УДК 004.8

МЕТОДЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ДРОБНЫМ ИНТЕГРАЛОМ ГРЮНВАЛЬДА – ЛЕТНИКОВА

Т. Д. Нгуен[1] [0000-0002-0993-8164], Т. Ю. Горская[2] [0000-0001-7136-8388]

[1]Колледж промышленных технологий, г. Бакнинь, Вьетнам

[2] Казанский государственный архитектурно-строительный университет, г. Казань, Россия

[1]ducnt@bcit.edu.vn, [2]gorskaya0304@mail.ru

Аннотация

Построена вычислительная схема приближенного решения интегрального уравнения с дробным интегралом Грюнвальда – Летникова, основанная на методе наименьших квадратов. Особенностью вычислительной схемы является использование нейронной сети при вычислении коэффициентов для метода наименьших квадратов. Актуальность исследования обусловлена тем, что в настоящее время искусственный интеллект все чаще применяется для решения многих практических задач, связанных с различными физическими процессами. Найдена оценка сходимости приближенных решений к точному решению. Рассмотрены возможные пути дальнейшего применения искусственного интеллекта для решения физических задач.

Ключевые слова: *искусственный интеллект, нейронные сети, численные методы, интегральные уравнения, уравнения дробного порядка.*

ВВЕДЕНИЕ

Сегодня большой интерес вызывает использование искусственного интеллекта (ИИ) для решения ряда прикладных задач [1], например, в области экономики [2, 3] и других научных областях [4, 5]. В частности, использование ИИ дает широкие возможности решения экономических задач, связанных с цифровизацией и, как следствие, с визуализацией, анализом данных, а также с получением аналитических выкладок по прогнозированию и выработке стратегий. Существуют работы, посвященные успешному применению ИИ для решения таких задач. Так, в [3] отмечено, что традиционные компании, реализующие технологии с использованием ИИ, превращаются в компании с цифровым мышлением, идущие по пути цифровой трансформации с учетом современных аспектов применения информационных технологий. Действительно, внедрению цифровых технологий в последнее время отводится важное значение: мир цифровизации входит во все большие сферы нашей жизни; ИИ активно применяется в робототехнике (роботы заменяют монотонный труд на конвейере), создании систем имитационного моделирования, активно применяемых, например, при обучении медиков и подготовке управленческого персонала. Кроме того, представляет интерес использования ИИ для решения математических задач при моделировании физических процессов. За последние годы наблюдается рост научных публикаций в этой сфере. В работе [6] рассмотрены аспекты построения когнитивных моделей на основе ИИ, определены особенности применения нейронных сетей. Особенности методов ИИ описаны в [7], где указаны достоинства и недостатки каждого рассматриваемого метода и сферы их применения. Использованию ИИ для решения прикладных задач посвящены научные конференции и форумы (см., например, [8]), где ученые обсуждают перспективы развития ИИ и расширения его применения для широкого класса прикладных задач. В том числе исследователи начинают использовать ИИ для численного моделирования физических процессов. Очевидно, что для изучения физического процесса необходимо либо проверить его на реальной модели, проведя физический эксперимент, либо получить решение математическими методами.

Для математического описания и построения некоторых математических моделей применяют операторы дифференциального и интегрального исчислений дробных степеней. Как правило, дифференциальные и интегральные уравнения, описывающие реальный физический процесс, точно не решаются. Поэтому необходимо подобрать численный метод для приближенного решения, обеспечивающий хорошую сходимость приближенных решений к точному. Кроме того, для возможности применения численного метода необходимо исследовать уравнение на существование решения и обосновать применение соответствующего приближенного метода. Несмотря на многочисленные опубликованные результаты исследований по применению приближенных методов к решению интегральных и дифференциальных уравнений, в том числе с дробным порядком (см., например, статьи [9, 10] и монографию [11]), остаются нерешенными задачи использования этих уравнений при моделировании конкретных физических процессов. Отметим также, что в настоящее время с развитием цифровых технологий [12], а также с совершенствованием технических возможностей растет потребность в расширении сферы использования ИИ. В последние годы наблюдается большой интерес к применению искусственных нейронных сетей в таких областях, как классические и неклассические задачи математической физики.

Использование нейронных сетей для аппроксимации функций, интегралов, дробных производных и решения дифференциальных уравнений и систем таких уравнений в настоящее время пользуется популярностью у исследователей (например, [13]). Известен ряд работ, например [14–18], в которых нейронные сети используются для решения дифференциальных уравнений дробного порядка. В [16] построена искусственная нейронная сеть для решения дифференциальных уравнений дробного порядка с начальными условиями. В [19] также был применен нейросетевой метод решения краевой задачи для дифференциальных уравнений дробного порядка. Заметим, что ИИ обладает способностью самообучения, следовательно, с решением каждой задачи, в основе которой лежат интегро-дифференциальные уравнения, в том числе имеющие дробный порядок, можно минимизировать функцию ошибок, тем самым обеспечив лучшую точность приближения.

В настоящей работе предложен алгоритм численного решения интегрального уравнения с интегралом Грюнвальда – Летникова дробного порядка (см., например, формулу (20.46) в [20]) методом наименьших квадратов, коэффициенты которого определяются с помощью нейронной сети. Установлены оценки сходимости приближенных решений к точному, проведен сравнительный анализ полученных результатов, определены величины ошибок.

ЗАДАЧА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Рассмотрим уравнение вида

$$(J_{a+}^{\alpha}\varphi)(x) + \int_0^1 h(x,t)\varphi(t)dt = f(x)\,, \qquad (1)$$

где

$$(J_{a+}^{\alpha}\varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^{x-a}\varphi(x-t)t^{\alpha-1}dt \quad (\alpha > 0),$$

– интеграл Грюнвальда – Летникова, $h(x,t) \in L_2[0,1]^2, f(x) \in L_2[0,1]$ – известные функции, $\varphi(t) \in L_1(0,1)$ – искомая функция, а $\Gamma(\alpha)$ – известная гамма-функция. Запишем уравнение (1) в операторном виде

$$K\varphi \equiv J_{a+}^{\alpha}\varphi + B\varphi = f, \qquad (\varphi \in X, f \in Y), \qquad (2)$$

где оператор

$$B\varphi = \int_0^1 h(x,t)\varphi(t)dt\,,\ X = Y = L_2.$$

Приближенное решение уравнения (2) будем искать прямыми методами как точное решение приближенного уравнения, записанного в операторном виде

$$K_n\varphi_n = f_n \ \ (\varphi_n \in X_n, \qquad f_n \in Y_n). \qquad (3)$$

Приближенное решение уравнения (2) найдем в виде разложения по системе базисных функций $\{e^{ikx}\}, k = \overline{-n,n}$, в виде

$$\varphi_n(x) = \sum_{k=-n}^{n}\alpha_k e^{ikx}. \qquad (4)$$

Неизвестные коэффициенты разложения (4), согласно методу наименьших квадратов, находятся из системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=-n}^{n}\alpha_k\left(Ke^{ikx}, Ke^{ijx}\right)_2 = \left(f, Ke^{ijx}\right)_2,\ j = \overline{-n,n}. \qquad (5)$$

Здесь $\left(Ke^{ikx}, Ke^{ijx}\right)_2$ – скалярное произведение в пространстве $L_2[0,1]$.

Для уравнения (1) будет справедлива теорема 2.8 [11, с. 35], доказанная Б. Г. Габдулхаевым для слабо сингулярного уравнения. Как оказалось, уравнение (1) полностью удовлетворяют условиям теоремы 2.8 [11]. Сформулируем соответствующее утверждение.

Теорема. *Пусть для уравнения* (2) *выполнены следующие условия:*

1) $f(x) \in L_2[0,1], h(x,t) \in L_2[0,1]^2$, *кроме того, функция* $h(x,t)$ *такая, что оператор* $B\colon X \to X$ *вполне непрерывен, где* X *– пространство* L_2*;*

2) *уравнение* (2) *имеет решение* $\varphi^*(x) \in L_2[0,1]$ *при заданной правой части* $f(x) \in L_2[0,1]$;

3) *уравнение* $K\varphi = 0$ *имеет в пространстве* $L_2[0,1]$ *только тривиальное решение.*

Тогда для любых натуральных n система (5) *имеет единственное решение* $\alpha_k^*, k = \overline{-n,n}$, *и приближенные решения* (4) *сходятся к точному решению в смысле стремления невязки к нулю при неограниченном увеличении n, т. е.* $r_n \equiv f - K\varphi_n \to 0, n \to \infty$, *и*

$$\|r_n\|_2 \le E_n(y)_2 \le \|K\|_2 E_n^{\text{т}}(\varphi^*)_2 \tag{6}$$

$$E_n(y)_2 = \|f - f_n^0\|_2,\ \ f_n^0 = \sum_{k=-n}^{n} \alpha_k^* \left(Ke^{ikx}\right).$$

Так как доказательство теоремы для уравнения (1) технически повторяет доказательство теоремы 2.8 [11, с. 35], здесь его не приводим.

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ

Применим рассмотренный выше метод для численного решения частного случая интегрального уравнения (1) с дробным интегралом Грюнвальда – Летникова следующего вида:

$$(J_{1+}^{1/2}\varphi)(x) + \int_0^1 h(x,t)\varphi(t)dt = \frac{2\sqrt{x-1}}{\sqrt{\pi}} + e^x + \frac{1}{2}, \tag{7}$$

где $h(x,t) = e^x + t$.

Формула приближенного решения

Обозначим через $y_N(x,\Omega)$ приближенное решение, определяемое нейронной сетью с прямой связью с настраиваемыми параметрами Ω (весами и смещением). Нейронная сеть имеет по одному входу и одному выходу, где $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – переменная $y_N(x,\Omega)$. Таким образом, приближенное решение уравнения (1) будем искать как точное решение следующего уравнения:

$$K_N x \equiv \left(J_{a+}^{\alpha} y_N(x,\Omega)\right) + y_N(x,\Omega) = f(x). \tag{8}$$

Функции ошибки

Решение уравнения (8) преобразуем в задачу минимизации суммы квадратов ошибок (SSE) по отношению к параметрам сети (w и b):

$$\min_{w,b} \sum_i \left\{ \left(J_{a+}^{\alpha} y_N(x_i, \Omega) \right) + y_N(x_i, \Omega) - f(x_i) \right\}^2. \tag{9}$$

Архитектура нейронной сети

Параметры нейронной сети найдем с использованием приведенной выше задачи минимизации (9). Рассмотрим нейронную сеть типа SISO (один вход, один выход) со скрытым слоем, состоящим из *n* нейронов. Подробное описание нейронной сети таково:

- единица входного слоя $\sigma_1^1 = x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$;
- единицы скрытого слоя

$$\sigma_i^2 = \varphi(\mathrm{net}_i), \qquad \mathrm{net}_i = \omega_i^1 * x + b_i,$$

где символ φ представляет функцию активации, здесь использована Tanh функция активации

$$\varphi(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}};$$

единица выходного слоя

$$NN(x) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\omega_i^2 * \varphi(\omega_i^1 * x + b_i) \right). \tag{10}$$

Для решения поставленной задачи применим модель нейронной сети, представленную выше. Отметим, что после внесения небольших изменений в эту сетевую модель она становится эффективным инструментом моделирования и для других подобных задач.

Для оптимизации функции ошибки (9) используем метод L-BFGS [21]. После этапа оптимизации получим оптимальные значения весов, поэтому при замене оптимальных параметров w^* и b^* в уравнении (10) точное решение $y_N(x, \Omega)$ будет приближенным решением интегрального уравнения (1).

Для решения исходной задачи (7) обучим нейронную сеть для десяти равноудаленных точек в области [1, 2] с пятью скрытыми узлами. В табл. 1 представлены результаты сравнения аналитического и приближенного решения, полученного с помощью искусственной нейронной сети (ИНС).

Табл. 1. Результаты сравнения аналитического решения и решения ИНС аналитические результаты и результаты ИНС.

X	Аналитическое решение	ИНС	Ошибка
1.1	1	0.99860	1.40E-03
1.2	1	0.99867	1.34E-03
1.3	1	0.99872	1.28E-03
1.4	1	0.99875	1.25E-03
1.5	1	0.99874	1.27E-03
1.6	1	0.99866	1.34E-03
1.7	1	0.99851	1.49E-03
1.8	1	0.99827	1.73E-03
1.9	1	0.99794	2.06E-03
2	1	0.99750	2.50E-03

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена возможность использования ИИ для численного решения интегро-дифференциальных уравнений. Построена и реализована вычислительная схема приближенного метода решения интегрального уравнения с дробным интегралом Грюнвальда – Летникова. С помощью нейронных сетей определены коэффициенты для метода наименьших квадратов. Установлены ошибки приближения. Предложенная вычислительная схема апробирована на частном случае таких уравнений, точное решение которого известно. Сравнительный анализ полученных результатов аппроксимации и точного решения показал хорошее приближение. В дальнейшем мы планируем продолжить работу, связанную с применением ИИ к решению задач аппроксимации с теоретическим обоснованием применения численных методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трегубов В.Н.* Перспективные направления исследований использования генеративного искусственного интеллекта в маркетинге // International Journal of Open Information Technologies. 2024. Т. 12. № 5. С. 23–32.

2. *Chen W.-C.* Nonlinear dynamics and chaos in a fractional-order financial system // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. Vol. 36. No. 5. P. 1305–1314. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2006.07.051

3. *Иващенко А.В. и др.* Поиск пропорции естественного и искусственного интеллекта в прикладных задачах цифровой экономики // Инфокоммуникационные технологии. 2020. Т. 18. № 1. С. 68–76.

4. *Baleanu D.* Fractional calculus: models and numerical methods // World Scientific. 2012. Vol. 3. https://doi.org/10.1142/10044

5. *Javidi M.* Dynamic analysis of a fractional order phytoplankton model // J. Appl. Anal. Comput. 2013. Vol. 3. No. 4. P. 343–355. https://doi.org/10.11948/2013026

6. *Дружинина О.В., Масина О.Н., Игонина Е.В.* Применение методов искусственного интеллекта и когнитивных технологий в задачах моделирования динамических систем // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2022. Т. 18. № 1. С. 83–97.

7. *Симанков В.С., Теплоухов С.В.* Аналитическое исследование методов и алгоритмов искусственного интеллекта // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2020. №. 3 (266). С. 16–25.

8. *Калюжная А.В. и др.* Технологии прикладного искусственного интеллекта в задачах численного моделирования процессов в океане // Комплексные исследования Мирового океана. Материалы V Всероссийской научной конф. 2020. С. 81.

9. *Piscopo M.L., Spannowsky M., Waite P.* Solving differential equations with neural networks: Applications to the calculation of cosmological phase transitions // Physical Review D. 2019. Vol. 100. No. 1. P. 016002. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.016002

10. *Nguyen T.D., Akhmetov I.Z., Galimyanov A.F.* Numerical method for solving Fredholm and Volterra integral equations using artificial neural networks // Chebyshevskii sbornik. 2024. Vol. 25, No. 5. P. 2–14. https://doi.org/10.22405/2226-8383-2024-25-5-126-139

11. *Габдулхаев Б.Г.* Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода. Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1994. 288 с.

12. *Огородников Е., Радченко В., Унгарова Л.* Математические модели нелинейной вязкоупругости с операторами дробного интегро-дифференцирования // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2018. №. 2. С. 147–161. https://doi.org/10.15593/perm.mech/2018.2.13

13. *Unal E., Gokdogan A*. Solution of conformable fractional ordinary differential equations via differential transform method // Optik. 2017. Vol. 128. P. 264–273. https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2016.10.031

14. *Allahviranloo T. et al.* An application of artificial neural networks for solving fractional higher-order linear integro-differential equations // Boundary Value Problems. 2023. V. 2023. No. 1. P. 1–14. https://doi.org/10.1186/s13661-023-01762-x

15. *Gao F., Dong Y., Chi C.* Solving fractional differential equations by using triangle neural network // Journal of Function Spaces. 2021. Vol. 2021. P. 1–7. https://doi.org/10.1155/2021/5589905

16. *Mall S., Chakraverty S.* Artifcial neural network approach for solving fractional order initial value problems // arXiv preprint arXiv:1810.04992. 2018. https://doi.org/10.48550/arXiv.1810.04992

17. *Qu H., Liu X. et al.* A numerical method for solving fractional differential equations by using neural network // Advances in Mathematical Physics. 2015. Vol. 2015. https://doi.org/10.1155/2015/439526

18. *Нгуен Т.Д., Куинь Н.Н.* Нейросетевой метод решения дифференциальных уравнений дробного порядка α с задачей Дирихле // Наука, образование, инновации: актуальные вопросы и современные аспекты. 2023. С. 20–23. EDN: SCTWGQ

19. *Нгуен Т.Д.* Нейросетевой метод решения краевой задачи для дифференциальных уравнений дробного порядка // Вычислительные методы и программирование. 2025. Том. 26, № 3. С. 245–253. https://doi.org/10.26089/NumMet.v26r317

20. *Самко С.Г., Килбас А. А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987 688 с.

21. *Райт С. и др.* Численная оптимизация. Springer Science. 1999. Т. 35. №. 67-68. С. 7. https://portal.tpu.ru/SHARED/v/VIR/eng/Tab2/Tab1/Numerical_Optimization.pdf (дата обращения:09.02.2026)

___

ARTIFICIAL INTELLIGENCE METHODS FOR SOLVING AN INTEGRAL EQUATION WITH A FRACTIONAL GRUNVALD–LETNIKOV INTEGRAL

T. D. Nguyen[1] [0000-0002-0993-8164], T. Yu. Gorskaya[2] [0000-0001-7136-8388]

[1]*College of Industrial Techniques, faculty of Electronics and Information Technology, Bac Ninh, Vietnam*

[2]*Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russia*

[1]ducnt@bcit.edu.vn, [2]gorskaya0304@mail.ru

Abstract

A computational scheme for the approximate solution of an integral equation with the Grünwald–Letnikov fractional integral has been developed, based on the least squares method. A distinctive feature of this scheme is the use of a neural network to compute the coefficients for the least squares method. The relevance of the study is обусловлена by the fact that, at present, artificial intelligence is increasingly being applied to solve many practical problems related to various physical processes. An estimate of the convergence of approximate solutions to the exact solution has been obtained. Possible directions for the further application of artificial intelligence in solving physical problems are also considered.

Keywords: *artificial intelligence, neural networks, numerical methods, integral equations, fractional equations.*

REFERENCES

1. *Tregubov V.N.* Promising research directions for the use of generative artificial intelligence in marketing // International Journal of Open Information Technologies. 2024. V. 12. № 5. P. 23–32.
2. *Chen W.-C*. Nonlinear dynamics and chaos in a fractional-order financial system // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. Vol. 36. No. 5. P. 1305–1314. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2006.07.051
3. *Ivaschenko A.V. et al.* Search for the proportion of natural and artificial intelligence in applied problems of the digital economy // Infocommunication technologies. 2020. V. 18. No. 1. P. 68–76.

4. *Baleanu D.* Fractional calculus: models and numerical methods // World Scientific. 2012. Vol. 3. https://doi.org/10.1142/10044

5. *Javidi M.* Dynamic analysis of a fractional order phytoplankton model // J. Appl. Anal. Comput. 2013. Vol. 3. No. 4. P. 343–355. https://doi.org/10.11948/2013026

6. *Druzhinina O.V., Masina O.N., Igonina E.V.* Application of artificial intelligence methods and cognitive technologies in problems of modeling dynamic systems // Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie. 2022. V. 18. № 1. P. 83–97.

7. *Simankov V.S., Teploukhov S.V.* Analytical study of methods and algorithms of artificial intelligence // Vestnik Adigeiskogo gosudarstvennogo universiteta. Seria 4: Estestvenno-matematicheskie I tekhnicheskie nauki. 2020. №. 3 (266). P. 16–25.

8. *Kalyuzhnaya A.V. et al.* Technologies of applied artificial intelligence in problems of numerical modeling of processes in the ocean // Kompleksnie issledovania Mirovogo okeana. Materiali V Vserossiiskoi nauchnoi konf. 2020. P. 81.

9. *Piscopo M.L., Spannowsky M., Waite P.* Solving differential equations with neural networks: Applications to the calculation of cosmological phase transitions // Physical Review D. 2019. Vol. 100. No. 1. P. 016002. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.016002

10. *Nguyen T.D., Akhmetov I.Z., Galimyanov A.F.* Numerical method for solving Fredholm and Volterra integral equations using artificial neural networks // Chebyshevskii sbornik. 2024. Vol. 25, No. 5. P. 2–14. https://doi.org/10.22405/2226-8383-2024-25-5-126-139

11. *Gabdulkhaev B.G.* Direct methods for solving singular integral equations of the first kind. Kazan: Izd-vo Kazansk. Un-ta, 1994. 288 s.

12. *Ogorodnikov E., Radchenko V., Ungarova L.* Mathematical models of nonlinear viscoelasticity with fractional integro-differentiation operators // Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika. 2018. № 2. P. 147–161. https://doi.org/10.15593/perm.mech/2018.2.13

13. *Unal E., Gokdogan A*. Solution of conformable fractional ordinary differential equations via differential transform method // Optik. 2017. Vol. 128. P. 264–273. https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2016.10.031

14. *Allahviranloo T. et al.* An application of artificial neural networks for solving fractional higher-order linear integro-differential equations // Boundary Value Problems. 2023. V. 2023. No. 1. P. 1–14.
https://doi.org/10.1186/s13661-023-01762-x

15. *Gao F., Dong Y., Chi C.* Solving fractional differential equations by using triangle neural network // Journal of Function Spaces. 2021. Vol. 2021. P. 1–7.
https://doi.org/10.1155/2021/5589905

16. *Mall S., Chakraverty S.* Artifcial neural network approach for solving fractional order initial value problems // arXiv preprint arXiv:1810.04992. 2018.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1810.04992

17. *Qu H., Liu X. et al.* A numerical method for solving fractional differential equations by using neural network // Advances in Mathematical Physics. 2015. Vol. 2015. https://doi.org/10.1155/2015/439526

18. *Nguyen T.D., Kuin N.N.* Neural network method for solving fractional order α differential equations with Dirichlet boundary conditions // Nauka, obrazovanie, innovacii: aktual’nii voprosi i sovremennii aspekti. 2023. P. 20–23.
EDN: SCTWGQ

19. *Nguyen T.D.* Neural network method for solving boundary value problems for fractional-order differential equations // Vichislitel’nii metodi i programmirovanie. 2025. Vol. 26, No. 3. P. 245–253.
https://doi.org/10.26089/NumMet.v26r317.

20. *Samko* S.G., *Kil6as A. A., Marichev O.I.* Integrals and Derivatives of Fractional Order and Some of Their Applications. Minsk: Nauka i Tekhnika, 1987. 688 p.

21. *Wright S. et al.* Numerical Optimization. Springer Science. 1999. V. 35. №. 67-68. P. 7.
https://portal.tpu.ru/SHARED/v/VIR/eng/Tab2/Tab1/Numerical_Optimization.pdf (date accessed: 09.02.2026)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

НГУЕН Тиен Дык – преподаватель Колледжа промышленных технологий, Факультет электроники и информационных технологий, № 202 Чан Нгуен Хан, Бак Зианг, Бакнинь, Вьетнам. Сфера научных интересов: искусственный интеллект, цифровые и информационные технологии, численные методы.

Tien Duc NGUYEN – teacher of College of Industrial Techniques, faculty of Electronics and Information Technology, No. 202 Tran Nguyen Han, Bac Giang, Bac Ninh, Vietnam. Research interests: artificial intelligence, digital and informational technologies, numerical methods.

email: ducnt@bcit.edu.vn;
ORCID: 0000-0002-0993-8164

ГОРСКАЯ Татьяна Юрьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики Казанского государственного архитектурно-строительного университета, г. Казань. Сфера научных интересов: искусственный интеллект, цифровые технологии, численные методы и моделирование.

Tatyana Yurievna GORSKAYA – Candidate of Technical Sciences, associate Professor of the Department of Higher Mathematics at Kazan State University of Architecture and Civil Engineering, Kazan. Research interests: artificial intelligence, digital technologies, numerical methods and modeling.

email: gorskaya0304@mail.ru;
ORCID: 0000-0001-7136-8388

Материал поступил в редакцию 20 декабря 2025 года