

УДК 551.5, 556, 504.3, 504.4

НОВЫЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ ВИХРЕВЫХ КОВАРИАЦИОННЫХ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Р.Р. Нигматуллин¹ [0000-0003-2931-4428], А.А. Литвинов² [0009-0000-3901-3704],

С. И. Осокин³ [0000-0002-0699-5390]

¹Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева, 420111 Казань, Россия

^{2,3}Казанский федеральный университет, Институт информационных технологий и интеллектуальных систем, 420008 Казань, Россия

¹renigmat@gmail.com, ²litvinov85@gmail.com, ³s.osokin@it.kfu.ru

Аннотация

Предложены основы оригинальной теории квазивоспроизводимых экспериментов (КВЭ), основанной на проверяемой гипотезе о наличии существенной корреляции (памяти) между последовательными измерениями. На основе этой гипотезы, которую авторы для краткости определяют как верифицируемый принцип частичной корреляции (ВПЧК), можно доказать, что существует универсальная подгоночная функция (УПФ) для квазивоспроизводимых (КВ) измерений. Другими словами, существуют некая общая платформа или «мост», на котором, образно говоря, «встречаются» истинная теория (претендующая на описание данных из первых принципов или проверяемых моделей) и эксперимент, предлагающий эту теорию для проверки измеренных данных, максимально «очищенных» от влияния неконтролируемых факторов и аппаратно-программной функции. Фактически предлагаемая теория дает потенциальному исследователю способ очистки исходных данных и в конечном итоге предлагает подгоночную кривую, которая описывает данные, является периодической и очищенной от набора неконтролируемых факторов. Окончательная подгоночная кривая соответствует идеальному эксперименту.

Предложенная теория была проверена на вихревых ковариационных экологических данных по количеству/балансу CH_4 , CO_2 и паров воды H_2O в атмосфере, где расположены соответствующие детекторы для измерения содержания искоемых газов.

Для этих проверенных данных вихревой ковариации, связанных с наличием в атмосфере двух газов CH_4 , CO_2 и паров H_2O , не существует простой гипотезы, содержащей минимальное число подгоночных параметров, и, следовательно, подгоночная функция, следующая из этой теории, может служить единственным и надежным средством количественного описания такого рода данных, принадлежащих сложной системе. Следует также отметить, что окончательная подгоночная функция, очищенная от неконтролируемых факторов, становится периодической и соответствует идеальному эксперименту.

Обсуждены приложения этой теории, ее место среди других альтернативных подходов (особенно затрагивающих профессиональные интересы экологов) и её дальнейшее развитие.

Ключевые слова: квазивоспроизводимые эксперименты, сложные системы, верифицируемый принцип частичной корреляции, универсальная подгоночная функция, квазипериодические измерения, квазивоспроизводимые измерения, эффекты памяти, вихревая ковариация

Список основных аббревиатур

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика;

(Ф) ЛМНК – (функциональный) линейный метод наименьших квадратов;

ПМ – промежуточная модель;

ИЭ – идеальный эксперимент;

КВЭ(ы) – квазивоспроизводимый эксперимент(ы);

ВПЧК – верифицируемый принцип частичной корреляции;

ТД – труба доверия;

ВЧ – высокочастотный.

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Можно ли построить «универсальную» подгоночную функцию для описания нестационарных квазивоспроизводимых экспериментов (КВЭ) для широкого класса сложных систем? Такой вопрос звучит абсурдно и бессмысленно для любого опытного специалиста. Всем известно, как происходит традиционное взаимодействие теории и эксперимента. Теория предлагает модели, гипотезы, осно-

ванные на некоторых предположениях и постулатах. Эксперимент, в свою очередь, проверяет эти гипотезы, пытаясь максимально исключить влияние неконтролируемых факторов и искажений (помех), вносимых измерительной аппаратурой (ее обычно определяют как аппаратную функцию). Что же принципиально нового можно внести в эту традиционную схему? А если представить, что можно найти некий верифицируемый или проверяемый принцип, которому подчиняются практически все измерения? Если такой принцип будет найден, то из его математической формулировки можно будет вывести некую «универсальную» подгоночную функцию, которая позволит описать все измерения. Авторы определяют этот принцип как верифицируемый принцип частичной корреляции (ВПЧК). Таким образом, на основе ВПЧК можно будет получить общую математическую модель (определяемую как промежуточная модель – ПМ), которой должны будут подчиняться все измерения, удовлетворяющие этому принципу. Что это за принцип, которому удовлетворяет большинство измерений? Если развернуть ВПЧК, то он формулируется следующим образом: последовательные измерения сохраняют частичную корреляцию (память) между собой и остаются полностью или частично коррелированными в результате ряда последовательных измерений. Конечно, здесь необходимо сделать уточнения о природе и виде этих измерений и перевести эту неточную словесную формулировку на строгий математический язык. Поэтому необходимо сначала привести несколько понятий, а затем перевести этот принцип на язык математических формул. Под «идеальным» экспериментом (ИЭ) авторы понимают такой эксперимент, когда последовательность измерений m ($m=0, 1, 2, \dots, M-1$), проведенных в течение некоторого среднего периода T относительно управляющей внешней переменной x , приводит к одному и тому же значению измеряемой функции отклика $F(x)$. В этом смысле все измерения, соответствующие ИЭ, полностью или абсолютно коррелируют. Математически это утверждение выглядит следующим образом:

$$F(x+mT)=F(x), \quad m=0, 1, \dots, M-1. \quad (1)$$

Здесь контролируемая (управляемая) переменная x может совпадать с переменной времени (t), частотой (ω), длиной волны (λ) и т. д. Поскольку эксперимент,

проводимый над этим набором переменных, является однофакторным, предполагается, что другие контролируемые переменные, влияющие на функцию отклика, остаются неизменными в некотором диапазоне своих значений в ходе однофакторного эксперимента. Решением этого функционального уравнения (1) является периодический отрезок соответствующего ряда Фурье. Для дискретных данных отрезок ряда Фурье обычно записывается в виде

$$F(x) \cong Pr(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{K \gg 1} \left[A_{c_k} \cos\left(2\pi k \frac{x}{T}\right) + A_{s_k} \sin\left(2\pi k \frac{x}{T}\right) \right]. \quad (2)$$

Параметр T определяет некоторый средний период измерения относительно входной переменной x . Из простого уравнения (1) следует, что выражение (2) может быть использовано в качестве подгоночной функции для функции отклика в ПМ. В этом идеализированном случае ПМ совпадает с отрезком ряда Фурье, а коэффициенты этого разложения могут выступать в качестве подгоночных параметров, соответствующих ИЭ. Фактически подгоночные параметры образуют искомую амплитудно-частотную характеристику (АЧХ). Совершенно очевидно, что требование ИЭ (1) в реальности *не* реализуется, и анализ различных данных показывает, что вместо уравнения (1) следует записать более общее функциональное уравнение

$$F(x+LT) = \sum_{l=0}^{L-1} \langle a_l(x) \rangle F(x+lT). \quad (3)$$

Здесь функции $\langle a_l(x) \rangle$ учитывают влияние набора неконтролируемых факторов. Большинство экспериментов следуют соотношению (3) и, следовательно, эти эксперименты можно определить как КВЭ. Оказывается, что можно найти аналитические решения уравнения (3) для широкого класса функций. Тогда можно существенно устранить влияние неконтролируемых факторов и получить в итоге чистую периодическую функцию, соответствующую ИЭ (1). Становится возможным наметить основы этой более общей теории, основанной на серии последовательных измерений, применимых к описанию КВЭ.

Конечно, любая теория будет неполной, если она не проверена экспериментом. Проведенные нами эксперименты касались количественного анализа таких газов, как CH_4 , CO_2 и паров H_2O , содержащихся в атмосфере, и, следовательно, предлагаемая теория дает новые и более достоверные возможности в анализе

этих вихревых ковариационных данных. Более того, предлагаемые алгоритмы достаточно общие, и их можно применять и для анализа многих подобных КВЭ.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КВЭ

2.1. Самосогласованные решения уравнения (3)

Оказывается, можно получить решения функционального уравнения (3) при условии, что «длина» L , характеризующая память между измерениями, предполагается известной. Итак, предположим, что все последовательные измерения удовлетворяют уравнению

$$F_{L+m}(x) = \sum_{l=0}^{L-1} \langle a_l(x) \rangle F_{l+m}(x), \quad m=0, 1, \dots, M-1. \quad (4)$$

Для нахождения неизвестных функций $\langle a_l(x) \rangle$ ($l=0, 1, \dots, L; L < M$) можно обобщить линейный метод наименьших квадратов (ЛМНК) и потребовать, чтобы функциональная дисперсия принимала минимальное значение

$$\sigma(x) = \frac{1}{M-L} \sum_{m=0}^{M-L-1} [F_{L+m}(x) - \sum_{l=0}^{L-1} \langle a_l(x) \rangle F_{l+m}(x)]^2 = \min. \quad (5)$$

Чтобы получить искомое решение, необходимо взять среднее значение по оставшимся измерениям ($l=0, 1, \dots, M-L-1; L < M$). Взяв функциональные производные от (5) по неизвестным функциям $\langle a_l(x) \rangle$, получим

$$-\frac{\delta\sigma(x)}{\delta\langle a_l(x) \rangle} = \frac{1}{M-L} \sum_{m=0}^{M-L-1} [F_{l+m}(x)(F_{L+m}(x) - \sum_{s=0}^{L-1} \langle a_s(x) \rangle F_{s+m}(x))] = 0. \quad (6)$$

Здесь мы также применили процедуру усреднения по всему множеству допустимых измерений, предположив, что набор функций $\langle a_l(x) \rangle$ ($l=0, 1, \dots, L; L < M$) не зависит от индекса m . Вводя определения парных корреляционных функций (7)

$$K_{L,l} = \frac{1}{M-L} \sum_{m=0}^{M-L-1} F_{L+m}(x) F_{l+m}(x), \quad K_{s,l} = \frac{1}{M-L} \sum_{m=0}^{M-L-1} F_{s+m}(x) F_{l+m}(x), \\ s, l=0, 1, \dots, L-1, \quad (7)$$

можно получить систему линейных уравнений для вычисления неизвестных функций $\langle a_l(x) \rangle$

$$\sum_{s=0}^{L-1} K_{s,l}(x) \langle a_s(x) \rangle = K_{L,l}(x). \quad (8)$$

Имеет смысл определить эту процедуру как функциональный линейный метод наименьших квадратов (ФЛМНК), включающий в себя обычный ЛМНК как частный случай.

Теперь вернемся к уравнению (3). Решение этого уравнения будем искать в виде

$$F_0(x)=[k(x)]^{x/T} Pr(x), F_m(x)=[k(x)]^{m+x/T} Pr(x). \quad (9)$$

Функции $\langle a_l(x) \rangle, k(x \pm T) = k(x), Pr(x \pm T) = Pr(x)$, в соответствии с предположениями, сделанными выше, можно приближенно выразить отрезком ряда Фурье в полной аналогии с выражением (2)

$$\Phi(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{K \gg 1} \left[A_{c_k} \cos\left(2\pi k \frac{x}{T}\right) + A_{s_k} \sin\left(2\pi k \frac{x}{T}\right) \right]. \quad (10)$$

Очевидно, что коэффициенты разложения A_{c_k}, A_{s_k} ($k=1, 2, \dots, K$) в (10) зависят от конкретного вида разлагаемой функции. Подставив пробное решение (6) в уравнение (4), получим уравнение для вычисления неизвестных функций $k(x)$, фигурирующих в решении (9):

$$[k(x)]^L - \sum_{l=0}^{L-1} \langle a_l(x) \rangle [k(x)]^l = 0. \quad (11)$$

Если корни функционального уравнения (11) $k_q(x), q=1, 2, \dots, L$ получится найти, то общее решение для функции $F_m(x)$ можно записать в виде

$$F_0(x) = \sum_{q=1}^L [k_q(x)]^{x/T} Pr_q(x), F_m(x) = \sum_{q=1}^L [k_q(x)]^{m+(x/T)} Pr_q(x), \\ m=0, 1, \dots, M-1. \quad (12)$$

Число периодических функций $Pr_q(x)$ должно совпадать с числом функций $k_q(x), q=1, 2, \dots, L$, входящих в последнее выражение в (12). Именно это выражение можно рассматривать как общее решение функционального уравнения (8). Это решение можно интерпретировать следующим образом: если последовательные измерения частично коррелируют друг с другом («запоминают» друг друга) и могут изменяться в течение среднего периода измерения T , то подгоночная функция для описания этих измерений является самосогласованной и определяется всей совокупностью случайных измерений, участвующих в этом процессе. Очевидно,

что этот новый результат обобщает предыдущие результаты [1–5], полученные для случая, когда функции $\langle a_1(x) \rangle$ могут быть аппроксимированы константами a_1 . Было бы желательно получить решения уравнения (4) для случая, когда функции $\langle a_1(x) \rangle$ не являются полностью периодическими или получены априори из других условий. Но, насколько известно авторам, математическая теория решений функциональных уравнений практически не развита [6] по сравнению, например, с полноценной теорией решений дифференциальных или интегральных уравнений. Таким образом, по нашему мнению, предложенная теория определяет новое направление для математиков, работающих в области функционального анализа и нацеленных на приложения их результатов в физике, химии и технике. Для практических приложений имеет смысл более подробно рассмотреть случай короткой памяти с ($L=2$), так как количество аппроксимирующих параметров для этого случая минимально. Как будет видно ниже, случай длинной памяти $L>2$ также может быть сведен к случаю короткой памяти. Именно результаты для этого случая понадобятся для описания реальных измерений, которые приведены в следующем разделе.

Для случая короткой памяти при $L=2$ получим

$$F_{2+m}(x) = \langle a_1(x) \rangle F_{1+m} + \langle a_0(x) \rangle F_m \\ m=0, 1, \dots, M-1. \quad (13)$$

Уравнение (8) для этого случая примет вид (14)

$$K_{00}(x) \langle a_0(x) \rangle + K_{10}(x) \langle a_1(x) \rangle = K_{20}(x), \\ K_{10}(x) \langle a_0(x) \rangle + K_{11}(x) \langle a_1(x) \rangle = K_{21}(x). \quad (14)$$

Решение уравнения (13) запишем в виде

$$F_0(x) = [k_1(x)]^{x/T} Pr_1(x) + [k_2(x)]^{x/T} Pr_2(x), \\ k_{1,2}(x) = \frac{\langle a_1(x) \rangle}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\langle a_1(x) \rangle}{2}\right)^2 + \langle a_0(x) \rangle}. \quad (15)$$

Если один из корней в (15) становится отрицательным (например, $k_2(x) < 0$), то общее решение для этого случая можно записать в виде

$$F_0(x) = [k_1(x)]^{x/T} Pr_1(x) + [|k_2(x)|]^{x/T} \cos\left(\pi \frac{x}{T}\right) Pr_2(x). \quad (16)$$

Если порядок измерений для оценки влияния нестационарности процесса в целом существенен, то предложенная теория позволит восстановить всю нестационарную последовательность по соотношениям

$$F_m(x) = [k_1(x)]^{m+(x/T)} Pr_1(x) + [k_2(x)]^{m+(x/T)} \cos\left(\pi \cdot \left(\frac{x}{T} + m\right)\right) Pr_2(x),$$
$$Pr_{1,2}(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{K_m} \left[Ac_{k,1,2}^{(m)} \cos\left(2\pi k \frac{x}{T}\right) + As_{k,1,2}^{(m)} \sin\left(2\pi k \frac{x}{T}\right) \right],$$
$$m=0, 1, \dots, M-1. \tag{17}$$

При этом функции $Pr_{1,2}(x \pm T) = Pr_{1,2}(x)$ сохраняют свою периодичность в течение среднего периода T , однако коэффициенты разложения $Ac_{k,1,2}^{(m)}$, $As_{k,1,2}^{(m)}$ ($k=1, 2, \dots, K_m$), фигурирующие в (17), могут отличаться от случая $m=0$ и отражать влияние возможной неустойчивости в течение всего процесса измерения. Если истинная последовательность измерений не существенна и результаты измерений остаются инвариантными по отношению к перестановкам всех измерений друг с другом, то можно сгруппировать все измерения в три независимые группы (образующие специфическую триаду), и случай длинной памяти снова сведется к рассмотренному выше случаю короткой памяти. Эта простая идея позволяет значительно сократить количество подгоночных параметров и снова получить подгоночную функцию с минимальным числом параметров. Процедура, связанная с формированием необходимой триады, описана в следующем подразделе.

2.2. Процедура кластеризации и сведение к «ИЭ»

Как было подчеркнуто ранее в статье [5], оценка «истинного» значения L на основе общего критерия или принципа является пока *нерешенной* задачей. Если предположение о перестановках измерений друг с другом может быть обосновано и кажется вполне разумным, то тогда можно предложить следующую процедуру кластеризации и разбиения всех измерений на три группы (образующих специфическую триаду). Для этого рассмотрим распределение наклонов (угловых касательных) каждого измерения по отношению к их среднему измерению, тангенс угла которого равен или близок к единице:

$$Sl_m = \text{slope}(\langle y \rangle, y_m) \equiv \frac{(y_m \cdot \langle y \rangle)}{(\langle y \rangle \cdot \langle y \rangle)},$$

$$\langle y \rangle = \left(\frac{1}{M}\right) \sum_{m=0}^{M-1} y_m, (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = \sum_{j=1}^N A_j B_j. \quad (18)$$

Круглые жирные скобки в (18) определяют скалярное произведение между двумя функциями, имеющими $j=1, 2, \dots, N$ точек измерения исходных данных. Будем считать, что случайные измерения $y_m(x)$ для $m=0, 1, \dots, M-1$ аппроксимируют функции $F_m(x)$ ($y_m(x) \cong F_m(x)$), фигурирующие в уравнении (17). Если построить случайное распределение функции наклонов Sl_m в зависимости от числа измерений m , то удобно расположить их на графике в порядке убывания $Sl_0 > Sl_1 > \dots > Sl_{M-1}$. Эти функции наклона распределения можно разделить на три группы. Верхняя группа измерений «up» имеет наклоны, локализованные в интервале $(1+\Delta, \max(Sl_m))$; средняя группа (определяемая как «mp») содержит измерения с наклонами в интервале $(1-\Delta, 1+\Delta)$; и, наконец, нижняя группа (обозначаемая как «dn») содержит измерения с наклонами в интервале $(1-\Delta, \min(Sl_m))$. Значение Δ для каждого набора КВ измерений определяется независимо в каждом конкретном случае. Эта упорядоченная кривая Sl_m важна и отражает качество выполненных измерений и используемого оборудования.

Как найти Δ на основе выражения (18)? Упорядоченную кривую Sl_m можно разделить (после вычитания единичного значения) на две части – положительную часть $(0, \max(Sl_m))$ и отрицательную часть $(0, \min(Sl_m))$. В каждой части возьмем половину от каждой выбранной части, т.е. $\Delta_1 = \max(Sl_m - 1)/2$ и $\Delta_2 = \min(Sl_m - 1)/2$. Эти значения можно использовать для деления на три части/кластера, выделенные таким образом. Для понимания деталей процедуры кластеризации запишем эту процедуру более детально.

Сформируем группы следующим образом:

(а) расстояние от начальной точки оси XOY $(0,0)$ до первой точки пересечения $(m_1, 1+\Delta_1)$ определяет число измерений N_{up} ($m=1, 2, \dots, m_1=N_{up}$), попадающих в первую (верхнюю) группу, они характеризуются средней кривой $Y_{up}(x)$;

(b) расстояние между двумя точками $(m_1, 1+\Delta_1)$, $(m_2, 1+\Delta_2)$ пересечения прямой с упорядоченным распределением наклонов определяет по оси OX число измерений N_{mn} (m_1+1, m_2-1), попадающих в среднюю группу «mn» с наклонами, близкими к единице; и, наконец,

(c) $(m_2, 1+\Delta_2)$, $(M-1, 0)$ – последняя группа измерений, равная N_{dn} , попадает в нижнюю группу «dn» и характеризуется последней частью кривой $Y_{dn}(x)$.

Если число измерений $N_{mn} > N_{up} + N_{dn}$, то такой цикл измерений оценивается как «хороший» и является относительно стабильным. В случае, когда $N_{mn} \approx N_{dn} \approx N_{up}$, такие измерения оцениваются как «приемлемые» (с оценкой «удовлетворительно»), и, наконец, случай, когда $N_{mn} < N_{up} + N_{dn}$ оценивается на оценку «плохо», такие измерения в целом оцениваются как неудовлетворительные. Количественно все три случая можно оценить с помощью соотношения

$$R_t = \left(\frac{N_{mn}}{N_{up} + N_{dn} + N_{mn}} \right) \cdot 100\% = \left(\frac{N_{mn}}{M} \right) \cdot 100\%. \quad (19)$$

В выражении (19) параметр M определяет полное число измерений. На основе этой оценки могут быть введены следующие критерии: поставить оценки «отлично» и «хорошо» можно экспериментам, когда $60\% < R_t < 100\%$; оценка «удовлетворительно» ставится эксперименту при $30\% < R_t < 60\%$; наконец, «плохая» оценка ставится, когда $R_t < 30\%$. Поэтому, создав эту триаду из исходных измерений, можно ввести следующие определения:

$$\begin{aligned} F_0(x) &\cong \langle a_1(x) \rangle F_1(x) + \langle a_2(x) \rangle F_2(x), \\ F_0(x) \equiv Y_{up}(x) &= \frac{1}{N_{up}} \sum_{m=0}^{N_{up}-1} y_m^{(up)}(x), 1+\Delta_1 < Sl_m < \max(Sl_m), \\ F_2(x) \equiv Y_{dn}(x) &= \frac{1}{N_{dn}} \sum_{m=0}^{N_{dn}-1} y_m^{(dn)}(x), \min(Sl_m) < Sl_m < 1-\Delta_2, \\ F_1(x) \equiv Y_{mn}(x) &= \frac{1}{N_{mn}} \sum_{m=0}^{N_{mn}-1} y_m^{(mn)}(x), 1-\Delta_2 < Sl_m < 1+\Delta_1. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь функция Sl_m определяет распределение наклонов, расположенных в порядке убывания; параметры $\Delta_{1,2}$, связанные со значением доверительного интервала, выбираются независимо для каждой серии измерений. Здесь мы добавили к предыдущему набору $y_m(x)$ три «искусственно» созданных измерения $F_{2,1,0}(x)$. В

результате этой процедуры независимые от индекса m функции $\{a_{1,2}(x)\}$ остаются практически неизменными (при достаточно больших значениях M) по сравнению со случаем, когда к исходным измерениям такая процедура кластеризации не применялась. Предположим также, что усредненная функция $Y_{mp}(x)$ отождествляется с исходным измерением $F_1(x)$, а два других измерения $F_{0,2}(x)$ совпадают с функциями $Y_{up}(x)$ и $Y_{dn}(x)$, соответственно. Решение уравнения (20) определяется выражениями (16) и (17). Эта процедура кластеризации оказывается очень эффективной и может быть применена к широкому набору случаев. Детали этой процедуры описаны на нетривиальном примере, обсуждаемом ниже.

Следующий вопрос, который будет рассмотрен в настоящем разделе, связан со сведением реальных измерений к ИЭ. Согласно определению, данному в [5] (см. также определение (1)), под ИЭ мы понимаем ситуацию, когда

$$F_m(x) \equiv F(x+mT) = F_{m+1}(x) \equiv F(x+(m+1)T),$$

а функция отклика (результат измерения) остается неизменной для всей серии измерений, включенных в один цикл. Как было сказано выше, в этом случае ИЭ совпадает с отрезком ряда Фурье (2). В связи с этим возникает вопрос: можно ли из общего решения (12) выделить чисто периодические Фурье-компоненты $Pr_q(x)$ ($q=1, 2, \dots, L$) и представить теоретикам для сравнения очищенную функцию, которую следует сравнить с гипотезой, претендующей на количественное описание экспериментальных результатов с микроскопической точки зрения? Имеет смысл подробно показать эту процедуру для случая «короткой» памяти ($L=2$), имея в виду эту ситуацию как наиболее вероятную. Как было показано выше, случай большого числа измерений $2 < L < M$ при некоторых разумных предположениях может быть сведен к случаю короткой памяти.

1. $L=2$, случай, когда $k_{1,2}(x) > 0$:

$$\begin{aligned} F_0(x) &= [k_1(x)]^{x/T} Pr_1(x) + [k_2(x)]^{x/T} Pr_2(x) \\ F_1(x) &= k_1(x)^{1+(x/T)} Pr_1(x) + k_2(x)^{1+(x/T)} Pr_2(x) \end{aligned}$$

Из этой системы уравнений можно легко найти искомую периодическую функцию $Pr(x)$, которая будет представлена в виде линейной комбинации функций $Pr_{1,2}(x)$

$$\begin{aligned} Pr_1(x) &= [k_1(x)]^{-(x/T)} \frac{F_0(x)k_2(x) - F_1(x)}{k_2(x) - k_1(x)}, \\ Pr_2(x) &= [k_2(x)]^{-(x/T)} \frac{F_1(x) - F_0(x)k_1(x)}{k_2(x) - k_1(x)}, \\ Pr(x) &= w_1 Pr_1(x) + w_2 Pr_2(x). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь, для «страховки», мы ввели неизвестные весовые константы $w_{1,2}$, чтобы использовать их в качестве подгоночных параметров на заключительном этапе сравнения подгоночной функции ИЭ с гипотезой, полученной из конкурирующей модели или микроскопической теории. Очевидно, что нули функций $k_{1,2}$ в (21) не определяют искомые периодические функции, и вырожденный случай должен рассматриваться отдельно.

2. $L=2$, случай, когда $k_1(x) > 0$, $k_2(x) < 0$:

$$\begin{aligned} F_0(x) &= [k_1(x)]^{x/T} Pr_1(x) + [|k_2(x)|]^{x/T} \cos\left(\pi \frac{x}{T}\right) Pr_2(x) \\ F_1(x) &= k_1(x)^{1+(x/T)} Pr_1(x) - |k_2(x)|^{1+(x/T)} \cos\left(\pi \frac{x}{T}\right) Pr_2(x), \end{aligned}$$

Решение в этом случае принимает вид

$$\begin{aligned} Pr_1(x) &= [k_1(x)]^{-(x/T)} \frac{F_1(x) + |k_2(x)| F_0(x)}{k_1(x) + |k_2(x)|}, \\ Pr_2(x) &= [|k_2(x)|]^{-(x/T)} \frac{F_0(x)k_1(x) - F_1(x)}{k_1(x) + |k_2(x)|}, \\ Pr(x) &= w_1 Pr_1(x) + w_2 Pr_2(x). \end{aligned}$$

Случаи, когда вырожденные «корни» одинаково совпадают друг с другом $k_1(x) \equiv k_2(x)$, и случай комплексно-сопряженных «корней» $k_{1,2}(x) = \text{Re}(k(x)) \pm i \text{Im}(k(x))$, опущены. Авторы предлагают пытливому и продвинутому читателю получить их в качестве упражнения.

Тщательный анализ изложенной теории показывает, что она позволяет выйти за пределы допустимых значений контролируемой переменной x . Однако подробное описание этой возможности выходит за рамки данной статьи, поэтому такое подробное рассмотрение опущено.

3. ПРОВЕРКА ПРЕДЛОЖЕННОЙ ТЕОРИИ НА РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

3.1. Описание реальных данных

Здесь мы скажем несколько слов о реальных данных и их особенностях. В качестве реальных данных мы взяли вихревые ковариационные экологические данные, связанные с содержанием CH_4 , CO_2 и паров воды H_2O в атмосфере, где расположены соответствующие детекторы для измерения содержания искомым газов. Так, если в предыдущей работе [7] мы обрабатывали данные, связанные напрямую лишь с концентрацией углекислого газа, метана и водяного пара, то в данной работе мы рассматриваем баланс углекислого газа, метана и водяного пара, т. е. произведение соответствующей концентрации на величину вертикальной скорости.

3.2. Процедура обработки данных

Чтобы уменьшить влияние высокочастотных (ВЧ) случайных флуктуаций, мы интегрируем исходные данные методом трапеций, предварительно нормируя их в соответствии со следующими выражениями:

$$\begin{aligned} Y_j &= \frac{y_j - \text{mean}(y)}{\text{Range}(y)}, j=1, 2, \dots, N, \\ J_0 &= 0, J_j = J_{j-1} + \frac{1}{2} (x_j - x_{j-1}) (Y_j + Y_{j-1}), \\ \text{Range}(y) &= \max(y) - \min(y). \end{aligned} \tag{22}$$

Эти выражения делают исходные данные y_j (а) безразмерными и (б) отфильтрованными. Процедура интегрирования устраняет высокочастотные колебания и сглаживает возможные выбросы. После этой предварительной обработки можно подготовить 3 прямоугольные матрицы для каждого выбранного газа: CH_4 , CO_2 и атмосферной влажности H_2O . Каждая матрица содержит в общей сложности N строк $\times M$ столбцов, где N содержит 3600 ежесекундных точек в каждом столбце (1-часовое измерение), а $M=24 \times 7=168$ часов в неделю. Предварительный анализ показал, что эта процедура подготовки данных за одну неделю является наиболее приемлемой и оптимальной.

Предположив, что названные подготовленные данные могут быть классифицированы как KB эксперименты, можно получить три нормированные интегральные кривые J_r , ($r=up, mn, dn$) в соответствии с процедурой кластеризации, описанной в предыдущем разделе. Наша дальнейшая цель — описать эти 9 кривых для трех исходных матриц с использованием минимального числа подгоночных параметров. Внимательный анализ показывает, что, не нарушая справедливости предлагаемой общей теории, в выражении (15) можно предположить, что $Pr_1(x)=Pr_2(x)\approx Pr(x)$. Функции $k_{1,2}(x)$ определяются в этом же выражении строкой ниже. Неизвестные функции $\langle a_{1,2}(x) \rangle$, служащие для вычисления искомых корней $k_{1,2}(x)$, выведем из выражений (7) и (8). Неизвестный нелинейный параметр в виде величины максимального периода T , фигурирующего в определении периодической функции (2), может быть вычислен путем минимизации величины относительной погрешности

$$RelErr(T_{mx}, K_{min}) = \min \left(\frac{stdev(J_r(x) - F_0(x, T_{mx}, K_{min}))}{mean|J_r(x)|} \right) \cdot 100\% \quad (23)$$

Здесь упрощенная подгоночная функция $F_0(x, T_{mx}, K_{min})$ определяется выражением

$$\begin{aligned} F_0(x, T_{mx}, K_{min}) &= A_0 + G(x, T_{mx}) A_{C_0} + \\ &+ G(x, T_{mx}) \sum_{k=1}^{K_{min}} \left[A_{C_k} \cos \left(2\pi k \frac{x}{T_{mx}} \right) + A_{S_k} \sin \left(2\pi k \frac{x}{T_{mx}} \right) \right], \\ G(x, T_{mx}) &= (k_1(x))^{x/T_{mx}} + k_2(x)^{x/T_{mx}}. \end{aligned} \quad (24)$$

В последнем выражении удобно использовать нормированную входную переменную $x_j = j/N$, локализованную в интервале $[0, 1]$. Поэтому наиболее вероятный интервал, на котором может находиться значение T_{mx} , определяется как (0.5, 1.75). Это предположение подтвердилось и численными оценками по формуле (23). Из упрощенной подгоночной функции (24) легко найти периодическую функцию (2), соответствующую ИЭ

$$Pr(x) \cong A_0 + \sum_{k=1}^{K_{min}} \left[A_{C_k} \cos \left(2\pi k \frac{x}{T_{mx}} \right) + A_{S_k} \sin \left(2\pi k \frac{x}{T_{mx}} \right) \right] \equiv$$

$$\begin{aligned} &\equiv A_0 + \sum_{k=1}^{K_{\min}} [A_{md_k} \cos(\omega_k x - Ph_k)], \\ &A_{md_k} = \sqrt{A_{c_k}^2 + A_{s_k}^2}, Ph_k = \tan^{-1} \left(\frac{A_{s_k}}{A_{c_k}} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Упрощенная подгоночная функция (25) (содержащая минимальное число параметров аппроксимации $P_{rm} = [(T_{mx}, A_0) + 2K_{\min}]$) позволяет получить искомую АЧХ, содержащую ведущую минимальную частоту $\omega_{\min} = 2\pi/T_{mx}$ и суммарный отрезок частот $\omega_k = \omega_{\min} k$, расположенный в интервале $[1, K_{\min}]$.

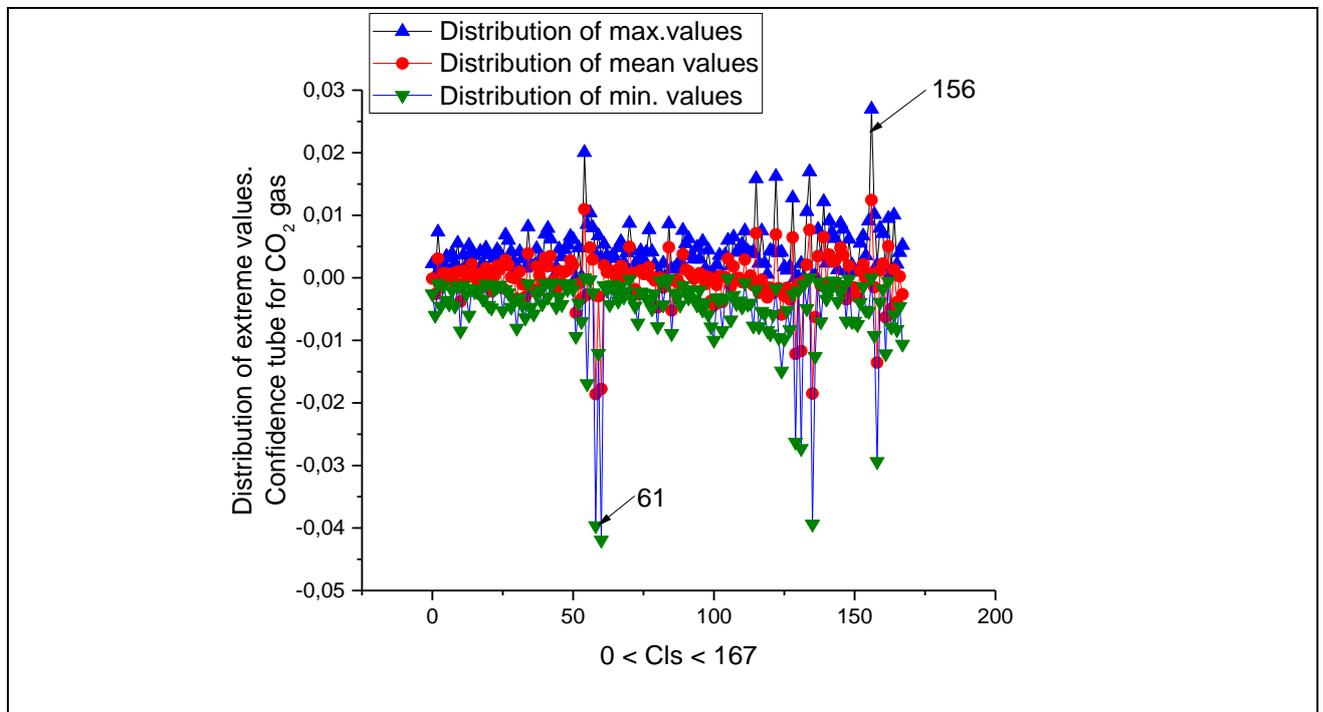


Рис. 1(а). Труба доверия (распределение экстремальных значений) для газа CO_2 . Экстремальные значения $M(\max)=156$, $M(\min)=61$ показаны стрелками.

Труба доверия (ТД) позволяет выбрать три характерные кривые: две экстремальные и среднюю, которые инвариантны относительно перестановок всех оставшихся точек, локализованных внутри каждого столбца.

Чтобы сэкономить место на показе похожих рисунков для всех данных, покажем детали обработки данных только по метану CH_4 . Остальные данные обрабатываются аналогичным образом. Чтобы упростить предварительный анализ данных, полезно использовать концепцию трубы доверия (ТД). Она формируется из трех значений: максимального, среднего и минимального, соответственно, которые берутся из каждого столбца исходной прямоугольной матрицы. Фактически все остальные измеренные данные в каждом столбце будут располагаться внутри ТД. Три распределения $Mx(m)$, $Mn(m)$ и $Min(m)$, рассчитанные для всех столбцов $m=1, 2, \dots, M=168$, представлены на Рис. 1(a).

На Рис. 1(b) показаны исходные данные, соответствующие экстремальным значениям $m=65$ (минимальное значение) и $m=101$ (максимальное значение), соответственно.

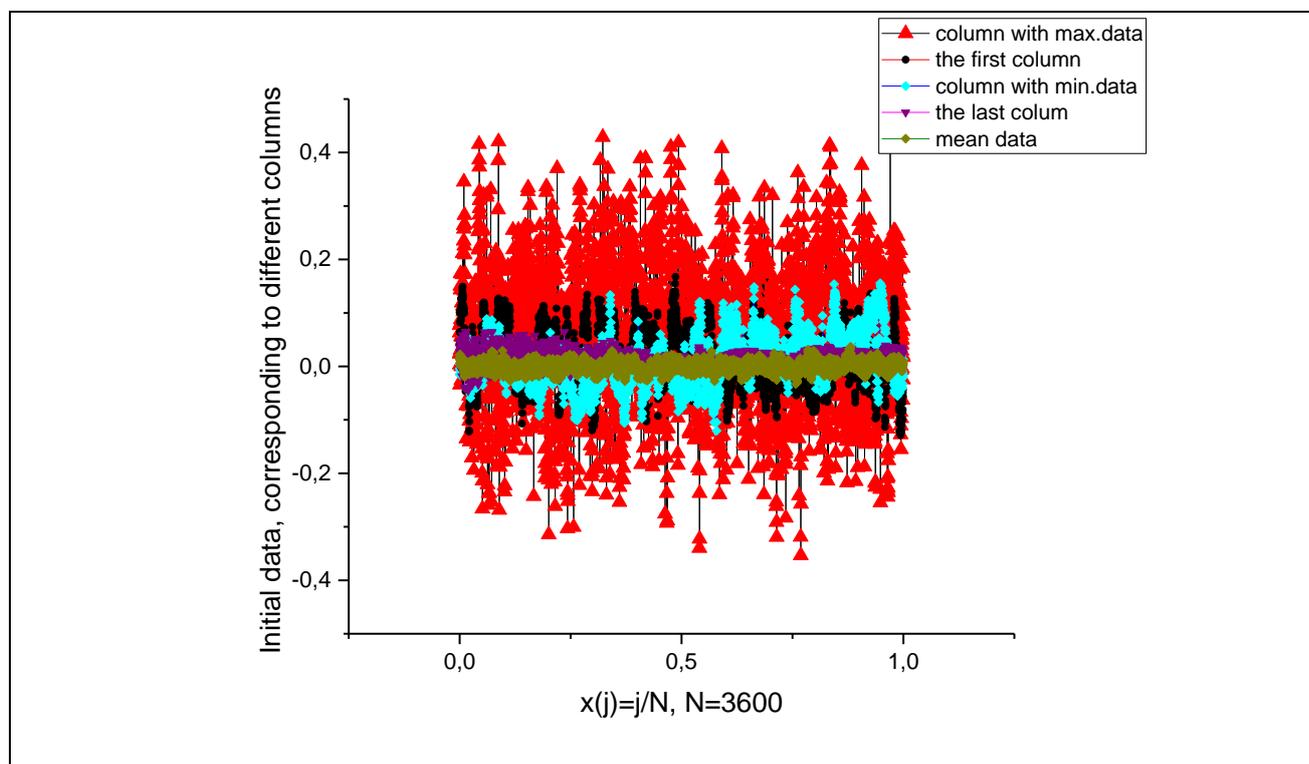


Рис. 1(b). Некоторые примеры исходных данных, соответствующих различным столбцам, минимальное значение $m=61$, максимальное значение $m=156$, начальный и конечный столбцы $m=0,167$, включая средние данные.

Все исходные данные (Рис. 1b) выглядят как последовательности без тренда. Они не демонстрируют каких-либо специфических особенностей по сравнению с их изначально подготовленными кумулятивными данными, показанными на рисунке 1(с) ниже.

Процедура интегрирования, выполненная в соответствии с выражением (22), показана на Рис. 1(с).

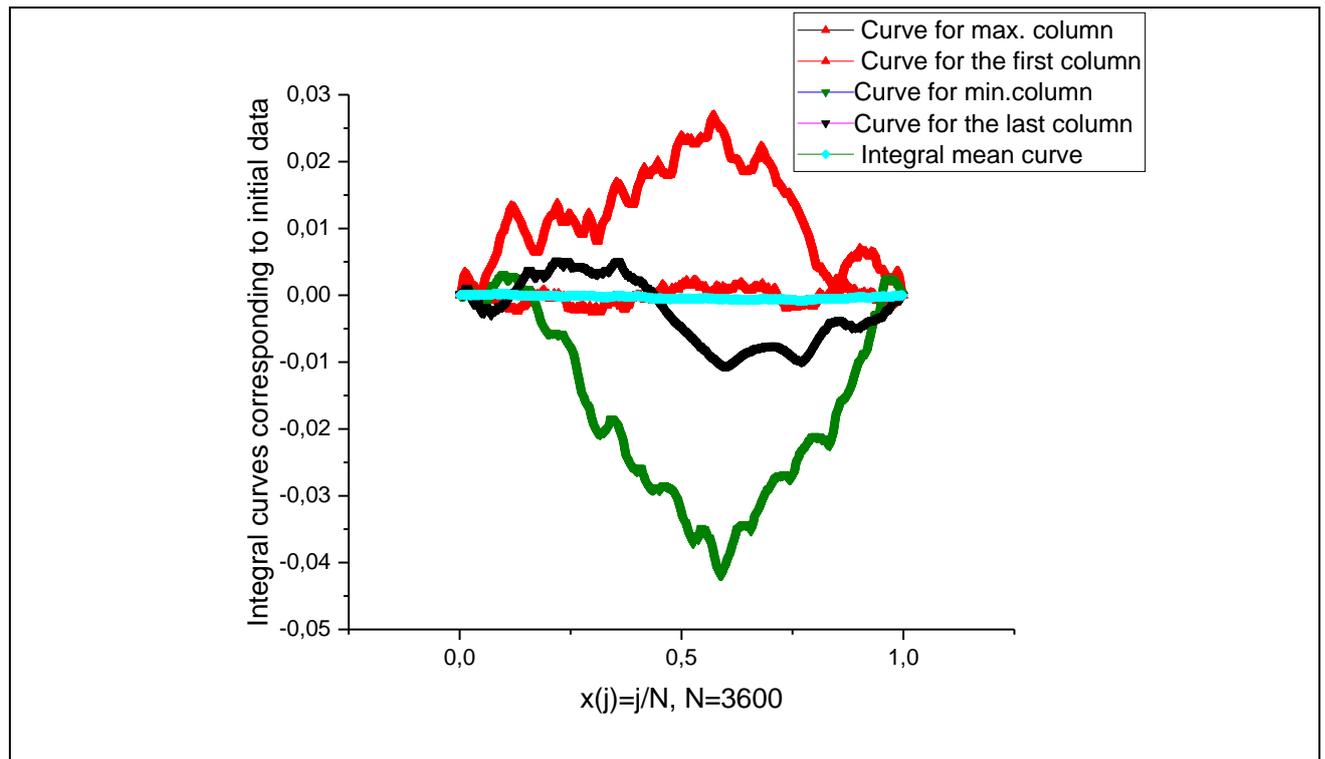


Рис. 1 (с). Интегрированные данные, полученные в соответствии с выражением (22).

Совсем иная картина получается после суммирования (интегрирования) исходных данных. Заметно, что нормализованные данные проявляют колебательные свойства, усугубленные малыми колебаниями. Часть данных увеличивают свои значения, а часть имеет тенденцию к уменьшению своих значений. Поэтому необходимо сосредоточиться на анализе интегрированных данных, представленных на этом рисунке (Рис. 1 (с)).

Как уже упоминалось выше, Рис. 1(с) демонстрирует эффективность процедуры интегрирования. Она устраняет ВЧ флуктуации и позволяет получить сглаженные кривые для дальнейшего анализа. На Рис. 2(а) показано распределение наклонов (после исключения единичного значения).

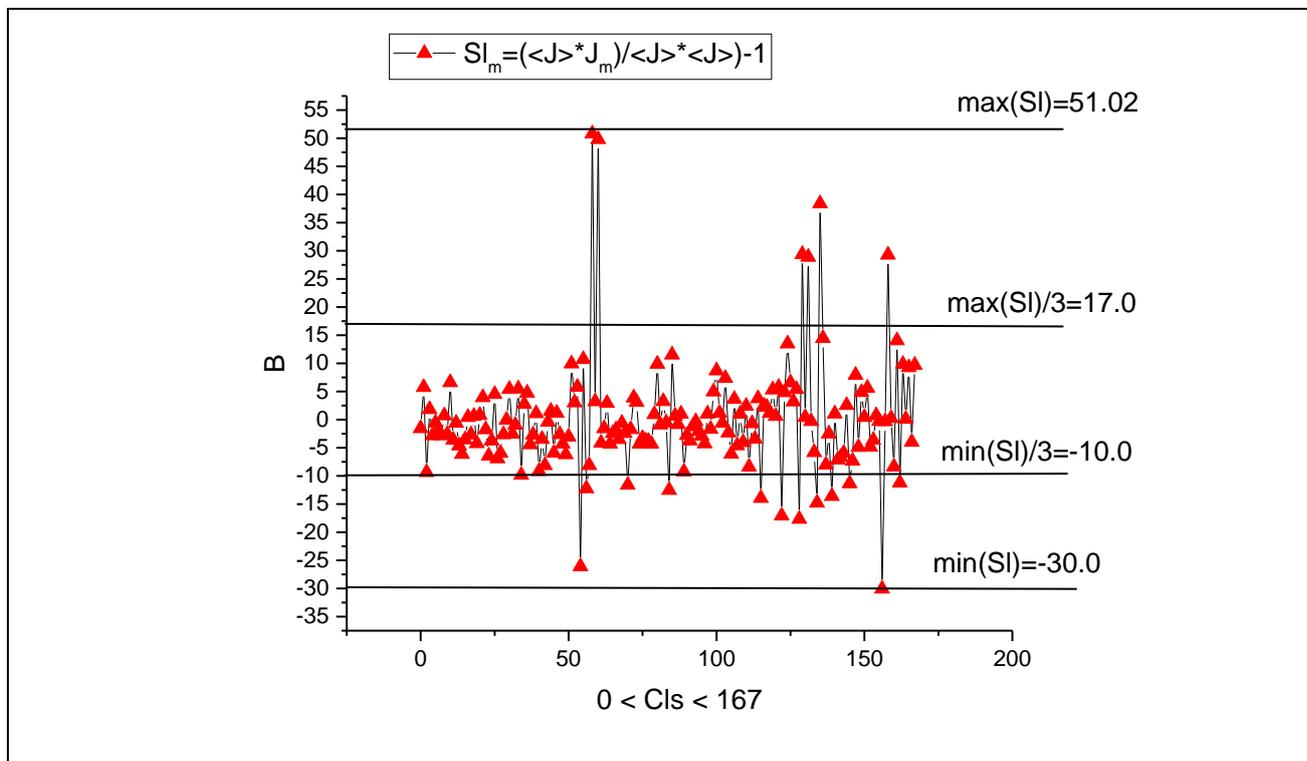


Рис. 2 (а). Распределение интегральных наклонов $SI_m = [(J_m \cdot \langle J \rangle) / (\langle J \rangle \cdot \langle J \rangle)] - 1$ и деление их на три части для получения усредненных интегральных кривых в соответствии с выражением (20). В этом случае $\Delta_{1,2} = 1/3$.

Весь отрезок с границами ($\min(SI)$, $\max(SI)$) можно разделить на три почти равных отрезка: ($1/3\max(SI)$, $\max(SI)$ для $F_0(x)$), ($1/3\min(SI)$, $1/3\max(SI)$ для $F_1(x)$) и ($\min(SI)$, $1/3\min(SI)$ для $F_2(x)$). Разделительные линии для каждой из трех частей измерений показаны на Рис. 2(а). Количество измерений, входящих в каждый выбранный сегмент, показано на Рис. 2(б).

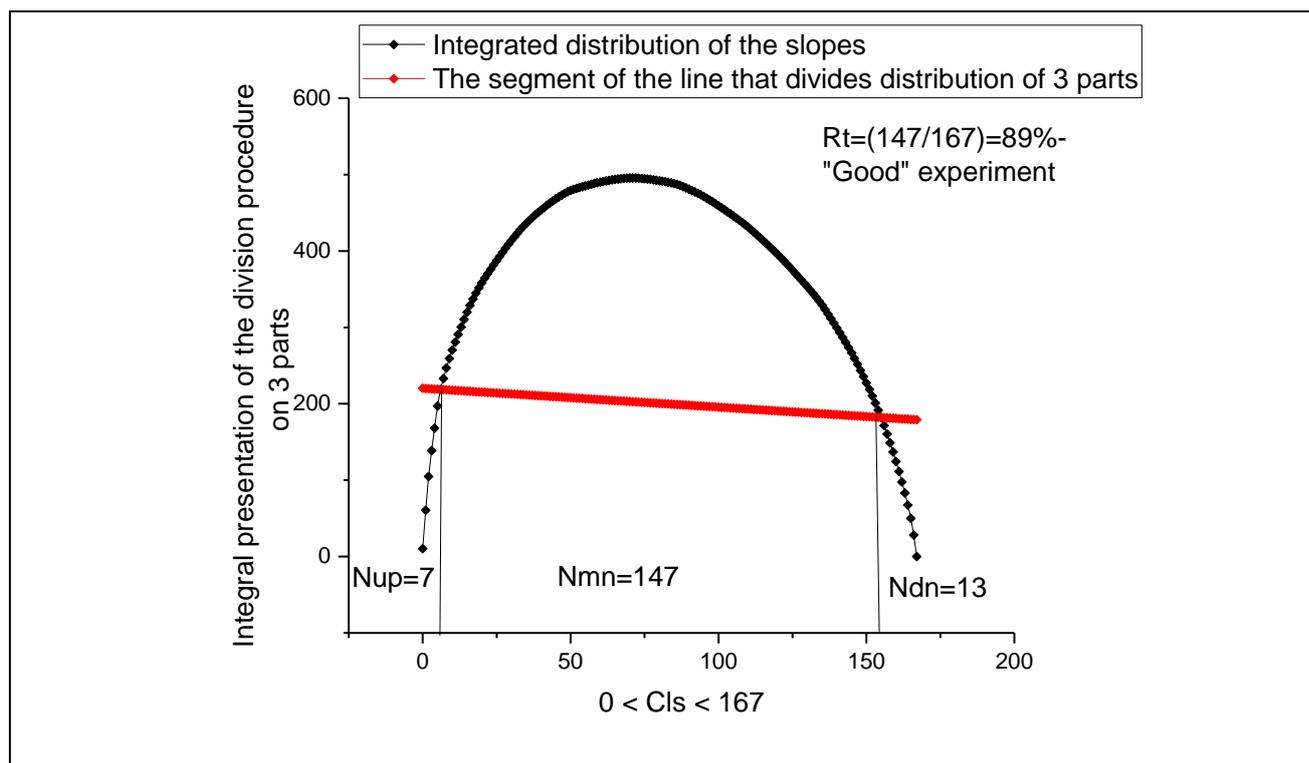


Рис. 2 (b). Для наглядного представления результатов, приведенных на предыдущем рисунке, удобно упорядочить все наклоны и интегрировать их для получения последовательности ранжированных амплитуд.

В таком представлении можно легко найти значения $N_{up}=7$, $N_{mn}=147$, $N_{dn}=13$ и оценить качество этого эксперимента первой недели $R_t=89\%$ для данных по газу CO_2 . Для другого газа CH_4 можно ожидать других значений R_t . Они приведены в Таблице 1 (см. ниже).

Это наиболее удобный рисунок для демонстрации предлагаемого алгоритма с помощью колоколообразной кривой. Эта информация помогает получить искомые усредненные интегральные функции $F_{0,1,2}$ на основе выражения (20). Рис. 3(a) демонстрирует окончательный результат для газа CH_4 .

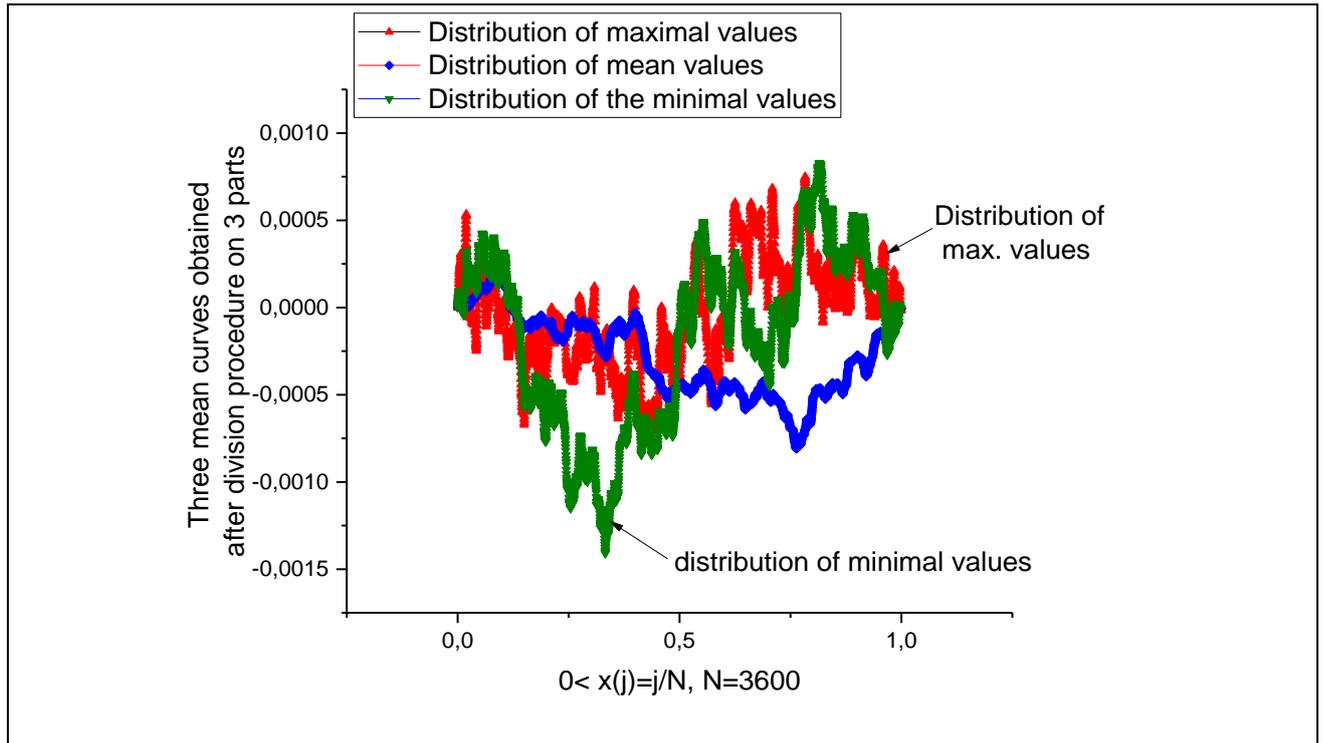


Рис. 3 (а). Три усредненные интегральные кривые (нормализованные и рассчитанные как интегральные данные) для газа CO_2 , полученные в конечном итоге для процедуры подгонки с функцией (24) и приведения к идеальному эксперименту.

В сравнении с чистыми данными о концентрации данные о потоке показывают их осциллирующий характер.

Затем эти три кривые могут быть аппроксимированы упрощенной функцией (24). Только один нелинейный параметр аппроксимации T_{mx} может быть найден из минимизации относительной погрешности (23) в предположении, что этот параметр находится в интервале $[0.5T, 1.75T]$. Другие параметры аппроксимации (A_0, A_{Ck}, A_{Sk} ($k=1, 2, \dots, K_{\text{min}}$)) найдены с помощью ЛМНК. Аппроксимация этих трех кривых показана на Рис. 3(b).

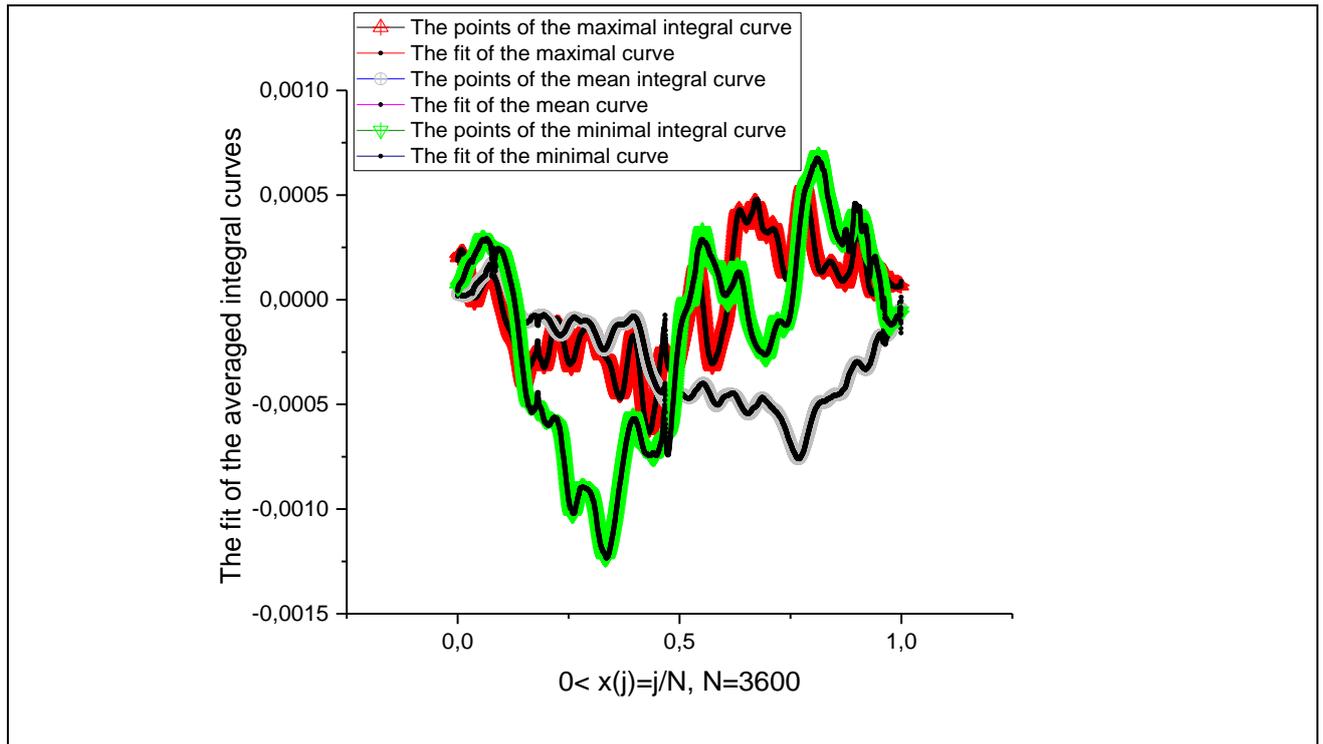


Рис. 3 (b). Подгонка усредненных интегральных кривых J_{up} , J_{mn} и J_{dn} упрощенной подгоночной кривой (24).

Распределения АЧХ, взятых в виде модулей и фаз $Amd_k = (Ac_k^2 + As_k^2)^{1/2}$, $Ph_k = \tan^{-1} \left(\frac{As_k}{Ac_k} \right)$ для трех усредненных интегральных функций $F_{0,1,2}$, показаны на Рис. 4(a) и (b) соответственно.

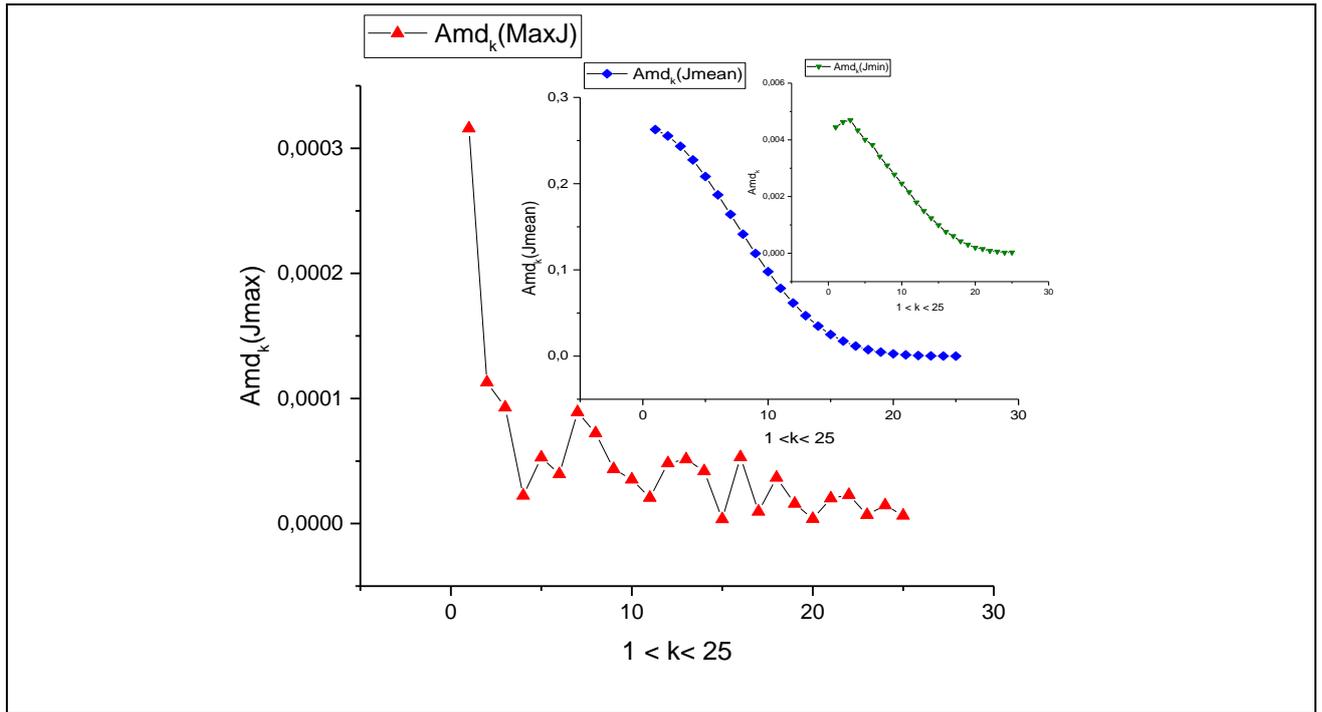


Рис. 4 (а). Распределения модулей Amd_k для всех трех интегральных кривых J_{mn} , J_{mn} , J_{dn} , показанных на Рис. 3 (b). Интересно отметить, что разместить их на одном рисунке невозможно, так как они имеют разные амплитуды.

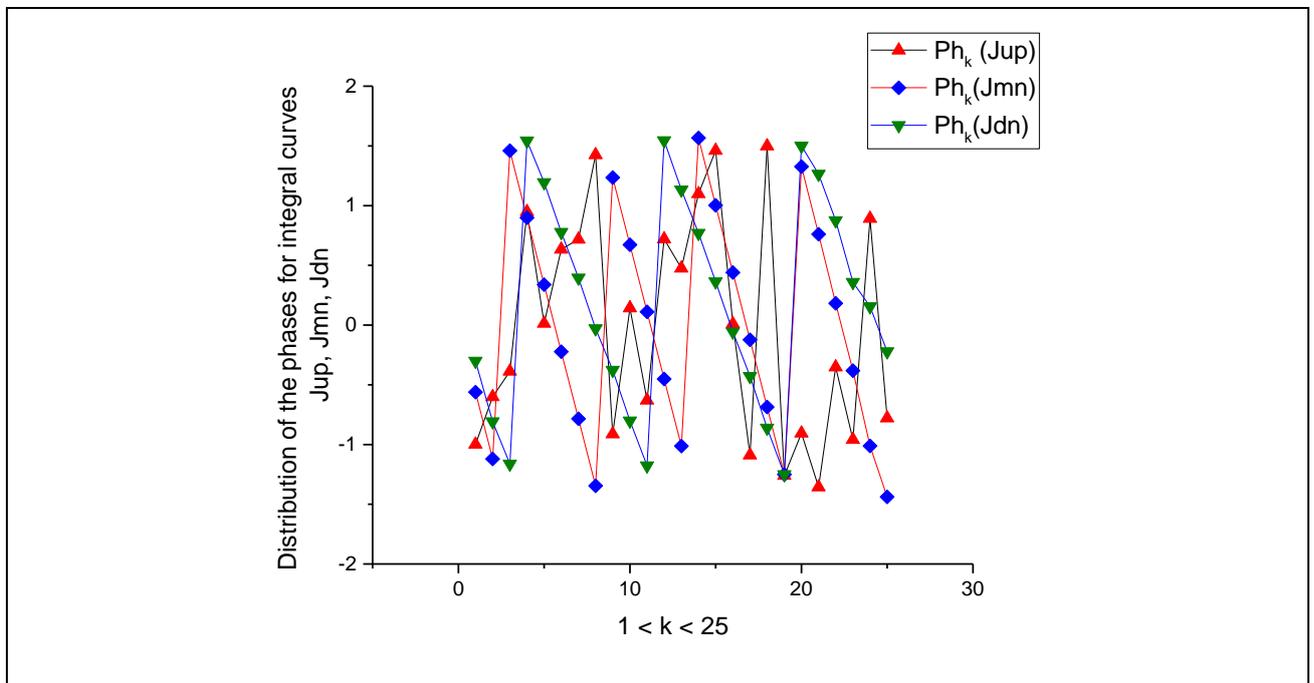


Рис. 4 (b). Распределения фаз $Ph_k = \tan^{-1}(As_k/As_k)$ для трех кривых, показанных на Рис. 3(b).

На Рис. 4(с) мы демонстрируем три периодические кривые, которые соответствуют «идеальному» эксперименту.

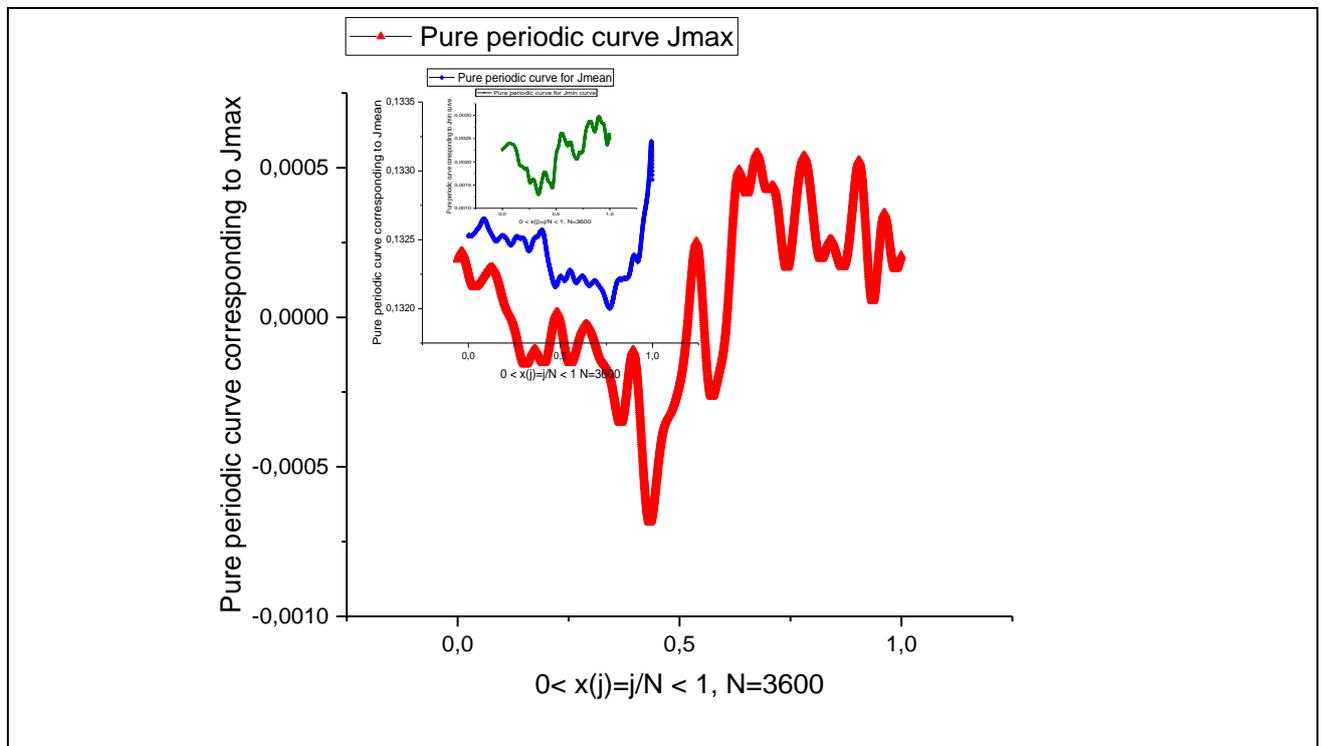


Рис. 4 (с). Модифицированные чисто периодические кривые $Pr(x)$, полученные в соответствии с выражением (25) из упрощенной подгоночной кривой (24). Периодические параметры показаны на Рис. 4 (а) и (b).

Интересно отметить, что они имеют разные масштабы и, следовательно, не могут быть показаны на одном рисунке. Основные параметры подгонки, связанные с периодическими функциями (25) для всех трех выбранных веществ, собраны в Таблицах 1–4.

Таблица 1. Расчет основных параметров N_{up} , N_{mn} , N_{dn} и R_t для CH_4 , CO_2 и H_2O в течение 4 недель, относящихся к февралю 2024 года. Подробности см. в выражении (20).

| Газ/неделя | N_{up} | N_{mn} | N_{dn} | $R_t(\%)$ |
|-------------------|----------|----------|----------|-----------|
| $CH_4/1wk(0-7)$ | 35 | 121 | 11 | 72,455 |
| $CH_4/2wk(7-14)$ | 21 | 116 | 30 | 69,461 |
| $CH_4/3wk(14-21)$ | 16 | 141 | 10 | 84,431 |
| $CH_4/4wk(21-28)$ | 18 | 137 | 12 | 82,035 |
| $CO_2/1wk(0-7)$ | 7 | 152 | 8 | 91,018 |
| $CO_2/2wk(7-14)$ | 5 | 157 | 5 | 94,012 |
| $CO_2/3wk(14-21)$ | 10 | 140 | 17 | 83,832 |
| $CO_2/4wk(21-28)$ | 17 | 142 | 8 | 85,031 |
| $H_2O/1wk(0-7)$ | 4 | 159 | 4 | 95,211 |
| $H_2O/2wk(7-14)$ | 1 | 164 | 2 | 98,204 |
| $H_2O/3wk(14-21)$ | 14 | 149 | 4 | 89,222 |
| $H_2O/4wk(21-28)$ | 10 | 154 | 3 | 92,216 |

Таблица 2. Набор основных параметров, связанных с периодическими функциями и относящиеся к усредненным интегральным кривым для газа CH_4 .

| k | $A_{c_k} (J_{up})$ | $A_{s_k} (J_{up})$ | $A_{c_k} (J_{mn})$ | $A_{s_k} (J_{mn})$ | $A_{c_k} (J_{dn})$ | $A_{s_k} (J_{dn})$ |
|---------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | T_{mx} | A_0 | T_{mx} | A_0 | T_{mx} | A_0 |
| T_{mx}, A_0 | 1,0635 | 4,60467E-6 | 1,9591 | 1,26201E-5 | 1,9365 | 2,48197E-5 |
| k=1 | -2,88078E-4 | -5,51339E-5 | 5,19784 | 17,2207 | -0,01551 | 0,66897 |
| k=2 | -7,46133E-5 | 4,28281E-5 | 11,3271 | -7,52796 | 0,52892 | 0,02386 |
| k=3 | -2,62737E-5 | 8,27381E-6 | -6,51193 | -5,37605 | 0,02362 | -0,35579 |
| k=4 | -1,19733E-5 | 1,03999E-5 | -1,62614 | 3,90184 | -0,19997 | -0,01698 |
| k=5 | -6,33079E-6 | 1,27707E-5 | 1,64533 | 0,16105 | -0,00907 | 0,09133 |
| k=6 | 1,66724E-7 | 7,38361E-6 | -0,09653 | -0,46822 | 0,03229 | 0,00344 |

| | | | | | | |
|-----|------------|------------|---------|---------|------------|-------------|
| k=7 | 4,66842E-6 | 3,3709E-6 | -0,0801 | 0,04488 | 8,36735E-4 | -0,00801 |
| k=8 | 4,53143E-6 | 1,54078E-6 | 0,00657 | 0,00599 | -0,00109 | -8,27201E-5 |

Таблица 3. Набор основных параметров, связанных с периодическими функциями и относящиеся к усредненным интегральным кривым для газа CO₂.

| k | Ac _k (Jup) | As _k (Jup) | Ac _k (Jmn) | As _k (Jmn) | Ac _k (Jdn) | As _k (Jdn) |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | T _{mx} | A ₀ | T _{mx} | A ₀ | T _{mx} | A ₀ |
| T _{mx} , A ₀ | 2,4994 | -4,87956E-5 | 2,4994 | -1,89231E-5 | 2,4994 | -5,15067E-5 |
| k=1 | 5,739 | 35,1052 | 8,32128 | 48,8561 | 7,0547 | 44,1951 |
| k=2 | 27,9061 | -9,51763 | 38,6716 | -13,8051 | 35,3632 | -11,8506 |
| k=3 | -10,336 | -18,7419 | -14,9711 | -25,7217 | -13,0844 | -23,9188 |
| k=4 | -10,3636 | 8,57309 | -13,9556 | 12,3532 | -13,2663 | 11,0218 |
| k=5 | 5,59923 | 4,51429 | 7,98282 | 5,86663 | 7,27551 | 5,74028 |
| k=6 | 1,42352 | -2,85784 | 1,71977 | -4,0054 | 1,76143 | -3,72706 |
| k=7 | -1,10406 | -0,25837 | -1,51022 | -0,24596 | -1,43388 | -0,28867 |
| k=8 | 0,00563 | 0,30348 | 0,03973 | 0,40179 | 0,02329 | 0,38935 |
| k=9 | 0,05261 | -0,01533 | 0,06669 | -0,02622 | 0,06612 | -0,02288 |
| k=10 | -0,00271 | -0,00426 | -0,004 | -0,00509 | -0,00372 | -0,00519 |

Таблица 4. Набор основных параметров, связанных с периодическими функциями и относящиеся к усредненным интегральным кривым для паров H₂O.

| k | Ac _k (Jup) | As _k (Jup) | Ac _k (Jmn) | As _k (Jmn) | Ac _k (Jdn) | As _k (Jdn) |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | T _{mx} | A ₀ | T _{mx} | A ₀ | T _{mx} | A ₀ |
| T _{mx} , A ₀ | 1,3505 | -1,27131E-5 | 1,3505 | -1,27131E-5 | 1,09098 | 3,59308E-6 |
| k=1 | 0,00137 | -0,00128 | 0,00137 | -0,00128 | -3,27398E-5 | -8,20476E-6 |
| k=2 | 5,30561E-5 | -0,00145 | 5,30561E-5 | -0,00145 | -3,27837E-6 | 1,00861E-5 |
| k=3 | -7,98729E-4 | -9,09201E-4 | -7,98729E-4 | -9,09201E-4 | 1,17805E-6 | 7,3396E-7 |
| k=4 | -0,00101 | -1,24383E-4 | -0,00101 | -1,24383E-4 | 7,9935E-7 | 1,58899E-6 |

| | | | | | | |
|------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| k=5 | -5,68944E-4 | 4,69685E-4 | -5,68944E-4 | 4,69685E-4 | 1,83581E-6 | -7,37466E-7 |
| k=6 | -9,90357E-5 | 4,96939E-4 | -9,90357E-5 | 4,96939E-4 | -1,5128E-6 | -6,08823E-8 |
| k=7 | 1,89188E-4 | 2,73372E-4 | 1,89188E-4 | 2,73372E-4 | -1,24363E-6 | 8,58641E-7 |
| k=8 | 1,63936E-4 | 3,39089E-5 | 1,63936E-4 | 3,39089E-5 | 1,38365E-6 | 2,41622E-6 |
| k=9 | 7,96425E-5 | -2,93135E-5 | 7,96425E-5 | -2,93135E-5 | 1,4022E-6 | -1,53316E-6 |
| k=10 | 3,69983E-6 | -3,16791E-5 | 3,69983E-6 | -3,16791E-5 | -8,70399E-7 | -1,5842E-8 |

Комментарии к таблицам 1–4. В этих таблицах мы перечислили основные параметры подгонки, которые формируют периодические функции (25), которые вычисляются для всех трех веществ CH_4 , CO_2 и H_2O . Все эти параметры относятся к первой неделе февраля 2024 года. В таблице 4 мы должны заметить, что параметры, связанные с усредненными интегральными кривыми, относящимися к J_{up} и J_{mn} , совпадают друг с другом (мы фиксируем вырожденный случай).

Аналогичным образом можно обработать и другие данные, связанные с газом CO_2 и парами H_2O . Покажем подгонку средних интегральных кривых для газа CO_2 (Рис. 5(a)) и паров H_2O (Рис. 5(b)).

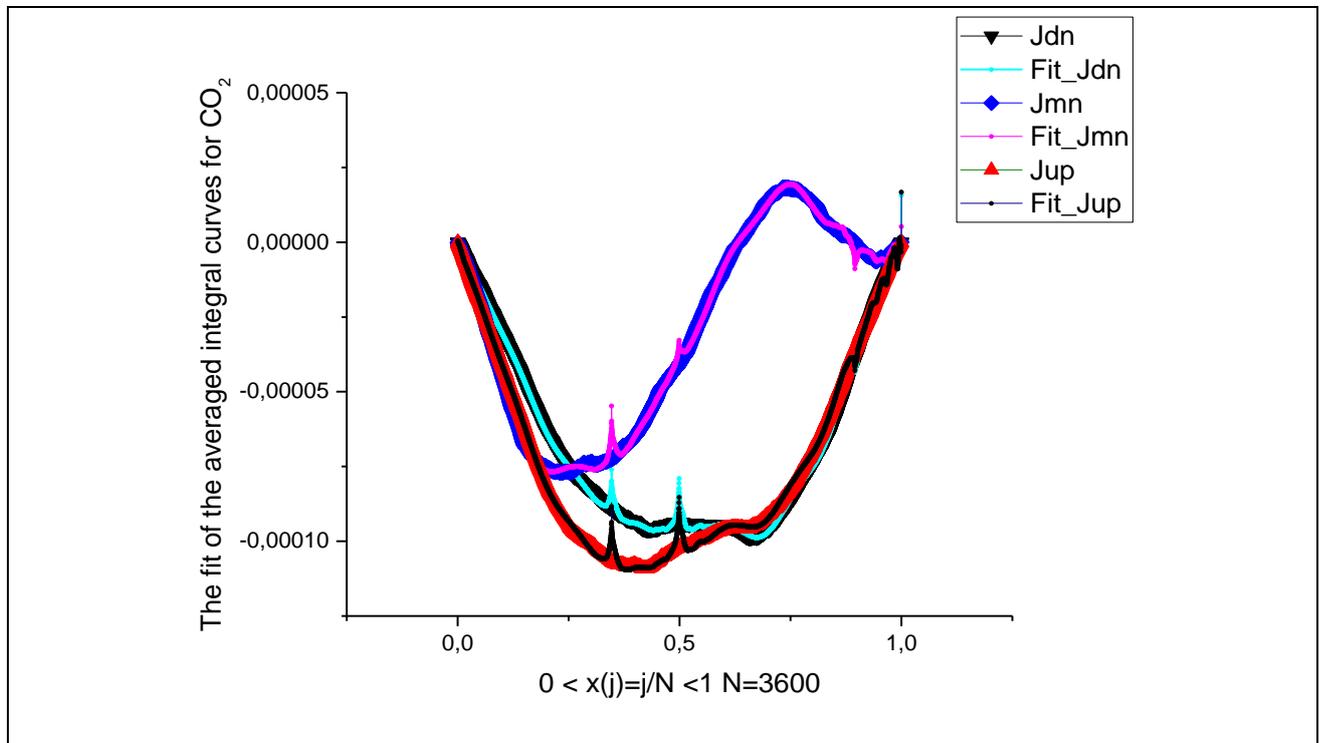


Рис. 5 (а). Подгонка усредненных интегральных кривых для газа CO_2 .

Выбросы, которые отчетливо видны на этом рисунке, не могут быть объяснены. С нашей точки зрения для более точной подгонки необходимо больше дополнительных мод. Чтобы сравнить все анализируемые газы в одной шкале, мы зафиксировали для всех газов $K=8$.

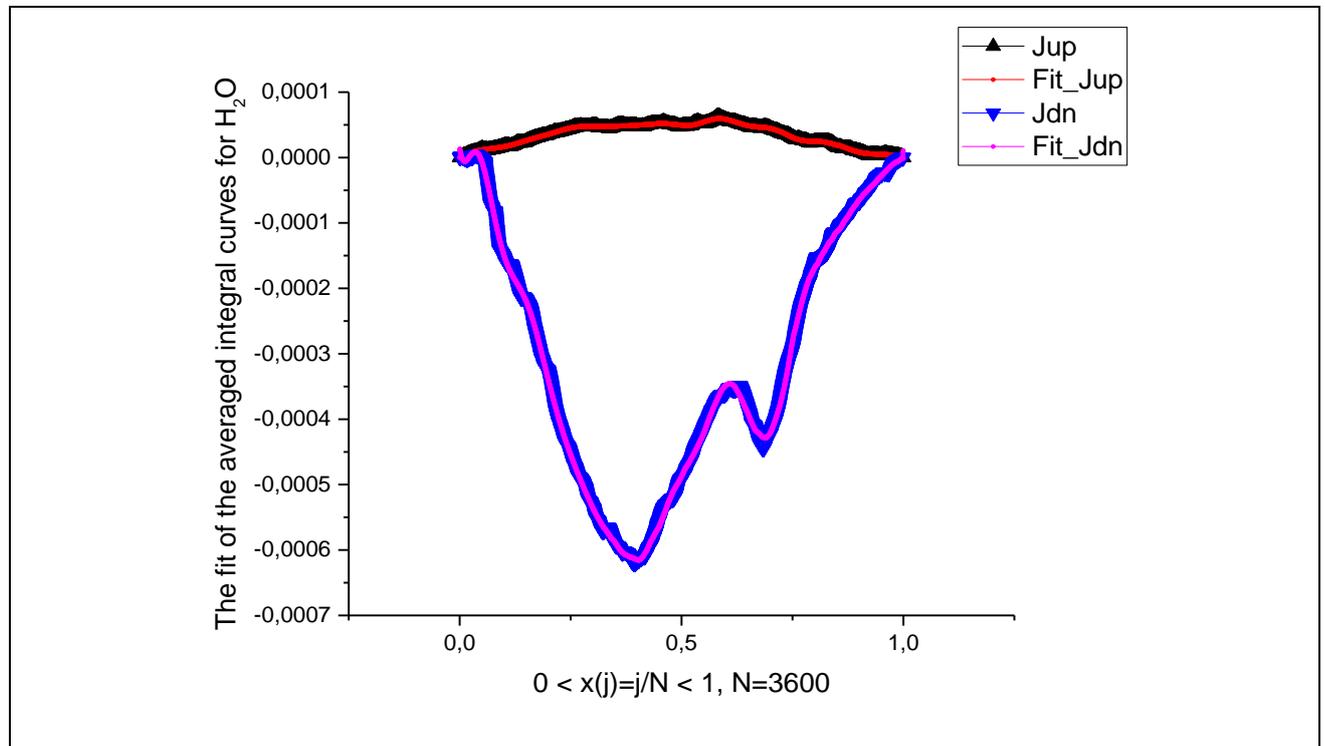


Рис. 5 (b). Подгонка усредненных интегральных кривых для паров H_2O .

В данном случае мы показали подгонку только двух кривых J_{up} и J_{dn} . Они очерчивают пределы других кривых, в том числе и усредненной кривой J_{mn} . Как уже упоминалось выше, чтобы сравнивать все анализируемые газы в одной шкале, мы установили для всех них $K=8$. Если сравнить эти кривые между собой, то можно заметить, что интегральные кривые проявляют осциллирующие свойства, которые не заметны по исходным данным.

Далее мы показываем только основные и наиболее выразительные рисунки. На рисунках б(а)–б(с) мы попытались обосновать оптимальный выбор прямоугольных матриц, соответствующих периодичности в одну неделю.

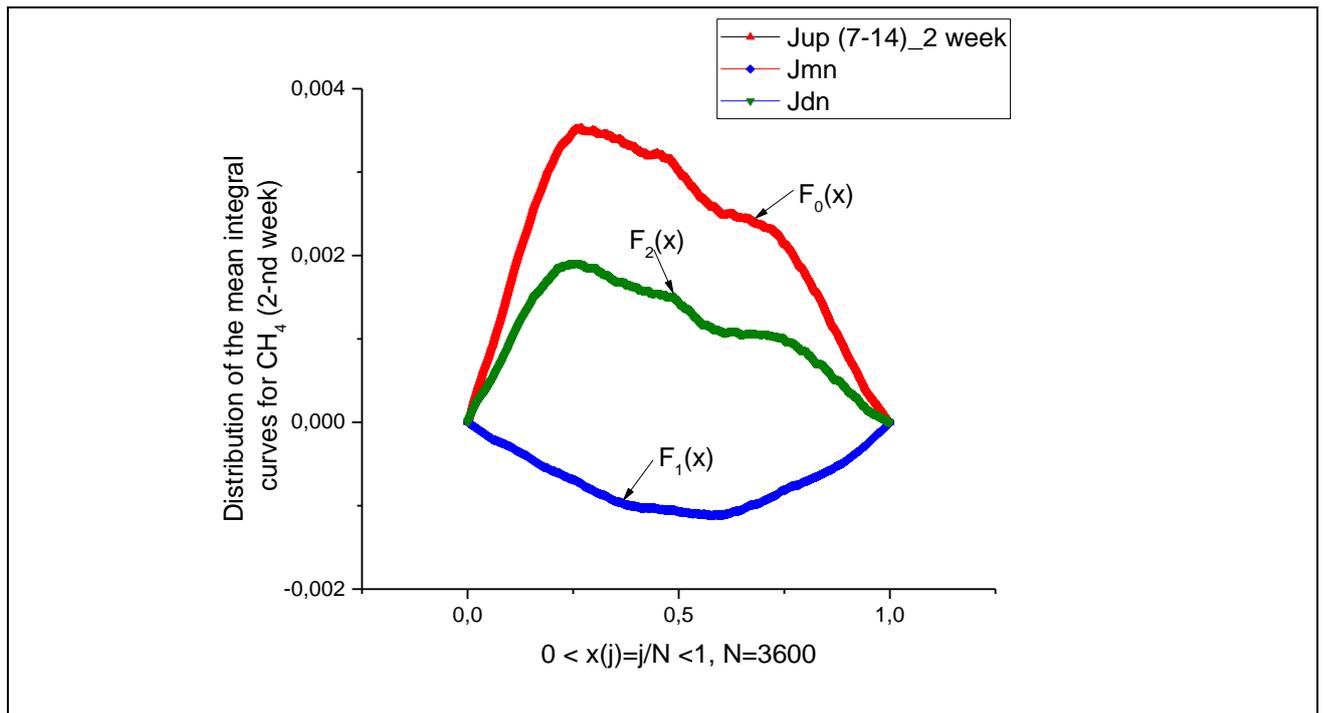


Рис. 6 (а). Эволюция трех усредненных интегральных кривых в течение второй недели.

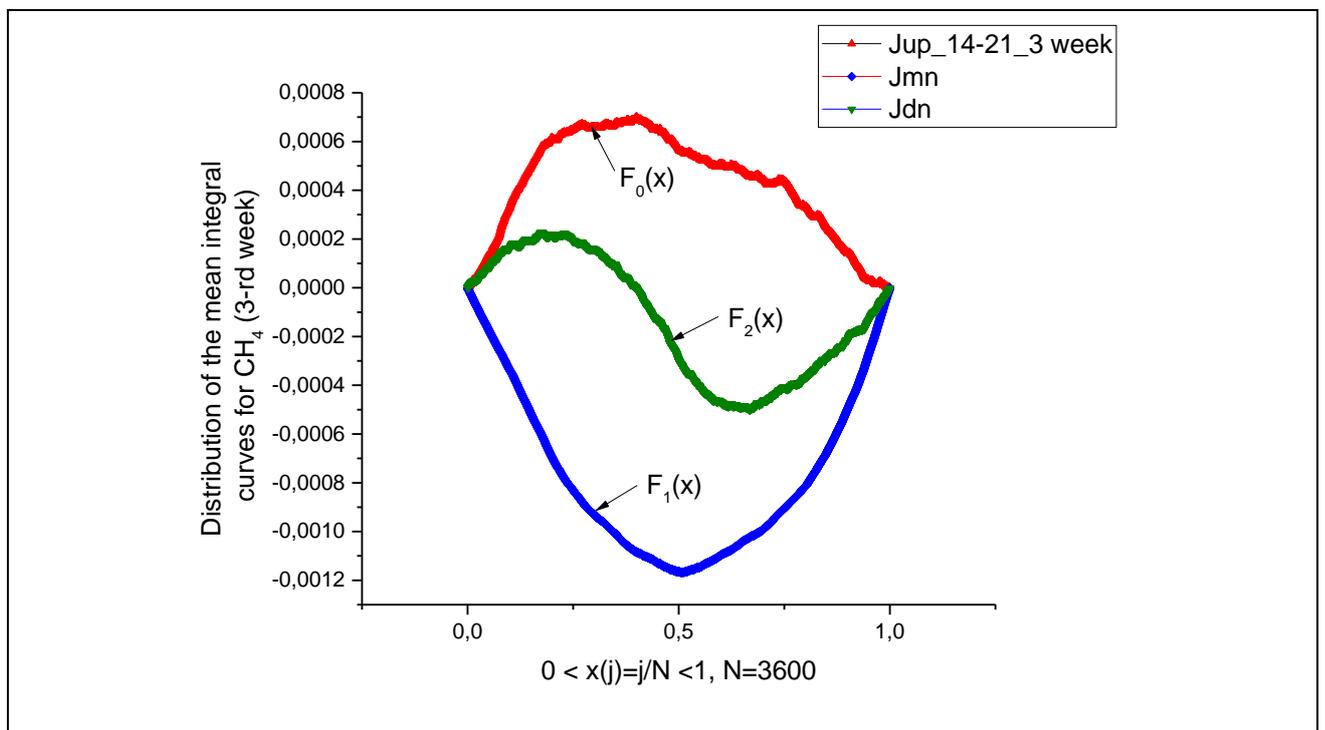


Рис. 6 (б). Эволюция трех усредненных интегральных кривых в течение третьей недели.

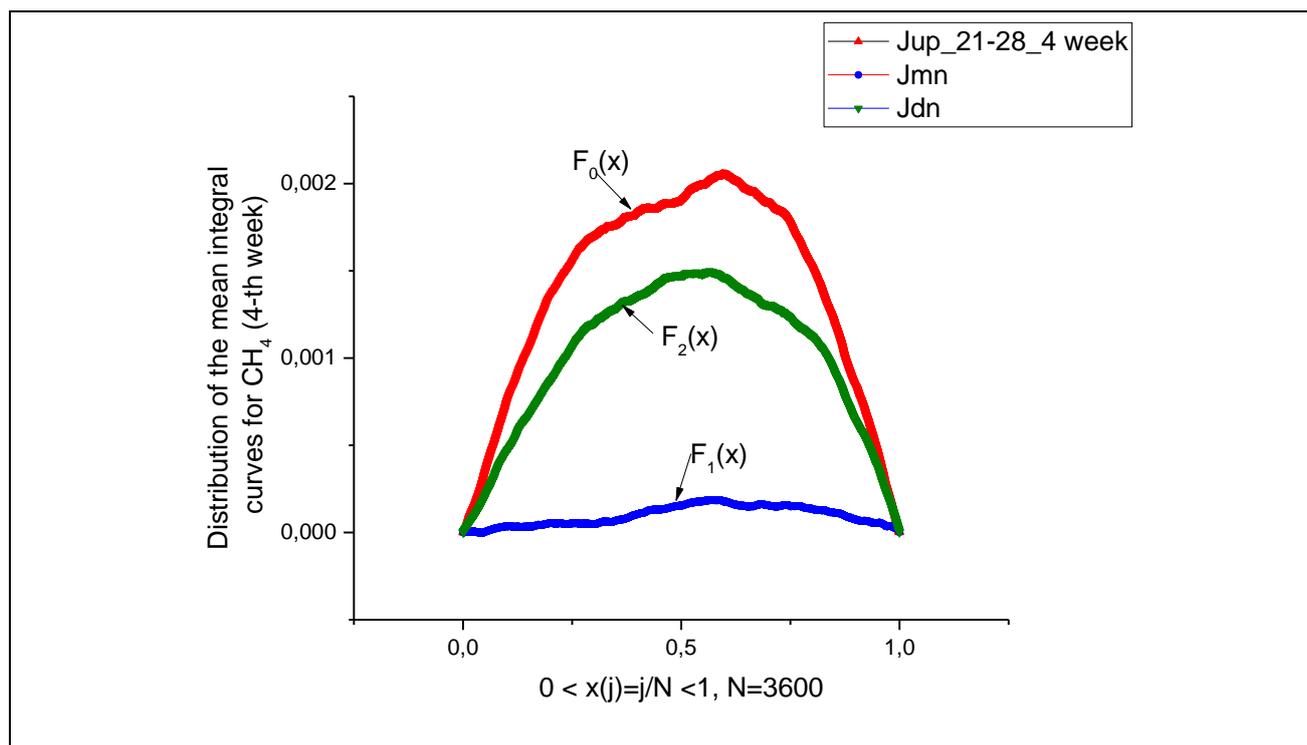


Рис. 6 (с). Эволюция трех усредненных интегральных кривых в течение последней четвертой недели, соответствующей февралю 2024 года.

На этих рисунках можно заметить четко выраженные и заметные колебания газа CH_4 и выраженные тенденции изменения этих колебаний при переходе к следующему возможному и независимому колебанию. Похожее поведение наблюдается для газа CO_2 и паров H_2O . В целом это наблюдение важно и полностью изменяет все предыдущие и общепринятые алгоритмы анализа экологических (вихревых ковариационных) данных.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Мы предложили теорию для КВЭ, которая основана на заданной выборке последовательных измерений при однофакторном эксперименте. Эти измерения должны быть заданы в виде прямоугольной матрицы $N \times M$, столбцы которой ($m=1, 2, \dots, M$) включают в себя точки данных ($j=1, 2, \dots, N$), соответствующих одному эксперименту, реализованному в течение одного периода T . Все столбцы ($m=1, 2, \dots, M$) определяют весь цикл последовательных/повторяющихся измере-

ний, реализованных в течение всего периода наблюдения $M \cdot T$. Благодаря описанному алгоритму можно получить только 3 ключевых усредненных кривых (см. выражение (20)), которые могут быть описаны упрощенной функцией подгонки (24). Эта функция играет двойную роль: (а) подгонки усредненных измерений и (b) извлечения чистой периодической функции (25), соответствующей «идеальному эксперименту». Другие два важных результата можно сформулировать следующим образом.

1. Создание полностью компьютеризированных лабораторий, где «вход» совпадает с исходными данными, представленными в виде матрицы $N \times M$, а «выход» — с ограниченным числом подгоночных параметров $Prm = [(T_{mx}, A_0, A_{c0}) + 2K_{min}]$, следующих из выражения (25).

2. Создание нового метрологического эталона на основе сравнения «шаблонного» детектора/прибора с испытанными по оптимальному числу подгоночных параметров Prm , полученных из зарегистрированных флуктуаций.

Отметим следующий факт: обнаруженная нами периодичность, выраженная в предыдущих данных [7] (данные о концентрациях углекислого газа, метана и водяного пара), в представленных данных (баланс/количество углекислого газа, метана и водяного пара) исчезает. Она разрушается в ветровых потоках.

Проблема, требующая дальнейшего исследования, вытекает из решения (19) на основе предположения $\langle a_1(x) \rangle, k(x \pm T) = k(x), Pr(x \pm T) = Pr(x)$. К каким новым решениям приведет отказ от этого предположения? Ответ на этот вопрос требует дальнейшего исследования.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект № FZSM-2024-0004.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nigmatullin R., Rakhmatullin R.* Detection of quasi-periodic processes in repeated-measurements: New approach for the fitting and clusterization of different data // Communications of Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2014.V. 19. P. 4080–4093.

2. *Khamzin A.A., Nigmatullin R.R., Machado J.T.* Detection of quasi-periodic processes in complex systems: how do we quantitatively describe their properties? // *Physica Scripta*. 2014.V. 89. P. 11.

3. *Nigmatullin R.R., Osokin S.I., Al-Amri S., Azam A., Baleanu D., Memic A.* The First Observation of Memory Effects in the InfraRed (FT-IR) Measurements: Do Successive Measurements Remember Each Other? // *PLoS ONE*, Open access journal. 2014. April 9 (4) e94305.

4. *Nigmatullin R.R., Osokin S.I., Rakhmatullin R.M.* How to reduce reproducible measurements to an ideal experiment? // *Magnetic Resonance in Solids, Electronic Journal*. 2014.V. 16 (2). P. 1–19.

5. *Nigmatullin R.R., Striccoli D., Zhang W.* General theory of experiment containing reproducible data: The reduction to an ideal experiment // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2015.V. 27. P. 175–192.

6. *Kuczma M.* A survey of the theory of functional equations. Publikacije Elektrotehnickog Fakulteta Univerziteta u Beogradu (Publications de La Faculted'electrotechnique de L'universitea Belgrade), 1964. V. 130. P. 1–64.

7. *Litvinov A.A., Nigmatullin R.R., Osokin S.I.* Quasi-reproducible experiments: Universal fitting function for quantitative description of complex systems data // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2024. V. 45. No. 8. P. 3956–3971.
<https://doi.org/10.1134/S1995080224604739>

NEW METHOD OF DESCRIPTION OF EDDY-COVARIANCE ECOLOGIC DATA

R.R. Nigmatullin¹ [0000-0003-2931-4428], A.A. Litvinov² [0009-0000-3901-3704],

S.I. Osokin³ [0000-0002-0699-5390]

^{1, 2}Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Radioelectronics and Informative Measurements Technics department, 420111 Kazan, Russia.

³Kazan Federal University, Institute of Information Technologies and Intellectual Systems, 420008 Kazan, Russia.

¹renigmat@gmail.com, ²litvinov85@gmail.com, ³s.osokin@it.kfu.ru

Abstract

In this paper, the authors propose the foundations of an original theory of quasi-reproducible experiments (QRE) based on the testable hypothesis that there exists an essential correlation (memory) between successive measurements. Based on this hypothesis, which the authors define for brevity as the verified partial correlation principle (VPCP), it can be proved that there exists a universal fitting function (UFF) for quasi-reproducible (QR) measurements. In other words, there is some common platform or "bridge" on which, figuratively speaking, a true theory (claiming to describe data from first principles or verifiable models) and an experiment offering this theory for verification measured data, maximally "cleaned" from the influence of uncontrollable factors and apparatus/software function, meet. Actually, the proposed theory gives a potential researcher the method of purification of initial data and finally suggests the curve that periodic and cleaned from a set of uncontrollable factors. The final curve corresponds to an ideal experiment.

The proposed theory has been tested on eddy covariance ecologic data related to the content of CH₄, CO₂ and water vapors of H₂O in the local atmosphere where the corresponding detectors for measuring of the desired gases content are located.

For these tested eddy covariance data associated with the presence in atmosphere two gases CH₄, CO₂ and H₂O vapors there is no simple hypothesis containing a minimal number of the fitting parameters, and, therefore, the fitting function that follows from this theory can serve as the only and reliable quantitative description of this

kind of data belonging to the tested complex system. We should note also that the final fitting function removed from uncontrollable factors becomes pure periodic and corresponds to an ideal experiment. Applications of this theory to practical applications, the place of this theory among other alternative approaches, (especially touching the professional interests of ecologists) and its further development are discussed in the paper.

The paper examines the phenomenon of joint creativity of several authors, and provides examples from various fields of activity. The main attention is paid to information technologies: inventions made at the end of the 20th century are analyzed. Their authors are pairs of outstanding specialists who combined the talents of a programmer and a manager. They determined the further development of the IT industry and radically changed the quality of mankind's way of life. The stories of the emergence of famous computers, operating systems, the World Wide Web, and network navigation tools are briefly described.

Keywords: *quasi-reproducible experiments, complex systems, verified partial correlation principle, universal fitting function, quasi-periodic measurements, quasi-reproducible measurements, memory effects, eddy covariance*

The list of the main abbreviations (They are given in the alphabetic order): AFR – amplitude-frequency response, (F)LLSM – (functional) linear least square method, IM – Intermediate Model, IE – "Ideal Experiment", QRE(s) – Quasi-reproducible experiment(s), VPCP – Verified partial correlation principle, CT – confidence tube, HF – high-frequency

REFERENCES

1. Nigmatullin R., Rakhmatullin R. Detection of quasi-periodic processes in repeated-measurements: New approach for the fitting and clusterization of different data // Communications of Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2014. V. 19. P. 4080–4093.
2. Khamzin A.A., Nigmatullin R.R., Machado J.T. Detection of quasi-periodic processes in complex systems: how do we quantitatively describe their properties? // Physica Scripta. 2014. V. 89. P. 11.

3. *Nigmatullin R.R., Osokin S.I., Al-Amri S., Azam A., Baleanu D., Memic A.* The First Observation of Memory Effects in the InfraRed (FT-IR) Measurements: Do Successive Measurements Remember Each Other? // PLoS ONE, Open access journal. 2014. April 9 (4) e94305.

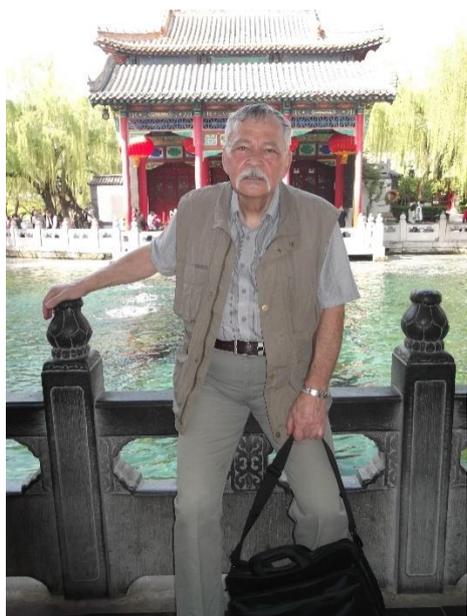
4. *Nigmatullin R.R., Osokin S.I., Rakhmatullin R.M.* How to reduce reproducible measurements to an ideal experiment? // Magnetic Resonance in Solids, Electronic Journal. 2014. V. 16 (2). P. 1–19.

5. *Nigmatullin R.R., Striccoli D., Zhang W.* General theory of experiment containing reproducible data: The reduction to an ideal experiment // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2015. V. 27. P. 175–192.

6. *Kuczma M.* A survey of the theory of functional equations. Publikacije Elektrotehnickog Fakulteta Univerziteta u Beogradu (Publications de La Faculté d'électrotechnique de l'université de Belgrade), 1964. V. 130. P. 1–64.

7. *Litvinov A.A., Nigmatullin R.R., Osokin S.I.* Quasi-reproducible experiments: Universal fitting function for quantitative description of complex systems data // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2024. V. 45. No. 8. P. 3956–3971.
<https://doi.org/10.1134/S1995080224604739>.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



НИГМАТУЛЛИН Равиль Рашидович – доктор физико-математических наук, профессор, преподаватель кафедры Радиоэлектроники и информационно-измерительной техники Казанского национального исследовательского университета им. А.Н. Туполева.

Подробнее: <http://tre.kai.ru/staff/Nigmatullin/>

Raoul Rashidovich NIGMATULLIN – Doctor of Phys.-Math. Science, Full Professor, Teacher of the Radioelectronics and Informative-Measurements Technics Department, Kazan National Research Technical University (KNRTU-KAI) named after A.N. Tupolev. More details: <http://tre.kai.ru/staff/Nigmatullin/>

E-mail: renigmat@gmail.com

ORCID 0000-0003-2931-4428



ЛИТВИНОВ Александр Алексеевич – научный сотрудник, Институт информационных технологий и интеллектуальных систем, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия.

Alexander Alekseevich LITVINOV – Researcher, Institute of Information Technology and Intelligent Systems, Kazan Federal University, Kazan, Russia.

E-mail: sharebox@bk.ru

ORCID 0009-0000-3901-3704



ОСОКИН Сергей Игоревич – доцент, кандидат физико-математических наук, заместитель директора по научной деятельности Института информационных технологий и интеллектуальных систем Казанского федерального университета. Подробнее: <https://kpfu.ru/Sergey.Osokin>

Sergey Igorevich OSOKIN – Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Deputy Director for Research at the Institute of Information Technologies and Intelligent Systems of Kazan Federal University. More details: <https://eng.kpfu.ru/Sergey.Osokin>

E-mail: s.osokin@it.kfu.ru

ORCID 0000-0002-0699-5390

Материал поступил в редакцию 15 декабря 2024 года