

УДК 519.6, 519.2

## АНАЛИЗ ВНУТРИГODOVOЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПОТОКОВ ТЕПЛА В СЕВЕРНОЙ АТЛАНТИКЕ НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФУЗИОННОГО ПРОЦЕССА

Н. П. Тучкова<sup>1</sup> [0000-0001-5357-9640], К. П. Беляев<sup>2</sup> [0000-0003-2111-2709],

Г. М. Михайлов<sup>3</sup> [0000-0002-4535-7180], К. А. Ромашина<sup>4</sup> [0009-0002-3124-2646]

<sup>1, 2, 3</sup>Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ Информатика  
и управление РАН, г. Москва

<sup>2</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, г. Москва

<sup>4</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

<sup>1</sup>natalia\_tuchkova@mail.ru, <sup>2</sup>kosbel55@gmail.com, <sup>3</sup>gmickail@ccas.ru,

<sup>4</sup>romashinaka@my.msu.ru

### ***Аннотация***

Для анализа потоков тепла использованы данные наблюдений за 1979–2018 гг. в районе Северной Атлантики. Пространственно-временная изменчивость полного потока тепла моделировалась стохастическим диффузионным процессом. Коэффициенты стохастического дифференциального уравнения были оценены методами непараметрической статистики. Ранее существование и единственность решения в сильном смысле стохастического дифференциального уравнения, порожденного построенным диффузионным процессом, были доказаны при выполнении условий Колмогорова. В настоящей работе коэффициенты уравнения аппроксимировались по времени тригонометрическими полиномами, амплитуды и фазы которых зависели от значений потока. По заданному ряду длиной 40 лет с 1979 по 2018 г. были построены пространственные карты и временные кривые. Результаты показаны для 1999 и 2018 годов., а также произведен их сравнительный анализ. Численные расчеты были проведены на суперкомпьютере «Ломоносов-2» МГУ имени М.В. Ломоносова.

***Ключевые слова:*** анализ временных рядов, климатический сезонный ход, максимальные и минимальные значения тепловых потоков и температуры внутри климатического года, аппроксимация коэффициентов стохастическо-

го дифференциального уравнения.

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение процессов теплообмена и распределения потоков тепла в океанах имеет важное значение для понимания климатических изменений на Земле. Северная Атлантика играет существенную роль в регулировании климата наших широт, как существенный компонент глобальной климатической системы.

Одним из ключевых инструментов для анализа распределения тепла в океанах является *вероятностный анализ*. В настоящей работе методами математического моделирования проведен статистический анализ данных наблюдений тепловых потоков в Северной Атлантике.

История вопроса непосредственно связана с развитием информационных технологий и научных сервисов в интернете. Начиная с середины 20-го столетия, когда стали развиваться базы данных метеорологических наблюдений, возникла проблема статистической оценки накопленных климатических характеристик. Это было время создания первых моделей океана и атмосферы, а также совместных моделей, которые, в частности, показали тенденции к росту температуры океана и, как следствие, возможное потепление климата.

Ниже приведены результаты статистического анализа случайных процессов на основе данных NAAD (<https://naad.ocean.ru/>), полученных в рамках международного эксперимента для региона Северной Атлантики, играющего критическую роль мезомасштабной динамики во взаимодействии океана и воздуха [1].

Методы, предложенные в работе, включают анализ случайных процессов, заданных стохастическим дифференциальным уравнением (СДУ) или уравнением Ито, аппроксимацию данных наблюдений и решение уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) для описания эволюции вероятностного распределения тепла в океане.

С помощью методов математического моделирования проведен вероятностный анализ распределения потоков тепла в Северной Атлантике за период с 1979 по 2018 годы. В качестве конкретного примера приведены расчеты для 1999 и 2018 годов, а именно, охвачен 20-летний интервал наблюдений. Проведена аппроксимация коэффициентов уравнения СДУ тригонометрическими

функциями и проанализированы параметры этой аппроксимации, в частности, амплитуда и фаза. Проведено также сравнение этих характеристик за 20-летний период.

Результаты исследования позволили установить закономерности распределения потоков тепла в изучаемом регионе за рассматриваемый период времени. Полученные статистические оценки могут быть полезными для дальнейшего исследования и моделирования климатических процессов в Северной Атлантике и мировом океане, а также выработки стратегий контроля и защиты окружающей среды.

## 1. Задачи и методы

### 1.1. Математическая модель

Изменение потоков моделировалось с помощью СДУ, уравнения Ито [2–6]

$$dX = a(t, X)dt + b(t, X)dW, \quad (1)$$

где  $X(t)$  – поток тепла в момент времени  $t$ ;  $dX = X(t+dt) - X(t)$  – изменчивость (инкремент) потока тепла за время  $dt = t + dt - t$  в фиксированной точке;  $a(t, X), b(t, X)$  – коэффициенты сноса и диффузии, зависящие от времени  $t$  и значений процесса  $X(t)$ ;  $dW$  – стандартное обозначение приращения *винеровского процесса*, не зависящего от процесса  $X(t)$ , с нулевым средним и дисперсией, равной  $dt$ .

В работе [2] использовались данные по потокам тепла, заданные в узлах одноградусной сетки с временным разрешением 6 часов с 1 января 1979 г. до 31 декабря 2018 г. Описаны моделирование процессов изменчивости потоков тепла в Северной Атлантике и расчеты коэффициентов сноса и диффузии на каждый момент времени, но приведены только карты потока на середину каждого месяца.

Введем следующие величины:

$P(y|x) = P(X(t+dt) = y | X(t) = x)$  – условная вероятность, если  $y, x$  дискретны;

$p(y|x)dx = p(X(t+dt) = y | x < X(t) = x + dx)$  – условная плотность вероятности (производная Радона–Никодима), если процесс  $X(t)$  рассматривается как непрерывный.

Для определенности будем рассматривать процесс как непрерывный с условной плотностью вероятности  $p(y|x)$ . Чтобы отличать сам процесс  $X(t)$  от его значений, последние будем обозначать маленькими буквами. Для определения коэффициентов  $a(t,x), b(t,x)$  используем следующие формулы [7]:

$$a(t, x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} (y - x) p(y|x) dy, \quad (2)$$

$$b^2(t, x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} (y - x)^2 p(y|x) dy. \quad (3)$$

Формулы (2) и (3) могут быть обобщены на многомерный случай, когда значения  $x, y$  представляют собой вектора в  $R^r$ -мерном пространстве, где размерность пространства  $r > 1$ . В этом случае формула (3) приобретает следующий вид:

$$b^2(t, x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} (y - x)(y - x)^T p(y|x) dy.$$

Для определения коэффициентов  $a(t,x), b(t,x)$  по формулам (2) и (3) необходимо реализовать алгоритм, подробно описанный в [1].

Интервал значений  $X(t)$  от  $X_{min}(t) = X_{min}$  до  $X_{max}(t) = X_{max}$  разобьем точками  $X_i = X_{min} + i * \frac{X_{max} - X_{min}}{L}$ ,  $i = 0, \dots, L$ , на  $L$  подинтервалов  $[X_i, X_{i+1}]$ . При этом фиксируются все точки области, где выполняется условие  $X_i < X(t) = x < X_{i+1}$ .

Далее подсчитаем количество точек, где значения суммарного потока попали в этот интервал, и пусть таких точек будет  $m$  (необходимо так выбрать интервалы, чтобы  $m$  было больше 0 для любого  $X_i < X(t) = x < X_{i+1}$ ). Далее, переходя на шаг  $t + dt$ , выполним аналогичное разбиение интервала значений  $X(t)$  на подинтервалы  $[Y_i, Y_{i+1}]$  и выберем среди точек, зафиксированных на предыдущем шаге, те и только те, для которых выполняется условие  $Y_i < X(t + dt) = y < Y_{i+1}$  для любого  $y$ , и пусть таких точек будет  $l$ . Тогда  $p(y/x) = l/m$ . Далее по формулам (2) и (3) рассчитаем коэффициенты  $a(t,x)$  и  $b^2(t,x)$ .

### 1.2. Параболическое уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова

Как было указано в предыдущем параграфе, изменчивость случайного процесса представляется в виде (1), который понимается в интегральном смысле, то есть

$$X(t + \Delta t) - X(t) = \int_t^{t+\Delta t} a(u, X) du + \int_t^{t+\Delta t} b(u, X) [W(u + du) - W(u)].$$

Коэффициенты  $a(t, x)$  и  $b^2(t, x)$  рассчитаны по формулам (2) и (3). Как следствие, можно написать уравнение для расчета вероятностей значений потока в заданный (климатический) момент времени в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial(a(t,x)p)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(b^2(t,x)p)}{\partial x^2}, \quad (4)$$

где  $p(t, x)$  – искомая плотность вероятности в момент  $t$  значения потока  $x$ , остальные обозначения приведены выше.

Уравнение ФПК (4) решим при граничных условиях Зоммерфельда и заданном начальном распределении вероятности. Аналитически эта задача, вообще говоря, не решается, но численно ее решение не представляет особых трудностей. Однако для сильно осциллирующих коэффициентов численное решение этого уравнения приводит к значительным вычислительным ошибкам. Поэтому с целью их уменьшения ошибок имеет смысл сгладить сильно осциллирующие коэффициенты  $a(t, x)$  и  $b^2(t, x)$ .

Далее показано, как выполняются сглаживание коэффициентов и применение полученных аналитических выражений для решения основной задачи – вычисления *плотности вероятности стохастического процесса*.

### 1.3. Метод наименьших квадратов для аппроксимации коэффициентов

Аппроксимацию коэффициента  $a(t, x)$  выполним в виде тригонометрической функции

$$\hat{a}(t, x) = A(x) \sin(\omega t) + B(x) \cos(\omega t) + C(x). \quad (5)$$

Такая форма аппроксимирующей функции выбрана потому, что исходные коэффициенты сноса (также и коэффициенты диффузии) имеют ярко выраженный

---

внутригодовой цикл, где частота колебаний  $\omega=2\pi/12$  (мес<sup>-1</sup>). Следовательно, эта форма аппроксимации физически обоснована.

Параметры  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $C(x)$  определим последовательно методом наименьших квадратов. Сначала определим  $C(x)$  как среднее значение выборки

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N a(t, x) - C(x) = 0, \quad (6)$$

где  $N=364$  для межгодовой изменчивости и равно 518 для среднемесячной изменчивости, затем определим коэффициенты  $A(x)$  и  $B(x)$ . Этот алгоритм хорошо известен в практических приложениях и не нуждается в дополнительных обоснованиях.

После того, как все амплитуды определены по формуле (5), аппроксимацию коэффициента  $a(t, x)$  приведем к виду

$$\hat{a}(t, x) = A(x) \sin(\omega t + \phi(x)) + C(x). \quad (7)$$

Та же процедура была применена для аппроксимации коэффициента диффузии  $b(t, X)$ :

$$\hat{b}(t, x) = A(x) \sin(\omega t + \varphi(x)) + C(x). \quad (8)$$

## 2. Результаты численных расчетов

Результаты численных расчетов для уравнений (7) и (8), где  $x$  – значение потока, представлены на иллюстрациях с пояснениями к ним. Серия иллюстраций (Рис. 1 (а, б, в)–Рис. 4 (а, б, в)) демонстрирует картину поведения исходных значений коэффициентов сноса и диффузии  $a(t, x)$ ,  $b^2(t, x)$  и сглаженных значений этих коэффициентов  $\hat{a}(t, x)$ ,  $\hat{b}(t, x)$ . Были проведены расчеты за весь временной период, а для демонстрации выбраны характерные значения для минимальных, средних и максимальных значений потока.

Серия иллюстраций Рис. 1 (а, б, в)–Рис. 2 (а, б, в) демонстрирует внутригодовую изменчивость для выбранного 1999 года, а серия иллюстраций Рис. 3 (а, б, в)–Рис. 4 (а, б, в) за 2018 год, соответственно. На Рис. 1 (а, б, в)–Рис. 2 (а, б, в) видно, что аппроксимирующие кривые, показанные красным цветом, хорошо отражают внутригодовой сезонный ход.

Особо отметим, что максимум построенных амплитуд хорошо согласуется с данными исследований известных районов Северной Атлантики.



(а)



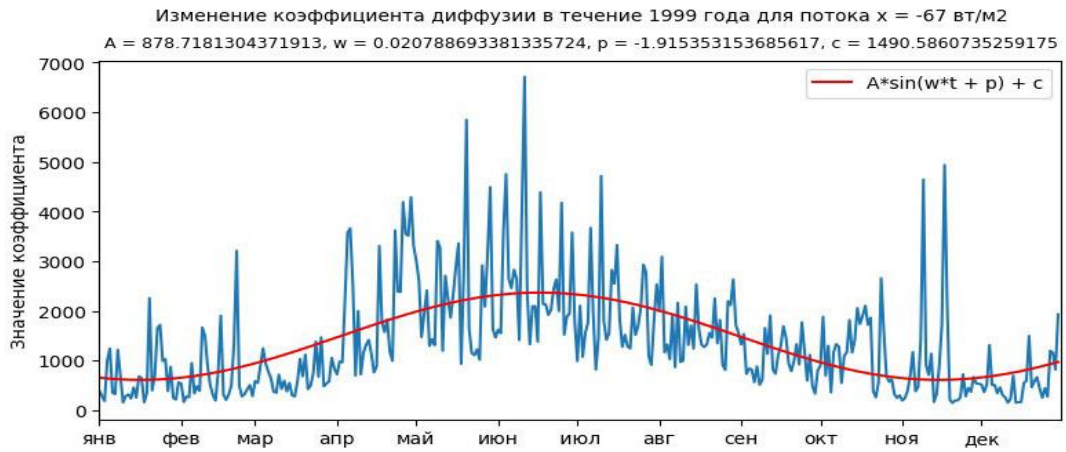
(б)



(в)

Рис. 1. Коэффициент сноса  $a(t, x)$  и smoothed коэффициент сноса  $\hat{a}(t, x)$  (красные кривые) для 1999, а)  $x=\min$ ; б)  $x=\text{mean}$ ; в)  $x=\max$





(а)



(б)

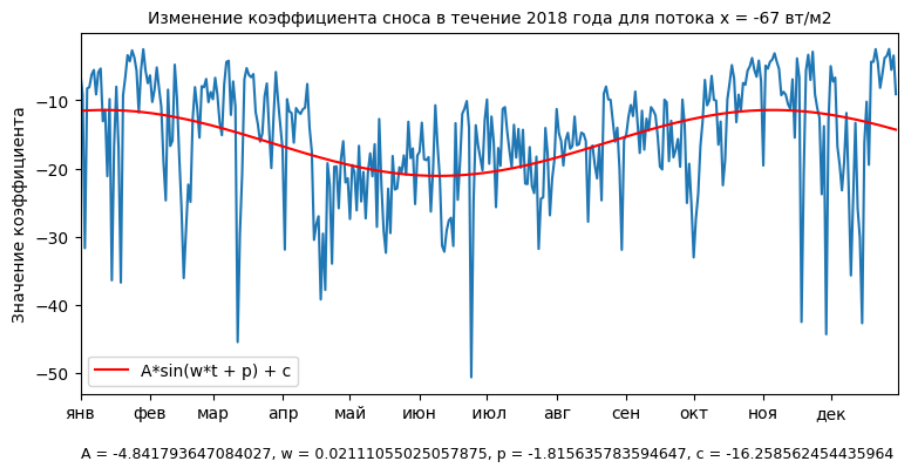


(в)

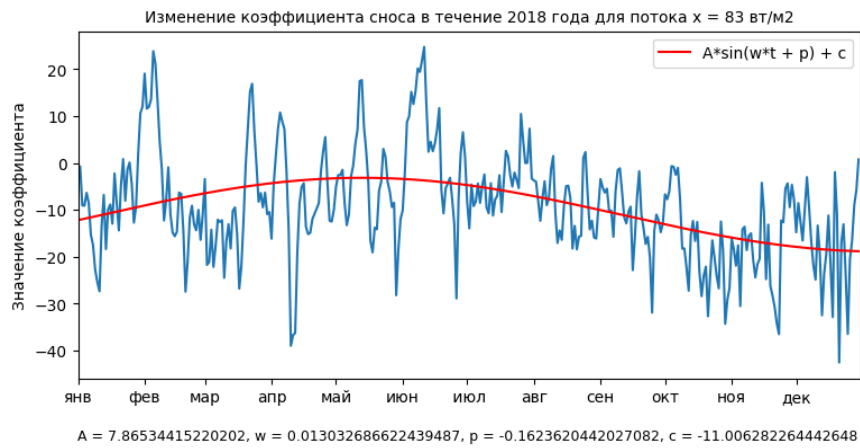
Рис. 2. Коэффициент диффузии  $b(t, x)$  и сглаженный коэффициент диффузии  $\hat{b}(t, x)$  (красная линия) для 1999 а)  $x = \min$ ; б)  $x = \text{mean}$ ; в)  $x = \max$



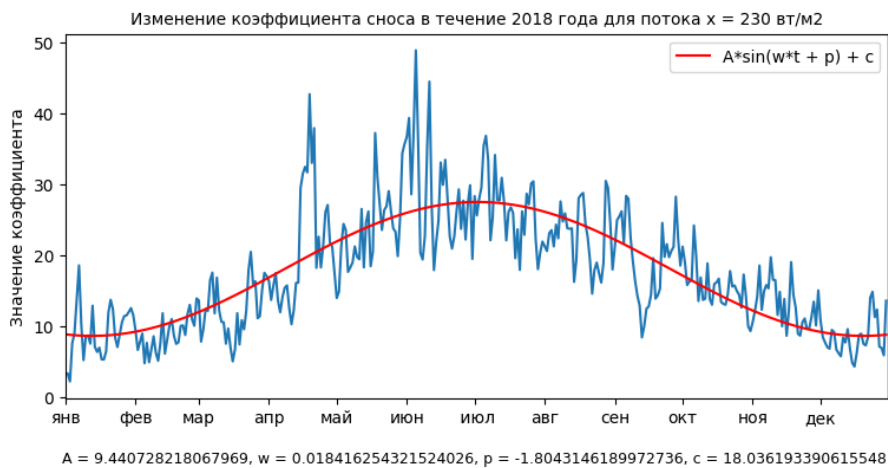
Далее приведены результаты аналогичных расчетов для 2018 года.



(а)



(б)



(в)

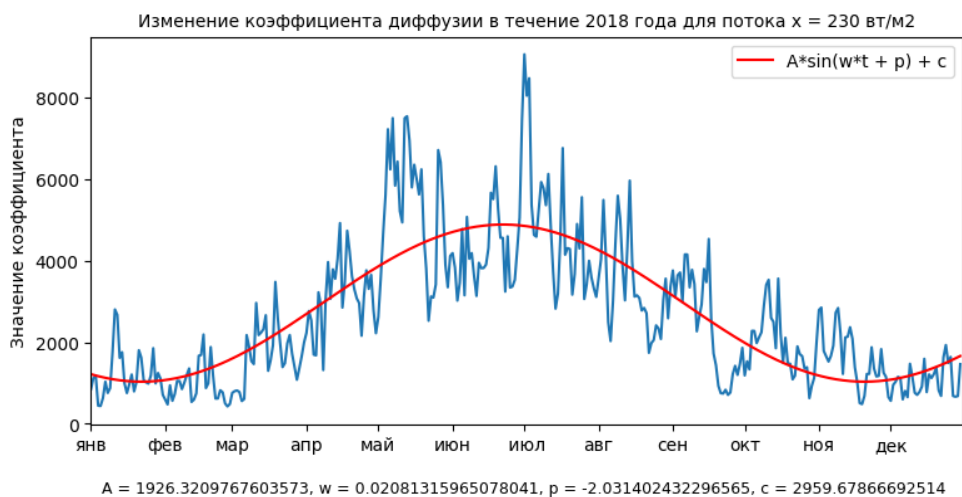
Рис. 3. Коэффициент сноса  $a(t, x)$  и сглаженный коэффициент сноса  $\hat{a}(t, x)$  (красные кривые) для 2018 г.: а)  $x = \min$ ; б)  $x = \text{mean}$ ; в)  $x = \max$



(а)



(б)



(в)

Рис. 4. Коэффициент диффузии  $b(t, x)$  и сглаженный коэффициент  $\hat{b}(t, x)$  (красная линия) для 2018 г.: а)  $x=\min$ ; б)  $x=\text{mean}$ ; в)  $x=\max$

По рассчитанным значениям амплитуды, фазы и сдвига в формулах (7)–(9) (как функций только пространственных переменных) были построены их карты, Рис. 5 (а, б)–Рис. 6 (а, б). Для этого была использована готовая маска карты Северной Атлантики. На иллюстрациях показаны карты только для коэффициента сноса. Карты для коэффициента диффузии не показаны, так как характер изменения характеристик аналогичен коэффициенту сноса.

Далее, на Рис. 5 (а, б) представлены пространственные карты для амплитуд из уравнения (7). На карте Северной Атлантики показано положение амплитуд и фаз сглаженного процесса и дана их геофизическая интерпретация.

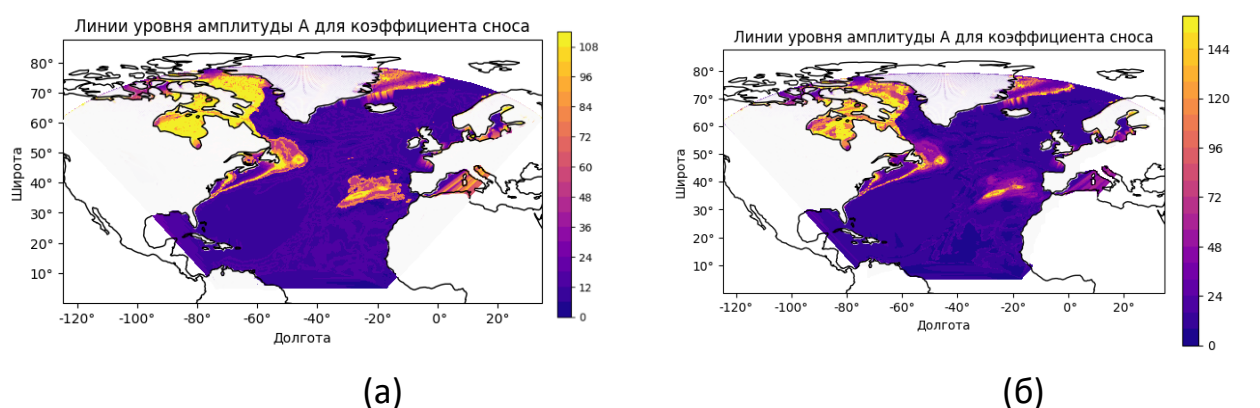


Рис. 5. Линии уровня амплитуды  $A$  для коэффициентов сноса:  
(а) 1999 г., (б) 2018 г.

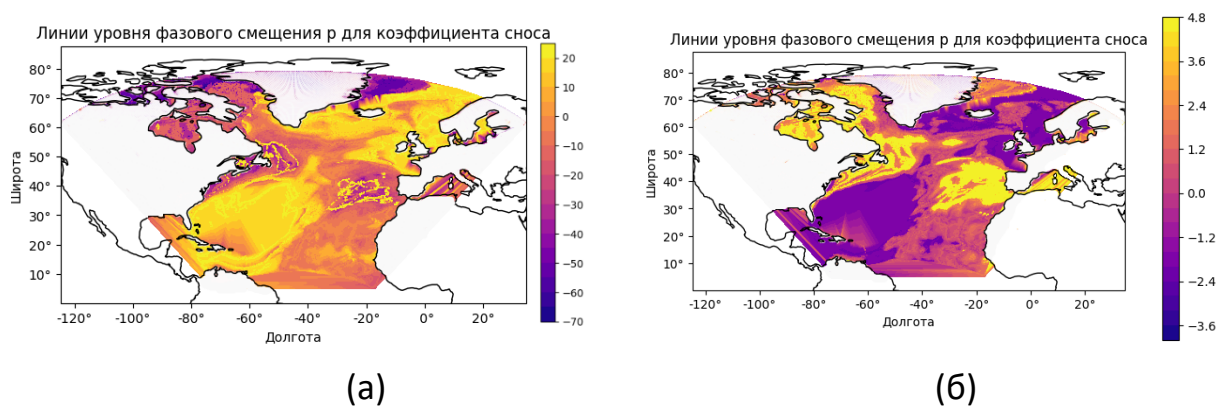


Рис. 6. Линии уровня фазового смещения  $\varphi$  для коэффициентов сноса:  
(а) 1999 г., (б) 2018 г.

Эти карты численных результатов требуют некоторого комментария. Во-первых, отметим, что для амплитуд коэффициента сноса (Рис. 5(а, б)) заметно уменьшение значений этих величин за период 20 лет. При этом локализация максимумов практически совпадает.

Для уровней фазового смещения (Рис. 6(а, б)) можно отметить более значимую изменчивость за этот период. Области нулевой фазы располагаются в правом нижнем углу карты и левом верхнем углу для 1999 года, а для 2018 года положение зоны нуля сместилось к восточному берегу Гренландии. Положительная область в левом нижнем углу изменилась на отрицательную за 20 лет, а отрицательная область восточного берега Гренландии сместилась к нулю. Это показывает волновой характер изучаемых процессов переноса тепла с полупериодом порядка 10 лет.

Далее представлены результаты численного решения уравнения ФКП со сглаженным коэффициентом по формулам (1) и (2) (в качестве примера для 1999 года). Уравнение ФКП (4) было записано как

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial(\hat{a}p)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\hat{b}p), \quad (9)$$

где  $p(t, x)$  – искомая плотность вероятности теплового потока в момент  $t$ , если его значение равно  $x$ ;  $\hat{a}, \hat{b}$  – коэффициенты аппроксимации, рассчитанные по формулам (7) и (8).

Уравнение (9) решалось при начальном условии  $p(t, 0) = p_0(x)$  и граничных условиях  $p(0, \pm\infty) = 0$ . Для уравнения (9) была реализована неявная разностная схема второго порядка аппроксимации [7] с коэффициентами, сглаженными по формулам (7) и (8). На Рис. 7 показаны результаты численного решения уравнения ФКП для внутригодовой изменчивости.

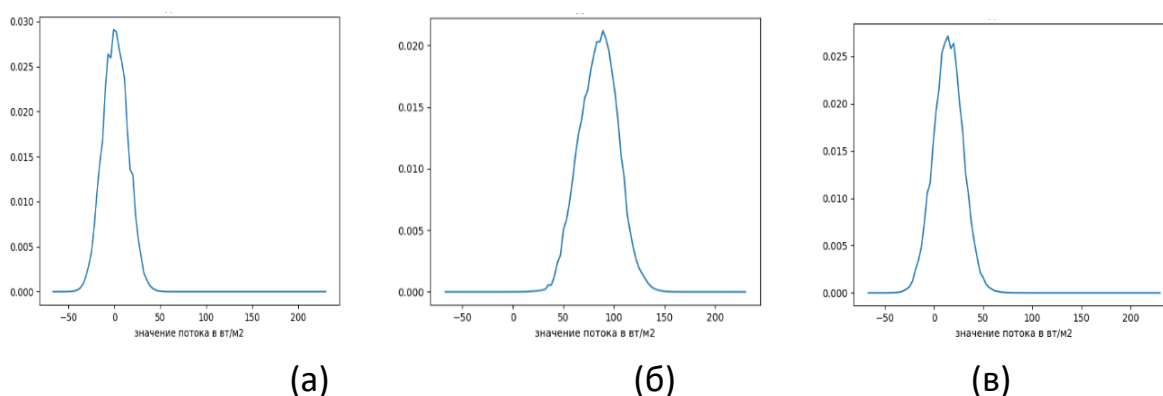


Рис. 7. Решение уравнения ФКП для аппроксимированных коэффициентов для внутригодовой (для 1999 г.) изменчивости с шагом 3 месяца:  
(а) день 1; (б) день 100; (в) день 180

На Рис. 7 показаны результаты численного решения уравнения ФПК для 1999 года с интервалом 3 месяца для вероятности значения потоков на соответствующую дату. Начальное условие задавалось по формуле

$$p(t,0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \text{ (гауссова начальная плотность),}$$

где значение  $\sigma$  задавалось как разность между максимальным и минимальным значениями потока.

Из этих рисунков видно, что графики плотности в целом разумны, хорошо отражают динамику коэффициентов уравнения, их максимальное значение осциллирует от 0.02 до 0.03, и их среднее значение тоже осциллирует от 0 (в начале и в конце расчета) до 80 (через 3 месяца) на середину расчетов.

Графики не симметричны, и распределение решения уравнения ФПК сильно отличается от нормального. Пульсации кривых на графиках в их верхней части объясняются грубым пространственным разрешением сетки (один градус – около 100 км), на которой находятся коэффициенты уравнения. Тем не менее, эти распределения физически разумны и могут использоваться для приложений при анализе климатических данных и для климатических прогнозов.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты проведенного исследования позволили установить количественные и качественные закономерности распределения потоков тепла в изучаемом регионе за рассматриваемый период времени. Они могут быть полезными для дальнейшего изучения климатических процессов в Северной Атлантике, а также для разработки стратегий управления ресурсами и защиты окружающей среды.

Проведенное исследование напрямую не предназначено для прогнозов погоды и климата, однако полученные результаты дают оценки некоторых известных феноменов и паттернов. В частности, хорошо известные закономерности зон повышенного давления в области Северной Атлантики, так называемого *исландского минимума* и *азорского максимума*, не просто получают подтверждение в проведенном исследовании, но и дают возможность количественно оценить физические характеристики в этих зонах и их изменчивость.

На практике результаты могут быть использованы для анализа больших объемов данных, характерных для климатических наблюдений. Тенденции перехода от использования совместных моделей «океан-атмосфера» к статистической оценке больших данных стали возможны благодаря новым технологиям накопления, хранения данных и их предоставления научному сообществу через интернет-коммуникации.

Однако следует отметить, что проведенное исследование имеет свои ограничения, включая ограниченность доступных данных и предположения, лежащие в основе примененных моделей. Дальнейшие исследования в этой области могут включать расширение временного диапазона и улучшение методов анализа для получения более точных прогнозов и интерпретаций, например, исследование многомерных (взаимозависимых) величин и нахождение их совместных вероятностных распределений.

Таким образом, изучение вероятностного анализа распределения потоков тепла в Северной Атлантике представляет собой актуальную и наукоемкую задачу, решение которой вносит вклад в понимание и прогнозирование климатических изменений на планете.

### **БЛАГОДАРНОСТИ**

Работа представлена в рамках выполнения темы НИР «Математические методы анализа данных и прогнозирования» ФИЦ ИУ РАН. Были использованы данные наблюдений, которые получены при поддержке гранта Российского научного фонда, номер проекта 23-47-00030.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Gavrikov A., Gulev S., Markina M., Tilinina N., Verezemskaya P., Barnier B., Dufour A., Zolina O., Zyulyaeva Y., Krinitskiy M., Okhlopkov I., Sokov A. RAS-NAAD: 40-yr High-Resolution North Atlantic Atmospheric Hindcast for Multipurpose Applications (New Dataset for the Regional Mesoscale Studies in the Atmosphere and the Ocean) // *Journal of Applied Meteorology and Climatology*. 2020. Vol. 59, No. 5. P. 793–817. <https://doi.org/10.1175/JAMC-D-19-0190.1>.
2. Gorshenin A., Osipova A., Belyaev K. Stochastic analysis of air–sea heat fluxes variability in the North Atlantic in 1979–2022 based on reanalysis data. //



Computers and Geosciences. 2023. Vol. 181, No. 10. 105461.

<https://doi.org/10.1016/j.cageo.2023.105461>

3. *Cayan D.R.* Variability of latent and sensible heat fluxes estimated using bulk formulate // Atmosphere-Ocean. 1992. Vol. 30, No 1. P. 1–42.

<https://doi.org/10.1080/07055900.1992.9649429>

4. *Parfitt R., Czaja A., Kwon Y.-O.* The impact of SST resolution change in the ERA Interim reanalysis on wintertime Gulf Stream frontal air-sea interaction // Geophysical Research Letters. 2017. Vol. 44, No. 7. P. 3246–3254.

<https://doi.org/10.1007/s00376-020-0072-0>

5. *Belyaev K., Gorshenin A., Korolev V., Osipova A.* Comparison of Statistical Approaches for Reconstructing Random Coefficients in the Problem of Stochastic Modeling of Air–Sea Heat Flux Increments // Mathematics. 2024. Vol. 12, No. 2. 228.

<https://doi.org/10.3390/math12022288>

6. *Simmons A., Hersbach H., Munoz-Sabater J., Nicolas J., Vamborg F., Berisford P., de Rosnay P., Willett K., Woollen J.* Low frequency variability and trends in surface air temperature and humidity from ERA5 and other datasets // ECMWF Technical Memoranda. 2021. Vol. 881. <https://doi.org/10.21957/ly5vbtbfd>

7. *Гухман И.И., Скороход А.В.* Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука, 1977. 465 с.

8. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.

## ANALYSIS OF INTRA-ANNUAL VARIABILITY OF HEAT FLUXES IN THE NORTH ATLANTIC BASED ON APPROXIMATION OF TRAJECTORIES OF THE STOCHASTIC DIFFUSION PROCESS

N. P. Tuchkova<sup>1</sup> [0000-0001-5357-9640], K. P. Belyaev<sup>2</sup> [0000-0003-2111-2709],

G. M. Mikhaylov<sup>3</sup> [0000-0002-4535-7180], K. A. Romashina<sup>4</sup> [0009-0002-3124-2646]

<sup>1, 2, 3</sup>*Dorodnicyn Computing Center FRC CSC of RAS, Vavilov str., 40, 11933, Moscow*

<sup>2</sup>*Shirshov Institute of Oceanology of RAS, Nahimovskiy pr., 36, 117218, Moscow*

<sup>4</sup>*Lomonosov Moscow State University, GSP-1 Leninskie Gory, 119991, Moscow*

<sup>1</sup>natalia\_tuchkova@mail.ru, <sup>2</sup>kosbel55@gmail.com, <sup>3</sup>gmickail@ccas.ru,

<sup>4</sup>romashinaka@my.msu.ru

### Abstract

To analyze heat fluxes, observational data for 1979-2018 were used for the North Atlantic. The spatiotemporal variability of the total heat flux was modeled by a stochastic diffusion process. The coefficients of the stochastic differential equation were estimated by using nonparametric statistics. Previously, the existence and uniqueness of a solution in the strong sense of the stochastic differential equation generated by the constructed diffusion process was proven when Kolmogorov's conditions were met. In this work, the coefficients of the equation were approximated in time by trigonometric polynomials, the amplitudes and phases of which depended on the flow values. Using a given series of 40 years in length from 1979 to 2018, spatial maps and time curves were constructed. The results are shown for 1999 and 2018, and their comparative analysis is also carried out. Numerical calculations were realized on the Lomonosov-2 supercomputer of the Lomonosov Moscow State University.

**Keywords:** time series analysis, climatic seasonal cycle, maximum and minimum heat fluxes and temperature values within a climatic year, approximation of the coefficients of a stochastic differential equation.

### REFERENCES

1. Gavrikov A., Gulev S., Markina M., Tilinina N., Verezemskaya P., Barnier B., Dufour A., Zolina O., Zyulyaeva Y., Krinitskiy M., Okhlopkov I., Sokov A. RAS-NAAD: 40-yr High-Resolution North Atlantic Atmospheric Hindcast for Multipurpose Applications (New Dataset for the Regional Mesoscale Studies in the Atmosphere and the

---

Ocean) // Journal of Applied Meteorology and Climatology. 2020. Vol. 59, No. 5. P. 793–817.

<https://doi.org/10.1175/JAMC-D-19-0190.1>.

2. *Gorshenin A., Osipova A., Belyaev K.* Stochastic analysis of air–sea heat fluxes variability in the North Atlantic in 1979–2022 based on reanalysis data. // Computers and Geosciences. 2023. Vol. 181, No. 10. 105461.

<https://doi.org/10.1016/j.cageo.2023.105461>

3. *Cayan D.R.* Variability of latent and sensible heat fluxes estimated using bulk formulate // Atmosphere-Ocean. 1992. Vol. 30, No 1. P. 1–42.

<https://doi.org/10.1080/07055900.1992.9649429>

4. *Parfitt R., Czaja A., Kwon Y.-O.* The impact of SST resolution change in the ERA Interim reanalysis on wintertime Gulf Stream frontal air-sea interaction // Geophysical Research Letters. 2017. Vol. 44, No. 7. P. 3246–3254.

<https://doi.org/10.1007/s00376-020-0072-0>

5. *Belyaev K., Gorshenin A., Korolev V., Osipova A.* Comparison of Statistical Approaches for Reconstructing Random Coefficients in the Problem of Stochastic Modeling of Air–Sea Heat Flux Increments // Mathematics. 2024. Vol. 12, No. 2. 228.

<https://doi.org/10.3390/math12022288>

6. *Simmons A., Hersbach H., Munoz-Sabater J., Nicolas J., Vamborg F., Berisford P., de Rosnay P., Willett K., Woollen J.* Low frequency variability and trends in surface air temperature and humidity from ERA5 and other datasets // ECMWF Technical Memoranda. 2021. Vol. 881. <https://doi.org/10.21957/ly5vbtbfd>

7. *Gihman I.I., Skorohod A.V.* Vvedenie v teoriyu sluchajnyh processov. M.: Nauka, 1977. 465 p.

8. *Samarskij A.A.* Teoriya raznostnyh skhem. M.: Nauka, 1977. 656 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**ТУЧКОВА Наталья Павловна** – старший научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, кандидат физ.-мат. наук, окончила ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова. Специалист в области алгоритмических языков и информационных технологий.

**Natalia Pavlovna TUCHKOVA** – senior researcher of Dorodnicyn computing center FRC SCS RAS, PhD in physics with a math degree, graduated from CS Faculty of Lomonosov MSU. The expert in the field of algorithmic languages and information technologies.

email: natalia\_tuchkova@mail.ru

ORCID: 0000-0001-5357-9640



**БЕЛЯЕВ Константин Павлович** – ведущий научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН и ФИЦ ИУ, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры теории вероятностей и статистики ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова. Сфера научных интересов – математическое моделирование и усвоение данных наблюдений, статистический анализ натуральных данных.

**Konstantin Pavlovich BELYAEV** – leading scientist of Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Science. Doctor of science, professor of Dept. of Applied Math and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University. Research interests – math. modelling and data assimilation, statistical analysis of natural data.

email: kosbel55@gmail.com

ORCID: 0000-0003-2111-2709



**МИХАЙЛОВ Гурій Михайлович** – ведущий научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, кандидат физ.-мат. наук. Сфера научных интересов – архитектура вычислительных систем и сетей, вычислительные и информационные технологии.

**Gury Mikhaylovich MIKHAYLOV** – leading scientist of Dorodnicyn computing center FRC SCS RAS, PhD in physics with a math degree. Research interests include architecture of computing systems and networks, computing and information technology.

email: gmickail@ccas.ru

ORCID: 0000-0002-4535-7180



**РОМАШИНА Ксения Алексеевна** – магистрант кафедры Математической статистики факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова

**Kseniya Alekseevna ROMASHINA** – master's degree student of the department of Mathematical Statistics of the CS Faculty of Lomonosov MSU

email: romashinaka@my.msu.ru

ORCID: 0009-0002-3124-2646

*Материал поступил в редакцию 15 октября 2024 года*