

3) фигура, составленная из отрезков *AB*, *BC*, …, *FA* так, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, несмежные отрезки не имеют общих точек (Атанасян Л.С.);

4) фигура, состоящая из сторон многоугольника и его внутренней области (Атанасян Л.С.);

5) замкнутая ломаная, не имеющая самопересечений, ограничивает многоугольник (Шарыгин И.Ф.);

6) фигура, образованная простой замкнутой ломаной и ограниченная ею часть плоскости (Смирнова И.М.).

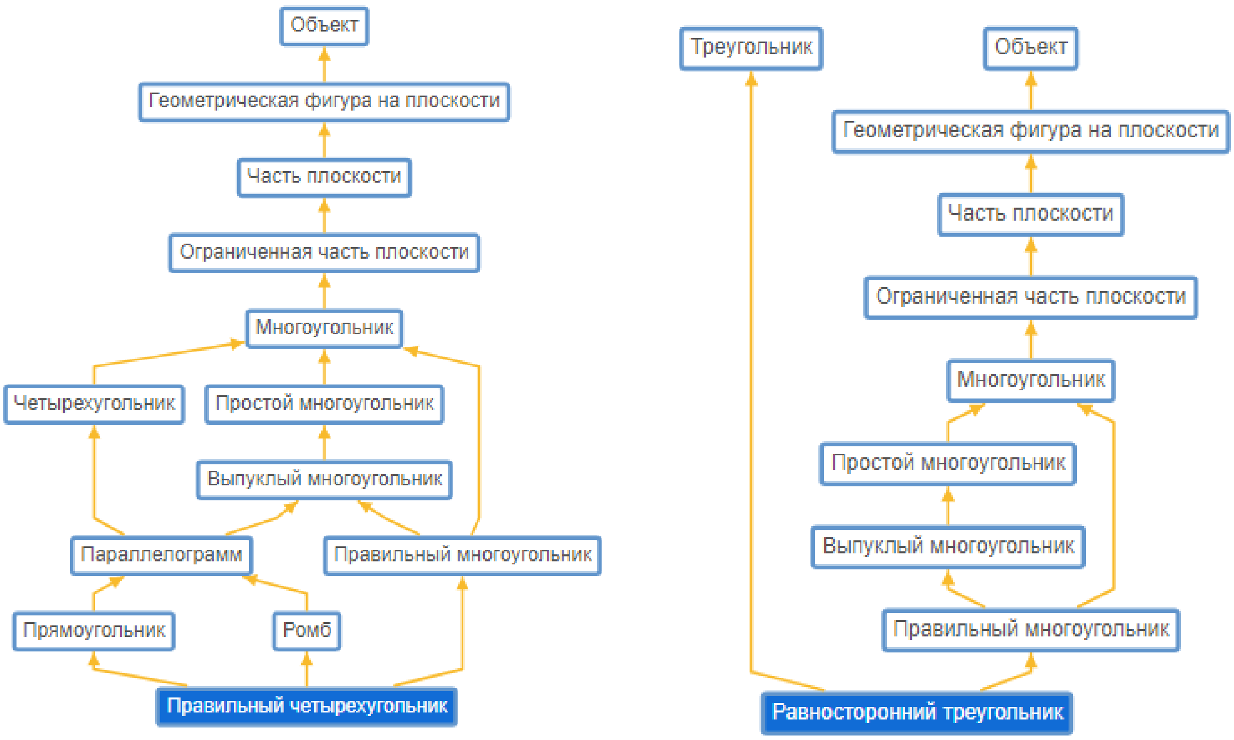


Рисунок 1. Примеры построения геометрических понятий в отношениях «класс-подкласс» в онтологии OntoMathEdu (графическое изображение таксономии в программе WebProtege [8])

Между тем, определение позволяет найти положение геометрического понятия в таксономии и в дальнейшем построить многочисленные отношения между ним и другими понятиями, поэтому такое разнообразие требует приведения определения к единому стандарту. Мы остановились на определениях, связывающих многоугольник с частью плоскости, поскольку нельзя измерить площадь ломаной.

Онтологический подход позволит организовать обучение посредством постоянного качественного переосмысления учебного материала обучаемыми: анализ геометрического понятия и его свойств, место понятия в системе других понятий, классификация понятий по различным основаниям, синтез отдельных понятий и их свойств при решении отдельных учебных задач, обобщение и выделение общих свойств геометрических понятий, рассмотрение понятия «с разных ракурсов», систематизация всех геометрических объектов и их свойств в отдельные системы и др. Для реализации данного подхода в обучении студентов планируется использовать электронные сервисы по созданию индивидуальных и групповых интеллект-карт, рабочих областей, творческих объектов (анимаций, креативных изображений, показывающих связь планиметрии с жизнью).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-47-160007.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Болотов В.А., Седова Е.А., Ковалева Г.С.* Состояние математического образования в РФ: общее среднее образование (аналитический обзор) // Проблемы современного образования. 2012, № 6, С. 33–49. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sostoyanie-matematicheskogo-obrazovaniya-v-rf-obschee-srednee-obrazovanie.

2. *Васильев В.Н., Муромцев Д.И., Стафеев С.К.* Онтологический подход в электронном обучении: открытость, гибкость, связность и интерактивность // Компьютерные инструменты в образовании. 2013, № 5, С. 33–41.

3. *Рахмонов И.Я., Артикова Г.А.* Идеи фузионизма при обучении геометрии // Актуальные проблемы гуманитарных и социально-экономических наук. 2016, № 10, С. 68–71.

4. Статистико-аналитический отчет о результатах ЕГЭ. URL: https://www.ege15.ru/files/common/other/GIA2018/EGE2018/2_22_%D0%9E%D0%A2%D0%A7%D0%95%D0%A2%20%D0%95%D0%93%D0%AD%202018.pdf.

5. *Шакирова Л.Р., Фалилеева М.В., Кириллович А.В., Липачев Е.К.* Проектирование образовательной математической онтологии: проблемы и методы решения на примере курса планиметрии // XV Международная конференция по

компьютерной и когнитивной лингвистике TEL 2018. Сборник трудов: в 2-х томах. Т. 1. Казань: Изд-во АН РТ, 2018, С. 393–405.

6. *Шакирова Л.Р., Фалилеева М.В., Сайфутдинова Е.В.* Эксперимент во внеурочной деятельности по математике как условие повышения качества математической подготовки учащихся // Математическое образование в школе и вузе: инновации в информационном пространстве (MATHEDU' 2018): материалы VIII Международной научно-практической конференции (Казань, 17–21 октября 2018 г.). Казань: Изд-во Казан.ун-та, 2018, С. 350–354.

7. *Шарыгин И.Ф.* Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций. М.: Дрофа, 2018, 364 с.

8. WebProtege. URL: https://webprotege.stanford.edu/#login.

ONTOLOGICAL APPROACH IN TEACHING GEOMETRY

Liliana Shakirova[1], Marina Falileeva[2]

Kazan Federal University, Kazan

[1] liliana008@mail.ru, [2] mmwwff@mail.ru

Abstract

The translation of the school system of knowledge into a formal language to create an ontology of school educational mathematics showed that there are gaps indicating significant shortcomings in the design of the contents of the geometry course. A study among students of N.I. Lobachevsky Institute of mathematics and mechanics of KFU to determine the quality of understanding of generic concepts, graphic representations of geometric figures, the results of which showed the relationship between the problems in the presentation of the content of the school course of Plane geometry and the quality of students' knowledge.

Keywords*: ontological approach, learning math, Plane geometry*

REFERENCES

1. *Bolotov V.A., Sedova E.A., Kovaleva G.S.* Sostoyanie matematicheskogo obrazovaniya v RF: obshchee srednee obrazovanie (analiticheskij obzor) // Problemy sovremennogo obrazovaniya. 2012, No 6. S. 33–49. URL: https://cyberleninka.ru/ ar-

ticle/n/sostoyanie-matematicheskogo-obrazovaniya-v-rf-obschee-srednee-obrazovanie.

2. *Vasil'ev V.N., Muromcev D.I., Stafeev S.K.* Ontologicheskij podhod v elektronnom obuchenii: otkrytost', gibkost', svyaznost' i interaktivnost' // Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii. 2013, No 5, S. 33–41.
3. *Rahmonov I.YA., Artikova G.A.* Idei fuzionizma pri obuchenii geometrii // Aktual'nye problemy gumanitarnyh i social'no-ekonomicheskih nauk, 2016, No 10, S. 68–71.
4. Statistiko-analiticheskij otchet o rezul'tatah EGE. URL: https://www.ege15.ru/files/common/other/GIA2018/EGE2018/2_22_%D0%9E%D0%A2%D0%A7%D0%95%D0%A2%20%D0%95%D0%93%D0%AD%202018.pdf.
5. *Shakirova L.R., Falileeva M.V., Kirillovich A.V., Lipachev E.K.* Proektirovanie obrazovatel'noj matematicheskoj ontologii: problemy i metody resheniya na primere kursa planimetrii // XV Mezhdunarodnaya konferenciya po komp'yuternoj i kognitivnoj lingvistike TEL 2018. Sbornik trudov: v 2-h tomah. T. 1. Kazan': Izd-vo AN RT, 2018, S. 393–405.
6. *Shakirova L.R., Falileeva M.V., Sajfutdinova E.V.* Eksperiment vo vneurochnoj deyatel'nosti po matematike kak uslovie povysheniya kachestva matematicheskoj podgotovki uchashchihsya // Matematicheskoe obrazovanie v shkole i vuze: innovacii v informacionnom prostranstve (MATHEDU' 2018): materialy VIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii (Kazan', 17–21 oktyabrya 2018 g.). Kazan': Izd-vo Kazan.un-ta, 2018, S. 350–354.
7. *Sharygin I.F.* Geometriya. 7–9 klassy: ucheb.dlya obshcheobrazovat. organizacij. M.: Drofa, 2018, 364 s.
8. WebProtege. URL: https://webprotege.stanford.edu/#login.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШАКИРОВА Лилиана Рафиковна – доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань.

Liliana Rafikovna SHAKIROVA – D.Sc. in Pedagogical Sciences, Professor, Head. Department of Theory and Technology of Teaching Mathematics and Computer Science, Kazan (Volga) Federal University, Kazan.

email: liliana008@mail.ru

ФАЛИЛЕЕВА Марина Викторовна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань.

Marina Victorovna FALILEEVA – Ph.D. of Pedagogical Sciences, Kazan Federal University, Kazan.

email: mmwwff@mail.ru

Материал поступил в редакцию 13 сентября 2019 года

УДК 372.851 + 51.8 + 519.6

НАУКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАДАХ

Н.В. Шилов[1], С.О. Шилова[2]

Университет Иннополис, Иннополис

[1] shiloviis@mail.ru, [2] shilov61@inbox.ru

Аннотация

Обсуждены примеры олимпиадных задач по математике, которые следует отнести к теории программирования и решать методами этой теории. Главный вывод, который мы при этом пытаемся обосновать, состоит в следующем: к сожалению, образование в области классической и прикладной математики не учитывает целесообразность преподавание теории программирования будущим математикам.

Ключевые слова: *математические олимпиады, теория программирования, устранение рекурсии, графовые грамматики, задача достижимости в графе*

Вопросу об исторических, культурных, образовательных связях математики и программирования уже 70 лет, если считать со времени появления электронно-счётных машин. Многие классики науки программирования, такие, как Дональд Кнут, Эдсгер Дейкстра, Андрей Петрович Ершов, посвятили этой теме несколько замечательных публикаций [4, 6, 2]. Известно также мнение выдающегося математика и логика В.А. Успенского о гуманитарном характере математики [3].

В данной работе мы хотим отметить, что современное математическое образование нуждается в добавлении нового для него ингредиента – науки (теории) программирования, то есть методов построения и анализа программ. Для обоснования данного предположения проанализируем задачи [11] Международной математической олимпиады 2019 года [10].

Дело в том, что из 6 заданий олимпиады 2,5 (именно так: «два с половиной») – классические задачи теории программирования. А именно, речь идет о следующих задачах (мы приводим формулировки на английском по [11]).

- [Задание 1] Let Z be the set of integers. Determine all functions f: Z$\rightarrow$Z such that, for all integers a and b, f(2a) + 2f(b) = f(f(a+b)).
- [Задание 3] A social network has 2019 users, some pairs of whom are friends. Whenever user A is friends with user B, user B is also friends with user A. Events of the following kind may happen repeatedly, one at a time:

Three users A, B, and C such that A is friends with both B and C, but B and Care not friends, change their friendship statuses such that B and C are now friends, but A is no longer friends with B, and no longer friends with C. All other friendship statuses are unchanged.

Initially, 1010 users have 1009 friends each, and 1009 users have 1010 friends each. Prove that there exists a sequence of such events after which each user is friends with at most one other user.

- [Задание 5] The Bank of Bath issues coins with an H on one side and a T on the other. Harry has n of these coins arranged in a line from left to right. He repeatedly performs the following operation: if there are exactly k>0 coins showing H, then he turns over the kth coin from the left; otherwise, all coins show T and he stops. For example, if n=3 the process starting with the configuration THT would be THT $\rightarrow$ HHT $\rightarrow$ HTT $\rightarrow$ TTT, which stops after three operations.

(a) Show that, for each initial configuration, Harry stops after a finite number of operations.

(b) For each initial configuration C, let L(C) be the number of operations before Harry stops. For example, L(THT)=3 and L(TTT)=0. Determine the average value of L(C) over all 2^n possible initial configurations C.

Задание 3 – это типичная задача о выводимости в графовой грамматике; мы планируем посвятить следующую статью тому, как эту задачу можно решить методами теории программирования. Задание 5(a) – это типичная задача о завершаемости алгоритма, которая хорошо решается методом Флойда; примеры решения таких задач методом Флойда можно найти в наших статьях [1, 7]. А вот задание 1 – это «классика» устранения рекурсии [5, 8], его «программистское» решение будет представлено далее.

Классический пример устранения монадической рекурсии методом ее сведения к хвостовой рекурсии – это задача о функции McCarthy 91 [5, 8]: требуется «определить» (или, как сказано в формулировке задания 1, determine) функцию $M: N \to N$, такую, что M(n) = if n>100 then (n-10) else M(M(n+11)); оказывается, что искомая функция – это M(n) = if n>101 then (n-10) else 91. «Ключом» к устранению рекурсии в этом (и других подобных случаях с монадической функцией, определенной рекурсивно) является переход от монадической функции $M: N \to N$ к бинарной функции $M2: N \times N \to N$, заданной для любых $n,k \in N$ правилом $M2(n, k)=M^k(n)$, где $M^k(n)$ – это k-кратное применение M, то есть M(…M(n)…), причем, очевидным образом, $M2(n, 0)=M^0(n)=n$ для любого $n \in N$.

Рассмотрим конкретно, как работает такая техника устранения рекурсии на примере задания 1. Из равенства f(2a)+2f(b)=f(f(a+b)) следует (при подстановке a=0), что f(0)+2f(b)=f(f(b)) при любом $b \in Z$. Введём бинарную функцию $F: Z \times N \to Z$ аналогично тому, как была введена функция $M2: N \times N \to N$ в предыдущем параграфе: $F(b, k)=f^k(b)$ для любых $b \in Z$ и $k \in N$. Тогда из равенства f(0)+2f(b)=f(f(b)) при всех $b \in Z$ следует равенство F(b, k+1)=2F(b, k)+f(0)=2(F(b,k-1)+f(0))+f(0)= … $=2^{k+1}F(b,0)+(2^{k+1}-1)f(0)$; так как F(b,0)=b, то получаем $F(b,k+1)=2^{k+1}b+(2^{k+1}-1)f(0)$, а так как нас интересует f(b)=F(b,1), то получаем f(b)=2b+f(0), что завершает решение задания 1. На самом деле мы установили только, что если задание имеет решение, то оно обязано иметь вид f(b)=2b+f(0), $b \in Z$, и нам надо еще показать, что любая такая функция превращает исходное уравнение f(2a)+2f(b)=f(f(a+b)) в верное равенство, однако это можно сделать простой подстановкой.

В заключение мы хотим привлечь внимание математической общественности к новой версии теста Тьюринга – IMO Grad Challenge [9]:

The International Mathematical Olympiad (IMO) is perhaps the most celebrated mental competition in the world and as such is among the ultimate grand challenges for Artificial Intelligence (AI).

The challenge: build an AI that can win a gold medal in the competition.

To remove ambiguity about the scoring rules, we propose the formal-to-formal (F2F) variant of the IMO: the AI receives a formal representation of the problem (in the Lean Theorem Prover), and is required to emit a formal (i.e. machine-checkable) proof. We are working on a proposal for encoding IMO problems in Lean and will seek broad consensus on the protocol.

Challenge. The grand challenge is to develop an AI that earns enough points in the F2F version of the IMO (described above) that, if it were a human competitor, it would have earned a gold medal.

Note: this is only a preliminary proposal for the rules. To get involved in the discussion, please join our Zulip channel.

Так что математикам пора учить не только теорию программирования, но и теорию, методы и инструменты автоматического доказательства теорем!

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бодин Е.В., Городняя Л.В., Шилов Н.В.* По какому предмету олимпиада? // Современные информационные технологии и ИТ-образование, 2006, № 2, С. 226–233.

2. *Ершов А.П.* Программирование вторая грамотность. URL: http://ershov. iis. nsk.su/ ru/second_literacy/.

3. *Успенский В.А.* Апология математики. Санкт-Петербург: Амфора, 2009, 552 с.

4. *Dijkstra E.W.* On a cultural gap // The Mathematical Intelligencer. 1986, Vol. 8, No 1, P. 48–52.

5. *Knuth D.E.* Textbook Examples of Recursion. URL: https://arxiv.org/ pdf/cs/9301113.pdf.

6. *Knuth D.E.* Computer Science and Its Relation to Mathematics // The American Mathematical Monthly, 1974, Vol. 81, No. 4, P. 323–343.

7. *Shilov N.V., Shilova S.O.* On Mathematical Contents of Computer Science Contests // Enhancing University Mathematics: Proceedings of the First KAIST International Symposium on Teaching. CBMS Issues in Mathematics Education, Vol. 14. American Society, 2007, P. 193–204.

8. *Shilov N.V.* Etude on Recursion Elimination // Моделирование и анализ информационных системv, 2018, Vol. 25, No 5, P. 549–560.

9. IMO Grand Challenge. URL: https://imo-grand-challenge.github.io/.

10. International Mathematical Olympiad. URL: https://www.imo-official.org/ default.aspx.

11. Problems (with solutions). 60th International Mathematical Olympiad. Bath UK, 11th-22nd July 2019. URL: https://www.imo2019.uk/wp-content/uploads/ 2018/07/solutions-r856.pdf.

PARTICULAR SIDES WITH WORKING WITH TALENTED STUDENTS IN PROFESSIONAL TRAINING OF A TEACHER

Nikolai Shilov[1], Svetlana Shilova[2]

Innopolis University, Innopolis

[1] shiloviis@mail.ru, [2] shilov61@inbox.ru

Abstract

This presentation presents pedagogical recommendations based on experience of working with talented students.

Keywords: *professional goals, giftedness*

REFERENCES

1. *Bodin E.V., Gorodnyaya L.V., Shilov N.V.* Po kakomu predmetu olimpi-ada? // Sovremenny`e informacionny`e texnologii i IT-obrazovanie, 2006, No 2, S. 226–233.
2. *Ershov A.P.* Programmirovanie vtoraya gramotnost`. URL: http://ershov.iis.nsk.su/ru/second_literacy/.
3. *Uspenskij V.A.* Apologiya matematiki. Sankt-Peterburg: Amfora, 2009, 552 s.
4. *Dijkstra E.W.* On a cultural gap // The Mathematical Intelligencer, 1986, Vol. 8, No 1, P. 48–52.
5. *Knuth D.E.* Textbook Examples of Recursion. URL: https://arxiv.org/pdf/cs/9301113.pdf.
6. *Knuth D.E.* Textbook Examples of Recursion. URL: https://arxiv.org/pdf/cs/9301113.pdf.
7. *Knuth D.E.* Computer Science and Its Relation to Mathematics // The American Mathematical Monthly, 1974, Vol. 81, No. 4, P. 323–343.
8. *Shilov N.V., Shilova S.O.* On Mathematical Contents of Computer Science Contests // Enhancing University Mathematics: Proceedings of the First KAIST International Symposium on Teaching. CBMS Issues in Mathematics Education. Vol. 14. American Society, 2007, P. 193–204.
9. IMO Grand Challenge. URL: https://imo-grand-challenge.github.io/.
10. International Mathematical Olympiad. URL: https://www.imo-official.org/default.aspx.

11. Problems (with solutions). 60th International Mathematical Olympiad. Bath UK, 11th–22nd July 2019. URL: https://www.imo2019.uk/wp-content/uploads/2018/07/solutions-r856.pdf.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШИЛОВ Николай Вячеславович – доцент АНО ВО «Университет Иннополис».

Nikolai Vyacheslavovich SHILOV – assitant Professor, Innopolis University, Innopolis.

email: shiloviis@mail.ru

ШИЛОВА Светлана Олеговна – на пенсии, Иннополис.

Svetlana Olegovna SHILOVA – retired, Innopolis.

email: shilov61@inbox.ru

Материал поступил в редакцию 10 сентября 2019 года

УДК 371.89

ФОРМИРОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛИЗМА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ПЕРИОД ПРАКТИКИ

Л.И. Шилова

Гуманитарно-педагогическая академия (филиал) ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского», Ялта

kafmat.ieu@gmail.com

Аннотация

Рассмотрен опыт организации совместной деятельности обучающихся бакалавриата и магистратуры по анализу сформированности профессиональной деятельности в период педагогической практики.

Ключевые слова: *профессиональная подготовка будущего учителя математики, педагогическая практика, профессионализм учителя математики*

Одним из основных акцентов, отмеченных в Концепции развития математического образования в Российской Федерации, является необходимость подготовки «учителей и преподавателей образовательных организаций высшего образования, которые могут качественно преподавать математику, учитывая, развивая и формируя учебные и жизненные интересы различных групп обучающихся» [1, с. 3]. Мы считаем, что для этого необходимо сформировать компетентного во всех отношениях (владеющего материалом, методически грамотного, творческого) учителя математики. Иными словами, наша задача – формировать профессионала высокого уровня.

Профессионализм учителя математики формируется в течение всей его жизни, начиная с периода его профессионального обучения. Различные виды практики, предусмотренные учебными планами, являются одним из действенных средств формирования профессионализма.

Для обучающихся по направлению 44.04.01 Педагогическое образование, магистерская программа «Математика в профессиональном образовании» одним из направлений научно-исследовательской работы является сопровождение обучающихся бакалавриата по направлению 44.03.01 Педагогическое образование (Математика) в период их различных практик, в том числе, производственной преддипломной практики, выявление различных аспектов подготовленности будущих учителей математики к профессиональной деятельности. Магистранты проводят исследования и анализируют полученные результаты совместно с бакалаврами. Оценка профессиональной деятельности бакалавров проводится по опроснику, аналогичному программе самооценки для бакалавров в период прохождения практики, а также аналогичным критериям и уровням.

В период прохождения производственной преддипломной практики обучающиеся бакалавриата выполняют различные виды заданий, одним из которых является самооценка профессиональной деятельности в этот период. Кроме того, обучающимся в качестве задания предлагается проанализировать, каким образом реализуются профильность обучения математики и предпрофильная подготовка. Владение основами организации профильного обучения и предпрофильной подготовки является одной из составляющих профессионализма будущего учителя математики.

Самооценка будущих учителей проводится по такой программе:

ПРОГРАММА САМООЦЕНКИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПЕРИОД ПРОХОЖДЕНИЯ ПРАКТИКИ

Вопросы для самоанализа

1. Каким образом Вы учитываете потребности обучающихся в своей профессиональной деятельности? Насколько цели, задачи и деятельность согласуются с учётом индивидуальных потребностей школьников?

2. Какие образовательные программы, методики и технологии воспитания и обучения школьников основной и старшей общеобразовательной школы Вы используете в своей педагогической деятельности?

3. Как Вы организуете взаимодействие в процессе самостоятельной деятельности обучающихся, во время индивидуальных консультаций, на внеклассных занятиях? Как организовано сотрудничество с обучающимися, их родителями?

4. Оцените уровень владения Вами средствами диагностики воспитания и математического развития обучающихся.

5. Каким образом Вами используется информация, полученная в результа-

те психолого-педагогических исследований по диагностике особенностей развития и обучения математике обучающихся общеобразовательной школы?

6. Каким образом осуществляете дифференцированный подход к обучающимся, учитываете их индивидуальные особенности (темперамент, склонности, интересы, здоровье и пр.)?

7. Каким образом обеспечивается удовлетворение потребностей отдельных обучающихся с особыми возможностями или склонностями?

8. Оцените уровень психологической атмосферы в классе, где Вы работаете. Которые мероприятия проводятся Вами по созданию обстановки взаимного доверия, уважения, откровенности?

9. Каким образом Вы взаимодействуете с родителями? Как сообщаете информацию о результатах педагогической диагностики, успешности обучающегося? Как Вами учитываются предложения родителей и их запросы по улучшению результатов развития обучающегося?

10. Насколько успешны Ваши действия по оказанию помощи и поддержке обучающегося при возникновении у него проблем?

11. Как Вы повышаете уровень собственного профессионализма? Какое место в этом процессе занимает подготовка к технологически направленного обучения математике в общеобразовательной школе?

12. С какими трудностями Вы сталкиваетесь в своей профессиональной деятельности?

13. Каким образом Вы учитываете особенности организации предпрофильной подготовки в своей профессиональной деятельности? Насколько цели, задачи и деятельность согласуются с учётом различных профилей?

14. Владеете ли Вы методикой организации обучения математике для классов гуманитарного, естественно-математического, военного и других профилей?

15. Какие трудности Вы испытывали в предпрофильной подготовке обучающихся по математике?

16. Какие трудности Вы испытывали в профильном обучении математике?

В отчёт о прохождении практики обучающимся необходимо включить развёрнутые ответы по каждому из пунктов самооценки, с приведением подробных примеров и объяснениями.

По результатам анализа отчётов и в соответствии с таблицей 1 и перечисленными ниже критериями самооценки магистрантами было проведёно распределение будущих учителей математики по уровням сформированности компонентов самоанализа относительно формируемого профессионализма и качества работы в профильных классах.

Таблица 1. Уровни сформированности компонентов самоанализа

Компоненты самоанализа	Уровни сформированности компонентов самоанализа			
	низкий	базовый	оптимальный	Высокий
самоконтроль и контроль	отсутствует контроль	спонтанный контроль	постоянный контроль	осознанный контроль
осознание затруднений и трудностей, самооценка	трудности не осознаются, навыки самооценки развиты слабо	осознание затруднений и трудностей, анализ причин возникновения трудностей проводится эпизодически	осознание затруднений и результатов деятельности	умение прогнозировать результаты педагогической деятельности

Критерии оценки: умение анализировать действия, осознание затруднений в профессиональной (педагогической) деятельности.

Высокий уровень: будущий учитель математики осознанно контролирует действия, прогнозирует их результаты, предусматривает возможные затруднения.

Оптимальный уровень: будущий учитель математики осуществляет постоянный контроль, осознает затруднения и стремится их преодолеть.

Базовый уровень: будущий учитель математики владеет спонтанным контролем, затруднения им осознаются, однако анализ причин их возникновения проводится эпизодически.

Начальный уровень: будущий учитель математики не склонен контролировать собственные действия, затруднений в педагогической деятельности не осознает.

Анализ отчётов показал, что высокий и оптимальный уровни сформированности собственной профессиональной деятельности имеют соответственно в 2,0% и 24,7% обучающихся. Однако большинство будущих учителей математики показали базовый и начальный уровни сформированности этой деятельности (41,1% и 32,2%).

В соответствии с данными магистрантов высокий и оптимальный уровни сформированности собственной профессиональной деятельности имеют соответственно в 10,0% и 34,3% обучающихся. Однако большинство будущих учителей математики показали базовый и начальный уровни сформированности этой деятельности (43,1% и 12,6%).

Такое распределение показывает критичность отношения практикантов к своей деятельности.

Обсуждение полученных результатов на итоговой конференции позволило наметить перспективы дальнейшего исследования уровней сформированности профессиональной деятельности обучающихся бакалавриата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р). М., 2013, 9 с.

FORMING OF THE PROFESSIONALISM OF THE FUTURE MATHEMATIC TEACHER DURING THE PRACTICE

Lubov Shilova

Humanitarian and Pedagogical Academy (branch) "V.I. Vernadsky Crimean Federal University", Yalta

kafmat.ieu@gmail.com

Abstract

The article describes the experience of organizing joint activities of undergraduate and graduate students in analyzing the forming of professional activities during the period of teaching practice.

Keywords: *professional training of the future teacher of mathematics, teaching practice, professionalism of the teacher of mathematics*

REFERENCES

1. Kontseptsiya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossiyskoy Federatsii (utverzhdena rasporyazheniyem Pravitel'stva Rossiyskoy Federatsii ot 24 dekabrya 2013 g. No 2506-r). M., 2013, 9 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ШИЛОВА Любовь Ивановна – доцент кафедры математики, теории и методики обучения математике, Гуманитарно-педагогическая академия (филиал) Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Крымский федеральный университет имени В.И.Вернадского» в г. Ялте.

Lubov Ivanovna SHILOVA – associate professor of department of mathematics, theory and methods of teaching mathematics, Academy of the Humanities and Pedagogics (branch) V. I. Vernadsky Crimean Federal University in Yalta.

email: lyubava579@gmail.com

Материал поступил в редакцию 12 сентября 2019 года

УДК 378

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БАКАЛАВРОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «АЛГЕБРА»

Е.О. Шумакова[1], С.А. Севостьянова[2]

Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, Челябинск

[1] shumakovaeo@cspu.ru, [2]sevostyanovasa@cspu.ru

Аннотация

Представлен вариант балльно-рейтинговой системы оценивания учебных достижений студентов при изучении дисциплины «Алгебра». Описаны этапы формирования итоговой оценки и ее коррекции в течение семестра.

Ключевые слова*: балльно-рейтинговая система, математические дисциплины, алгебра, оценка результатов*

Современные образовательные стандарты предъявляют высокие требования к будущим учителям математики. Как отмечено авторами в работе [5], к содержанию, процессу и качеству подготовки бакалавров педагогического образования предъявляются новые требования, суть которых заключается в формировании общекультурных, общепрофессиональных, профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО, необходимых для подготовки выпускника к педагогической, проектной и научно-исследовательской деятельности; формирование высоконравственных качеств личности, способной к творческой деятельности и саморазвитию.

Дисциплина «Алгебра» изучается на первом, втором и третьем курсах обучающимися по программам бакалавриата «Педагогическое образование» с направлением подготовки «Математика». Для успешного освоения студентами дисциплины используются знания, умения и навыки, сформированные при изучении курса математики в средней школе, а также изученный в первом семестре «Вводный курс математики» [3].

Согласно положению о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов освоения основных профессиональных образовательных программ, студентами в ЮУрГГПУ промежуточная аттестация включает в себя два этапа: текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Результат работы учащихся в течение семестра вносится итоговую таблицу, где отражены баллы за текущие контрольные работы, теоретические опросы, выполненные индивидуальные задания и доклады. Баллы суммируются, и указывается в процентах их соотношение с максимальным количеством баллов в семестре.

Промежуточная аттестация состоит из двух этапов: итоговой контрольной работы и экзамена (во втором, третьем и четвертом семестрах). Контрольное задание включает задания на проверку элементов компетенций:

1. Первая группа заданий направлена на проверку усвоения знаний на уровнях распознавания, запоминания, понимания. Например, формулировка определения, свойства, запись формулы, проверка выполнения определения для заданного объекта.
2. Вторая группа заданий контролирует умение применять знания на основе алгоритма решения. Здесь предлагаются задания на построение таблиц истинности, проверка выполнимости тождеств, доказательство формул высказывания методом математической индукции, решение задач на применение формул комбинаторики, построение классов эквивалентности и т. д.
3. Третья группа заданий на умение применять знания в нестандартной ситуации. Формулировка таких задач отличается от рассмотренных на практических занятиях, часто предполагает возможность различных подходов к решению.

Успешность выполнения заданий с учетом весовых коэффициентов позволяет рассчитать коэффициент сформированности компетенции К_ком=0,36·К_У1+0,28·К_У2+0,36·К_У3. Студент получает положительную оценку, если коэффициент сформированности компетенции больше или равен значению 0,5. В общую сумму баллы добавляются в зависимости от интервала, в котором окажется К_ком: от 0,7 до 1 начисляется 20%, от 0,6 до 0,69 начисляется

15%, от 0,5 до 0,59 начисляется 10%, при значении К_ком ниже 0,5 начисляется 0%.

Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и двух практических заданий. Для получения положительной оценки на экзамене необходимо сдать все задания инвариантной (базовой) части текущего контроля.

Выполнение заданий вариативной части позволяет набрать дополнительные баллы в рейтинге. Примером таких заданий являются: выступление с докладом в рамках фестиваля науки и студенческой конференции, выполнение индивидуального или группового проекты по алгебраической [4, 6] или междисциплинарной тематике [1].

Проектная технология понимается как совокупность последовательно выполняемых действий по выдвижению, разработке и реализации проектов исполнителями, а также по управлению этими проектами. Реализация проектной технологии при обучении бакалавров позволяет оживить их учебную и исследовательскую деятельность, оптимизировать и усовершенствовать профессиональную подготовку учителя, реализовать индивидуальный подход в обучении, применить результаты научно-исследовательских работ на практике [2].

Если студент набрал 60% и более в ходе текущего контроля и первого этапа промежуточной аттестации (в том числе не менее 10% на первом этапе промежуточной аттестации), то он может автоматически получить оценку на экзамене. Оценку «удовлетворительно» студент получит, если его текущий рейтинг составляет от 60 до 74%, «хорошо» соответствует рейтинг от 75 до 90 %, если рейтинг от 91%, это соответствует оценке «отлично».

Данная система обучения позволяет реализовать на практике индивидуальный подход благодаря разноуровневым заданиям. Студенты в течение семестра оценивали свой уровень достижений, заранее видели необходимость выполнения дополнительных заданий, учились рефлексии. Итоговая оценка на экзамене полноценно отражала работу в течение всего семестра.

Работа выполнена при поддержке ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», по договору о выполнении НИР по теме «Формирование профессиональных компетенций бакалавров средствами проектной деятельности при обучении профильным математическим дисциплинам», заявка № 21-04-2019 от 19.04.2019.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматулин Р.М., Вагина М.Ю., Шумакова Е.О*. Выполнение учебных проектов бакалаврами с использованием GEOGEBRA 3D при изучении профильных математических дисциплин // Информатизация непрерывного образования, 2018 = Informatization of Continuing Education, 2018 (ICE-2018): материалы Международной научной конференции в 2 т. Москва: РУДН, 2018, С. 351–355.

2. *Севостьянова С.А., Мартынова Е.В., Шумакова Е.О*. Методический проект в профессиональной подготовке учителя математики // Современные технологии в науке и образовании, СТНО-2019. Сборник трудов международного научно-технического форума: в 10 т. 2019, С. 57–60.

3. *Севостьянова С.А., Шумакова Е.О., Мартынова Е.В*. Рейтинговая система оценки знаний студентов при изучении дисциплины «Вводный курс математики» // Вестник Челябинского государственного педагогического университета, 2018, № 8, С. 116–129.

4. *Шумакова Е.О*. Ранги групп центральных единиц целочисленных групповых колец метациклических групп Фробениуса // Современные проблемы физико-математических наук. Материалы IV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием в 2 т. Орёл, ОГУ им. И.С. Тургенева, 2018, С. 132–136.

5. *Шумакова Е.О., Севостьянова С.А*. Формирование проектных умений в учебных проектах бакалавров по профильным математическим дисциплинам // Современные проблемы науки и образования, 2018, № 5, С. 195.

6. *Шумакова Е.О.* Центральные единицы целочисленных групповых колец метациклических групп Фробениуса // Сибирские электронные математические известия, 2008, Т. 5, С. 691–698.

SCORE-RATING SYSTEM FOR ASSESSING THE RESULTS OF EDUCATIONAL ACTIVITIES OF BACHELORS IN THE STUDY OF THE DISCIPLINE "ALGEBRA"

Ekaterina Shumakova[1], Svetlana Sevostyanova[2]

South Ural state University of Humanities and education, Chelyabinsk

[1] shumakovaeo@cspu.ru, [2] sevostyanovasa@cspu.ru

Abstract

The article presents a version of the rating system of evaluation of educational achievements of students in the study of "Algebra". The stages of formation of the final assessment and its correction during the semester are described.

Keywords*: score-rating system, algebra, mathematical disciplines, evaluation of results*

REFERENCES

1. *Nigmatulin R.M., Vagina M.YU., SHumakova E.O.* Vypolnenie uchebnyh proektov bakalavrami s ispol'zovaniem GEOGEBRA 3D pri izuchenii profil'nyh matematicheskih disciplin // Informatizaciya nepreryvnogo obrazovaniya, 2018 = Informatization of Continuing Education, 2018 (ICE-2018): materialy Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii v 2 t. Moskva: RUDN, 2018, C. 351–355.
2. *Sevost'yanova S.A., Martynova E.V., SHumakova E.O.* Metodicheskij proekt v professional'noj podgotovke uchitelya matematiki // Sovremennye tekhnologii v nauke i obrazovanii, STNO-2019. Sbornik trudov mezhdunarodnogo nauchno-tekhnicheskogo foruma: v 10 t. 2019, S. 57–60.
3. *Sevost'yanova S.A., Shumakova E.O., Martynova E.V.* Rejtingovaya sistema ocenki znanij studentov pri izuchenii discipliny «Vvodnyj kurs matematiki» // Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta, 2018, No 8, S. 116–129.
4. *Shumakova E.O.* Rangi grupp central'nyh edinic celochislennyh gruppovyh kolec metaciklicheskih grupp Frobeniusa // Sovremennye problemy fiziko-matematicheskih nauk. Materialy IV Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii s mezhdunarodnym uchastiem v 2 t. Oryol, OGU im. I.S. Turgeneva, 2018, S. 132–136.

5. *Shumakova E.O., Sevost'yanova C.A.* Formirovanie proektnyh umenij v uchebnyh proektah bakalavrov po profil'nym matematicheskim disciplinam // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya, 2018, No 5, S. 195.

6. *Shumakova E.O.* Central'nye edinicy celochislennyh gruppovyh kolec metaciklicheskih grupp Frobeniusa // Sibirskie elektronnye matematicheskie izvestiya, 2008, T. 5, S. 691–698.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШУМАКОВА Екатерина Олеговна – доцент Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета, г. Челябинск.

Ekaterina Olegovna SHUMAKOVA – associate Professor, Federal State Educational Institution of Higher Education South Ural State Humanitarian Pedagogical University, Chelyabinsk.

email: shumakovaeo@cspu.ru

СЕВОСТЬЯНОВА Светлана Анатольевна – кандидат педагогических наук, доцент, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск.

Svetlana Anatolievna SEVOSTYANOVA – associate Professor, Federal State Educational Institution of Higher Education South Ural State Humanitarian Pedagogical University, Chelyabinsk.

email: sevostyanovasa@cspu.ru

Материал поступил в редакцию 19 августа 2019 года

УДК 510

НАМ НУЖНЫ ДУМАЮЩИЕ СТУДЕНТЫ… ГДЕ РАСТУТ ДЕТИ, НАУЧИВШИЕСЯ ГЛАВНОМУ – УМЕНИЮ ДУМАТЬ?

Э.Р. Янбарисов[1], **Э.Р. Юзликаева**[2]

[1] *МАОУ СОШ № 165 Ново-Савиновского района, Казань*

[2] *Филиал РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, Ташкент*

[1]eldar-yan@mail.ru, [2]elzara.13@mail.ru

Аннотация

Глобальная проблема педагогической науки заключается в непрерывном образовании в условиях быстрого развития инновационных отраслей экономики, где объект обучения должен превратиться в субъект, способный исследовать, созидать и развивать прогресс общества. Подготовка специалиста начинается с начальной школы и продолжается непрерывно на протяжении всей деятельности гражданина, стремящегося быть полезным обществу и стране. Человек, умеющий моделировать, анализировать, критически подходить к изучению нового, всегда будет востребованным этим обществом. В этом основная задача современной педагогической науки.

Ключевые слова*: подготовка компетентных специалистов, абитуриент должен мыслить творчески, логически, критически*

Качественное высшее образование молодежи – это не только ключ к экономическому успеху страны, но и гарантия сохранения поступательного и динамичного развития общества. Масштабные проекты многих отраслей экономики порождают потребность в вузе нового типа.

Подготовка нового поколения компетентных и конкурентоспособных специалистов с учетом передовых международных требований, формирование, развитие и трансфер инновационных знаний и технологий путем обеспечения высокого качества образовательного процесса, научно-исследовательских работ и высокотехнологичных разработок являются основными задачами любого профильного вуза.

Задача каждого альма-матер – в сохранении конкурентоспособности, в том числе, и на международной арене, – требует нетрадиционных организационных и содержательных решений. Университет оказывается в достаточно сложном положении преодоления сложившегося барьера между фундаментальными и прикладными научными исследованиями, крайне актуальными, с одной стороны, и тенденциями, складывающимися на современном этапе в высшем образовании, с другой стороны. Структуры образовательного и научного процессов на данном этапе развития не вполне отвечают требованиям средней школы, сложившимся в педагогических вузах.

В решении этих задач педагогический вуз не может идти по догоняющему пути, повторяя стратегию и тактику традиционного формата подготовки будущего педагога. Важную роль в формировании высококвалифицированного специалиста имеет интеграция науки – образования и инновационного этапа эволюционного развития общества. Данные интеграционные процессы охватывают широкий спектр различных направлений деятельности и проявляются в самых разнообразных формах.

Но сколько лет студенческой жизни у человека для того, чтобы быть востребованным, умеющим компилировать большие потоки информации, способным мгновенно перестроиться в фарватерах прогрессивной мысли? Три… пять… шесть… За это время он должен стать специалистом, хорошо подготовленным к реалиям социума и его профессии Что же включает в себя хорошая подготовка дипломированного специалиста? Он ведь должен освоить всю программу бакалавриата (магистратуры), понимать прикладной характер изученных дисциплин, их метапредметные связи. А ещё ему надо угнаться за галопирующим развитием информационных технологий, постоянным внедрением инноваций. И вот тогда он сможет претендовать на «место под солнцем» жёсткого рынка высокооплачиваемых кадров.

По нашему глубокому убеждению, абитуриент должен прийти в приёмную комиссию не только с прекрасным аттестатом и великолепной характеристикой из школы или колледжа, но и с некоторыми навыками, на которые раньше не обращали особого внимания ни средняя, ни высшая школа, за редким исключением.

Один из этих навыков – это умение связывать максимальное количество данных при выполнении поставленной задачи и критически вычленять из всего потока информации самые важные ключевые аспекты при разрешении проблемной ситуации.

Когда выпускник школы умеет моделировать ситуацию, видя её как бы со стороны, он в дальнейшем сумеет построить логическую цепочку пошагового решения поставленной задачи. Это ещё один навык успешного студента. Значит, абитуриент должен уметь мыслить творчески, логически с позиции создателя и созидателя.

В ряде школ присутствует так называемая дисциплина «Логика» в качестве факультативной или кружковой деятельности. Но и она не до конца отвечает вышеуказанным запросам.

И это не какой-то пафосный критерий «для галочки» в списке рейтинга лучших университетов страны. Все эти навыки дают возможность студенту быть успешным в учёбе, позитивно смотрящим в своё светлое будущее.

Так чем же школа может помочь вузу в такой нелёгкой ситуации?

В тот период, когда в среднем звене образования появилась формулировка «метапредметные связи», учителя стали привязывать какие-то жизненные ситуации к своим предметам, кто-то стал выпускать методические материалы в виде сборников, брошюр и т.д., включать эти задачи на своих уроках. И это, возможно, был первый шаг к дальнейшей модернизации образования. Но, несмотря на постоянное совершенствование своей профессиональной деятельности, учитель математики так и остаётся учителем математики, учитель физики, он – только физик. Даже при всей близости этих дисциплин.

Тогда появилась новая форма школьных уроков – это дифференцированный урок. Когда для объяснения одной темы на урок в один класс приходят сразу два учителя разных предметов. И начинают объяснять тему с позиции химика и географа, историка и математика. При такой форме ведения уроков в школе не хватит учителей. Театр одного актёра превращается в КВНовский СТЭМ. Но хуже всего то, что в голове ребёнка появляется каша, которую ему придётся «расхлёбывать» самому. Это могут быть только открытые показательные уроки, которые, объективно, никогда не смогут быть внедрены в школе.

Инновация ФГОС сдвигает с мёртвой точки решение данной проблемы, но дети всё равно не всегда понимают глубины идеи его внедрения на уроках. Заставить ребёнка угадать название темы урока, научить отчасти выражать свои мысли – всё, к чему сводится миссия учителя по новому стандарту.

Считаем интересным рассмотреть следующую форму занятий, которую возможно включить в сложившийся процесс, а в дальнейшем заместить им стандартные уроки. Учитель задаёт ситуацию, при которой учащийся должен сам найти её решение. Ситуация должна быть всеобъемлющей, включающей в себя поиск источников из математики, физики, химии, географии и т. д. Поначалу учителю необходимо предложить учащимся некоторый вариативный алгоритм общих шагов, указать источники, задать временной регламент, определить промежуточные этапы взаимодействия между учащимися и собой, определить критерии оценивания деятельности. В дальнейшем учитель превращается из основного источника информации в направляющего консультанта, автоматически уходящего на позицию наблюдателя-модератора. Учащийся становится исследователем, критиком, логиком, в конечном счёте, первопроходцем своего пути. Таким образом, у учащегося повышаются самооценка и самокритичность одновременно. Главное, у ребёнка появляется интерес к учёбе, поиску чего-то нового. Он сам сможет давать оценку своей деятельности. В дальнейшем учитель постепенно исключает из постановки проблемы алгоритмы, варианты, источники, оставляя только проблему, оценочные критерии и сроки выполнения.

Конечно же, такая форма занятий требует от учителя гораздо более широкой подготовки. И может показаться, что начнут стираться грани между учителями-предметниками. Но на самом деле в такой ситуации нет ничего критичного. Просто каждый учитель-предметник создаёт ситуацию, когда в ней главный акцент делается на его предмет, а остальные дисциплины идут сопутствующим элементом. Учащийся при такой форме обучения будет видеть огромную взаимосвязь между науками, сможет проводить параллели, расширяя тем самым свой кругозор.

Такой выпускник школы всегда будет желанным абитуриентом, в которого высшая школа будет закладывать дальнейшие знания, чтобы через несколько лет выпустить грамотного, хорошо подготовленного специалиста.

Приведём некоторые примеры заданий и их «дорожные карты»:

1. (Ситуация для 5–6 класса). Вы приехали в Лондон к своему приятелю Сэму, живущему на пересечении Бэйкер-стрит и Оксфорд-стрит. В этом городе несколько аэропортов. К сожалению, Вы не поняли, в каком аэропорту Вы приземлились, потому что погодные условия не позволили сесть самолёту в заданном. Если в аэропоту, указанном в авиабилете, то это совсем недалеко от центра по линии метро Пикадилли. Но, связавшись по телефону с Сэмом, Вы узнали, что если от него ехать на север, то путь займёт около 28 миль; если ехать на юго-запад, то около 30 миль, а если ехать на юг, то тоже около 30 миль. Назовите эти аэропорты. Какой аэропорт указан в авиабилете? Укажите в километрах данные расстояния. Вы решили добраться до дома своего друга на такси. Объясните таксисту адрес, понимая, что никто там не говорит по-русски.

Дорожная карта:

<table>
<tr><th>Алгоритм</th><th>Ресурс</th><th>Временной регламент</th><th>Критерии оценки:</th></tr>
<tr><td>Перевод миль в км</td><td>Таблица мер; Google</td><td></td><td rowspan="5">«5» – всё выполнено без ошибок, к работе привлечён 1 одноклассник, диалог составлен и проговорён правильно.
«4» – всё выполнено без ошибок, диалог составлен и проговорён правильно, не привлечён одноклассник.
«3» – допущены 2 ошибки или 1 ошибка с несоставленным переводом, без привлечения одноклассника.
«2» – не предусмотрена</td></tr>
<tr><td>Определение направлений частей света</td><td>Географический атлас, глобус, карта Лондона</td><td></td></tr>
<tr><td>Определение названий аэропортов</td><td>Справочники по Великобритании</td><td></td></tr>
<tr><td>Составление диалога на английском языке</td><td>Русско-английский разговорник, онлайн-переводчик</td><td></td></tr>
<tr><td>Достижение цели</td><td></td><td>1 день</td></tr>
</table>

2. (Ситуация для 7–8 класса) В подарок Сэму вы привезли яркий сувенир-макет мечети Кул-Шариф и сладости «Чак-чак». Объясните другу по-английски

про архитектурные решения мечети, какие геометрические фигуры применены в проекте здания, расскажите, какие углы выдержаны, размеры. При рассказе учтите наличие иных единиц измерения в Великобритании, описывая всё в их системах исчисления. Также следует рассказать о материалах конструкции, интерьера, центральной люстре (количестве её ламп, потребляемой электроэнергии за определённый промежуток времени (час, месяц, финансовой составляющей потребления электричества), электропроводке (минимальном и оптимальном сечении проводов), веса, материала, нагрузки на купол в месте её крепления). В диалоге описать рецепт приготовления Чак-чак.

Дорожная карта:

<table>
<tr><th>Алгоритм</th><th>Ресурс</th><th>Временной регламент</th><th>Критерии оценки:</th></tr>
<tr><td>Изучить архитектуру мечети</td><td>Материалы строительства, хранящиеся в мечети, Google</td><td>3 дня</td><td rowspan="5">«5» – всё выполнено без ошибок, к работе привлечены 2–3 одноклассника, диалог составлен и проговорён правильно. Не использованы электронные источники. Составлена презентация с фотоотчётами.
«4» – всё выполнено без ошибок, диалог составлен и проговорён правильно, не привлечены одноклассники. Использованы электронные источники.
«3» – допущены 2 ошибки или 1 ошибка с несоставленным переводом, без привлечения одноклассников.
«2» – не выполнена работа</td></tr>
<tr><td>Изучить многоугольники, их свойства, теоремы</td><td>Учебник «Геометрия 7-9 классы»</td><td>5 дней + консультация</td></tr>
<tr><td>Описание материалов отделки зданий</td><td>Литература по геологии, строительству, архитектуре</td><td>5 дней + консультация</td></tr>
<tr><td>Раздел «Электричество», «Механика»</td><td>Учебник «Физика»</td><td>5 дней + консультация</td></tr>
<tr><td>Рецепты национальных блюд</td><td>Домашние книги по кулинарии</td><td>1 день</td></tr>
<tr><td>Достижение цели</td><td></td><td>7 дней</td><td></td></tr>
</table>

3. (Ситуация для 9–10 класса.) Сэм очень любит заниматься дайвингом. Он пригласил Вас составить ему компанию, но так как Вы не занимаетесь дайвингом, Вы согласились просто остаться в лодке, пока он погружался с аквалангом. И вот он нырнул в море, а время было уже позднее. На небе сияли звёзды, и лодку, в которой Вы сидели, немного отнесло ветром. У Сэма был подводный фонарик, чтобы Вам сигнализировать. Находясь под водой, он несколько раз включал фонарь в вашем направлении, но Вы ничего не видели. Что явилось причиной такого необычного явления? Ему пришлось выныривать, чтобы Вам светить. Со дна он достал несколько кристаллов, имевших кубическую, тетрагональную и гексагональную формы. Какими минералами могут быть эти кристаллы? Опишите химический состав и структуру каждого минерала. Какую форму имеют поперечные сечения этих кристаллов?

Дорожная карта:

<table>
<tr><td>Алгоритм</td><td>Ресурс</td><td>Временной регламент</td><td>Критерии оценки:</td></tr>
<tr><td>Закон Снеля</td><td>Учебник физики «Оптика»</td><td></td><td rowspan="5">«5» – всё выполнено без ошибок. Не использованы электронные источники. Составлена презентация.
«4» – всё выполнено без ошибок. Использованы электронные источники.
«3» – допущены 2 ошибки или 1 ошибка.
«2» – не выполнена работа</td></tr>
<tr><td>Многогранники</td><td>Учебник геометрии</td><td></td></tr>
<tr><td>Кристаллы</td><td>Геология</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Органическая химия</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>5 дней</td><td></td></tr>
</table>

WE ARE LOOKING FOR THE CREATIVE STUDENTS… WHERE DO CHILDREN GROW, LEARNT FOR THE MAIN COMPETATIVE – POSSIBLE TO THINK

E. Yanbarisov[1], E. Yuzlikaeva[2]

[1] *School # 165, Kazan*

[2] *Russian State University of gas and oil named after I.Gubkin* Tashkent branch (Republic of Uzbekistan)

[1]eldar-yan@mail.ru, [2]elzara.13@mail.ru

Abstract

The global problem of the pedagogical science is consists of education continuous in the period of extremely development of the innovative economic branches, where a pupil must become the creative specialist who can develop the social progress. A human who possible to modeling, analyzing and critically drops inside the new area of knowledge always becomes the demanded specialist. This is the main target of the advanced training school.

Keywords*: the competitive specialist preparation, student must have creative, logic and critical thinking*

СВЕДЕНИЯ **ОБ АВТОРАХ**

ЯНБАРИСОВ Эльдар Решатович – учитель математики МАОУ СОШ № 165 Ново-Савиновского района, Казань.

Eldar Reshatovich YANBARISOV – teacher of Mathematics at School # 165, Kazan.

email: eldar-yan@mail.ru

ЮЗЛИКАЕВА Эльзара Решатовна – доктор педагогических наук, профессор, заместитель директора по учебной и воспитательной работе филиала РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, г. Ташкент, Узбекистан

Elzara Reshatovich YUZLIKAEVA – professor, vice-Rector of the Russian State University of gas and oil named after I.Gubkin Tashkent branch (Republic of Uzbekistan)

email: elzara.13@mail.ru

Материал поступил в редакцию 20 августа 2019 года

УДК 372.851

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ КЛАСТЕРНЫХ ОЛИМПИАД ЧУВАШСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

А.К. Ярдухин[1], С.А. Ярдухина[2]

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, Чебоксары

a-yardukhin@yandex.ru

Аннотация

Рассмотрены проводимые в Чувашии межпредметные олимпиады, поддержанные промышленными предприятиями электротехнического и машиностроительного кластеров. Приведены примеры математических задач этих олимпиад.

Ключевые слова: *межпредметная олимпиада, электротехника, машиностроение*

С 2017 года Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова проводит ряд межпредметных олимпиад по математике, физике и информатике, поддержанных промышленными предприятиями региона. Ведущие предприятия электротехнической и машиностроительной отраслей республики заключили договора о сотрудничестве с университетом. В рамках этого сотрудничества для привлечения и развития талантливых кадров была предложена система профессионально направленных турниров и конкурсов для школьников.

Остановимся на самых значимых профильных междисциплинарных олимпиадах и интеллектуальных творческих конкурсах [1].

Олимпиада «Надежда электротехники Чувашии» для учащихся 9–11 классов и студентов выпускных курсов учреждений среднего профессионального образования. Предприятия-соорганизаторы: АО «Чебоксарский электроаппаратный завод», ООО Научно-производственное предприятие «ЭКРА». Сайт олимпиады http://www.cromchuvsu.ru/olimpiady/nadezhda-elektrotekhniki-chuvashii.html.

Олимпиада «Надежда машиностроения Чувашии» для учащихся 9–11 классов и студентов выпускных курсов учреждений среднего профессионального образования. Соорганизаторы: Компания корпоративного управления «Концерн „Тракторные заводы“», Чувашское региональное отделение общероссийской общественной организации «Союз машиностроителей России». Сайт олимпиады http://mash_fak.chuvsu.ru/index.php/2017-09-06-09-25-57.

Задания кластерных олимпиад являются профессионально-ориентированными и отражают основные разделы математики, информатики, физики и черчения.

Приведем примеры заданий по математике, наиболее точно отражающие структуру и содержание математической составляющей кластерных олимпиад, и критериев их проверки.

Задача 1 (Надежда машиностроения, 2017 г., 10–11 классы). Деталь имеет форму тела вращения (рис. 1), размеры которого заданы на осевом сечении (рис. 2). На деталь необходимо напылить покрытие. На единицу площади поверхности должно быть нанесено *x* граммов порошка. При этом потери порошка во время процесса напыления составляют 35%. Вычислите: а) полную поверхность детали; б) минимальную массу порошка, необходимого для напыления порошка на данную деталь.

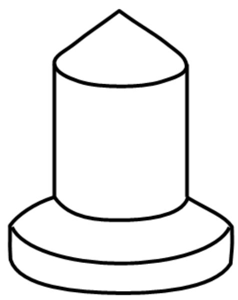


Рисунок 1

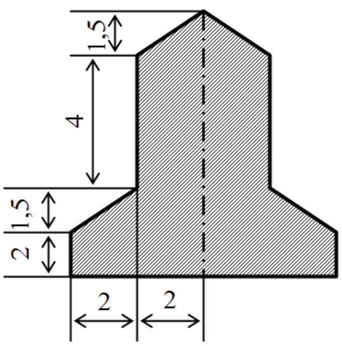


Рисунок 2

Критерии проверки:

– в п. а) правильно найдена площадь полной поверхности – 10 баллов; не учтена часть поверхности – от 5 до 7 баллов; использованы неправильные формулы для нахождения площади поверхности конуса, цилиндра или основания – не более 3 баллов; каждая арифметическая ошибка или описка – минус 2 балла;

в п. б) верно найдена масса порошка – 10 баллов (допускается ответ в виде натуральной дроби); каждая арифметическая ошибка или описка – минус 2 балла. Баллы за пункты а) и б) суммируются.

Задача 2 (Надежда машиностроения, 2017 г., 9 класс). Сколько шпона потребуется для обшивки двух цилиндрических колонн высотой 3,5 м и диаметром 80 см, стоящих в вестибюле здания? Потери материала на отходы и швы составляют 10%.

Критерии проверки:

– правильно найдена площадь полной поверхности – 10 баллов;

– верно найдена площадь требуемого шпона – 10 баллов (допускается ответ в виде натуральной дроби);

– каждая арифметическая ошибка или описка – минус 3 балла;

Задача 3 (Надежда машиностроения, 2018 г., 9 класс). Из маленьких одинаковых кубиков с ребром 1 сложили большой куб с ребром 5, а затем вынули все угловые кубики и все кубики, которые содержат центр грани большого куба. На сколько процентов увеличилась площадь полной поверхности тела?

Критерии проверки:

– полное обоснованное решение – 20 баллов;

– правильно подсчитано, на сколько увеличилась площадь, но процентное содержание не найдено или найдено неверно, – 10 баллов;

– неверно подсчитана площадь поверхности, но найденное изменение правильно переведено в проценты, – 5 баллов;

Решение не удовлетворяет указанным выше критериям – 0 баллов.

Задача 4 (Надежда машиностроения, 2018 г., 10–11 классы).

Круглый коридор имеет внешний радиус R=190 м и ширину h=40 м. Можно ли повесить в нём на одной высоте четыре лампочки, которые бы полностью освещали весь коридор?

Критерии проверки:

– полное обоснованное решение – 20 баллов.

– верный ход рассуждений, но сделаны арифметические ошибки в вычислении отрезков, не повлиявшие на ответ, – 15 баллов;

– верный ход рассуждений, но сравнение чисел выполнено неверно, например, используется приближенное равенство $\sqrt{2} \approx 1,4$ (без оценки сверху), – 10 баллов;

– решение не удовлетворяет указанным выше критериям – 0 баллов.

Задача 5 (Надежда электротехники, 2017 г., 9-10 классы). Участок на ровной местности представляет собой область, которая задается неравенствами

$$\begin{cases} 3y - 5x \geq 7, \\ 3x + y \geq -7, \\ 2y - x \leq 7. \end{cases}$$

В точке $O(0,0)$ находится ближайшая антенна, радиус действия которой равен 4,2.

а) В каждой ли точке участка есть связь?

б) Найдите кратчайшее расстояние от антенны до участка.

Задача 5 (Надежда электротехники, 2017 г., 11 класс). Для защиты ценного оборудования от непогоды требуется изготовить палатку в форме пирамиды, в основании которой должен лежать прямоугольник, а одно из боковых ребер должно быть перпендикулярно основанию. Найдите наибольший возможный объем палатки при условии, что ни одно из ребер пирамиды не должно быть длиннее 2 метров.

Задача 6 (Надежда электротехники, 2018 г., 9–10 классы). Три прибора начинают подавать сигнал одновременно. Интервалы между сигналами для этих приборов составляют 4/3 секунды, 5/3 секунды и 3 секунды. Совпавшие во времени сигналы воспринимаются как один. Сколько сигналов будет зафиксировано за 1 минуту (включая первый и последний)?

Задача 7 (Надежда электротехники, 2018 г., 11 класс). Электрическая цепь прибора составлена по схеме, приведенной на рис. 3. Элементы с номерами 1, 2, 3 могут выйти из строя независимо друг от друга с вероятностями, равными соответственно 0,3; 0,2; 0,1. Найти вероятность разрыва цепи.

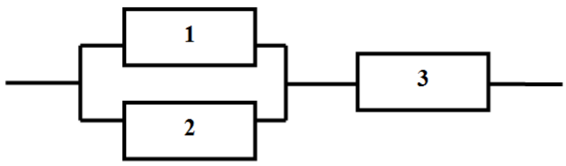


Рисунок 3

Задача 8 (Надежда электротехники, 2019 г., 9–11 классы). Некоторые из двадцати элементов соединены проводами. Любые два элемента связаны не более чем одним проводом. Если какой-то элемент *A* соединен проводами с элементами *B* и *C*, то элементы *B* и *C* не соединены друг с другом проводом. Докажите, что проводов не более ста.

Победители и призеры профильных междисциплинарных олимпиад и творческих конкурсов имеют возможность заключить целевой договор на обучение в Чувашском государственном университете по соответствующему направлению подготовки. Предприятия-соорганизаторы выплачивают студентам, обучающимся по целевому договору, именные стипендии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Троешестова Д.А.* Олимпиадное движение в системе партнерства школа-вуз-предприятие // Высшее образование в России, 2018, Т. 27, № 12, С. 116–125.

THE MATHEMATICAL COMPONENT OF THE CLUSTER OLYMPIADS OF THE CHUVASH REPUBLIC

A.K. Yardukhin[1], S.A. Yardukhina[2]

The Federal State Educational Establishment of Higher Education "The Chuvash state university named after I. N. Ulyanov", Cheboksary

a-yardukhin@yandex.ru

Abstract

The article is devoted to the interdisciplinary Olympiads held in Chuvashia, supported by industrial enterprises of electrotechnical and machine-building clusters. Examples of mathematical problems of these Olympiads are given.

Keywords: *interdisciplinary Olympiad, electrical engineering, mechanical engineering*

REFERENCES

1. *Troyeshestova D.A.* Olimpiadnoye dvizheniye v sisteme partnerstva shkola-vuz-predpriyatiye // Vyssheye obrazovaniye v Rossii. 2018, T. 27, No 12, S. 116–125.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЯРДУХИН Алексей Константинович – доцент, заведующий лабораторией «Теория и технологии обучения математике, физике и информатике», Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова.

Alexey Konstantinovich YARDUKHIN – assosiate professor, head of the laboratory "Theory and technologies of teaching mathematics, physics and informatics", Chuvash state university named after I.N. Ulyanov", Cheboksary.

email: a-yardukhin@yandex.ru

ЯРДУХИНА Светлана Александровна – доцент кафедры Высшей математики и теоретической механики им. С.Ф. Сайкина, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, Чебоксары.

Svetlana Alexandrovna YARDUKHINA – assosiate professor the chair "Higher mathematics and theoretical mechanics" named after S.F. Saikin, Federal State Educational Establishment of Higher Education, Chuvash state university named after I.N. Ulyanov, Cheboksary.

email: s-yard@mail.ru

Материал поступил в редакцию 29 августа 2019 года