

УДК 519.6, 519.2

СТОХАСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОТОКОВ ТЕПЛА «ОКЕАН –АТМОСФЕРА» В СЕВЕРНОЙ АТЛАНТИКЕ

Н. П. Тучкова¹ [0000-0001-5357-9640], К. П. Беляев² [0000-0003-2111-2709],

Г. М. Михайлов³ [0000-0002-4535-7180]

¹⁻³Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ Информатика
и управление РАН, г. Москва

²Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, г. Москва

¹natalia_tuchkova@mail.ru, ²kosbel55@gmail.com, ³gmickail@ccas.ru,

Аннотация

Проанализированы данные наблюдений в Северной Атлантике, полученные за 40 лет в рамках проекта NAAD. Рассматривался полный поток тепла из океана в атмосферу (и из атмосферы в океан) как сумма скрытого и явного тепла. Коэффициенты стохастического дифференциального уравнения, представляющего стохастический процесс, были статистически определены из исходного набора данных. Ранее существование и единственность решения в сильном смысле стохастического дифференциального уравнения, порожденного построенным диффузионным процессом, были доказаны при выполнении условий Колмогорова. Численные расчеты проведены на суперкомпьютере «Ломоносов-2» МГУ им. М.В. Ломоносова.

Ключевые слова: анализ временных рядов, климатический сезонный ход, максимальные и минимальные значения тепловых потоков внутри климатического года

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе представлены результаты моделирования пространственно-временного распределения тепловых потоков в Северной Атлантике [1] и проведен их вероятностный анализ. Данные потоков взяты из открытого для научных использований варианта Атласа международного проекта NAAD, размещенного по адресу <https://noaadata.apps.nsidc.org/> [2]. Область моделирования (<https://naad.ocean.ru/>) проиллюстрирована на Рис. 1.

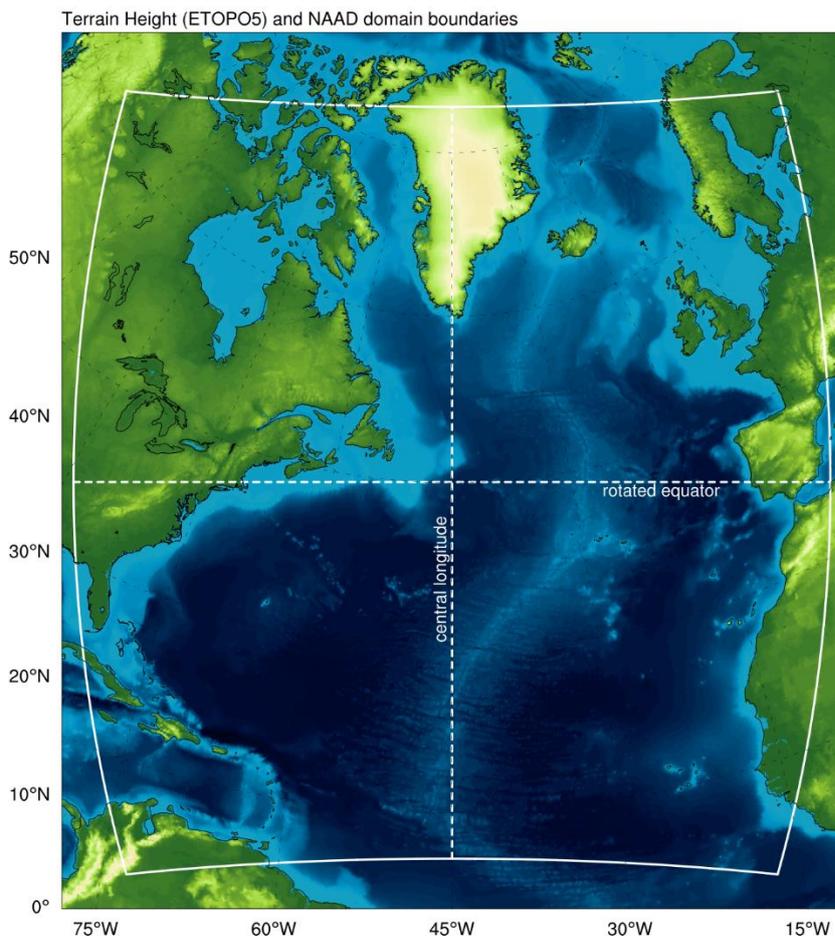


Рис. 1. Зона прогноза атмосферы Северной Атлантики (10°–80° с.ш.) за 40 лет проекта NAAD(<https://naad.ocean.ru/datarequest.php>).

Изменение потоков моделировалось с помощью стохастического дифференциального уравнения (уравнение Ито–Ланжевена)

$$dX = a(t, X)dt + b(t, X)dW, \quad (1)$$

где X – поток тепла в точке плоскости x в момент времени t , а dW – стандартное обозначение «Гауссовского белого шума». Рассматриваем более общий случай по отношению к стандартному уравнению Ланжевена [3], когда коэффициент $b(t, x)$ – случайная величина и зависит от потока.

Статистическими методами [4] определялись коэффициенты уравнения (1): $a(t, x)$ – коэффициент сноса, $b(t, x)$ – коэффициент диффузии. Строились временные и пространственные распределения этих величин. На рисунках 2 и 3 приведены графики временного хода за 1979, 1999 и 2018 годы для средних значений коэф-

коэффициентов $a(t, x)$ и $b(t, x)$. Ниже представлены краткий анализ полученных коэффициентов и их физический смысл.

Рисунки 2 (а–в) показывают поведение коэффициента сноса $a(t, x)$ в течение времени (t изменяется через сутки в течение года, а значение x определяется как среднее значение потока по рассматриваемой области в заданный момент времени, то есть среднее по области за фиксированные сутки). На рисунках 2(а–в) приведены соответствующие значения за 1979, 1999 и 2018 годы. Из представленных иллюстраций видно, что сглаженное значение этих коэффициентов хорошо аппроксимируется тригонометрической зависимостью с годовой гармоникой, как на Рис. 2 (а), и несколькими гармониками, как на Рис. 2 (б) и 2 (в). При этом на Рис. 2 (а) амплитуда основной гармоники положительна, а на остальных рисунках отрицательна. Это позволяет смоделировать климатическую (долговременную) изменчивость соответствующих коэффициентов как

$$a(t, x) = A(x) \exp(it\omega), \quad (2)$$

где $A(x)$ – амплитуда основной (как правило, годовой) гармоники, зависящей только от значения потока; ω – соответственно, частота основной гармоники, $i = \sqrt{-1}$.

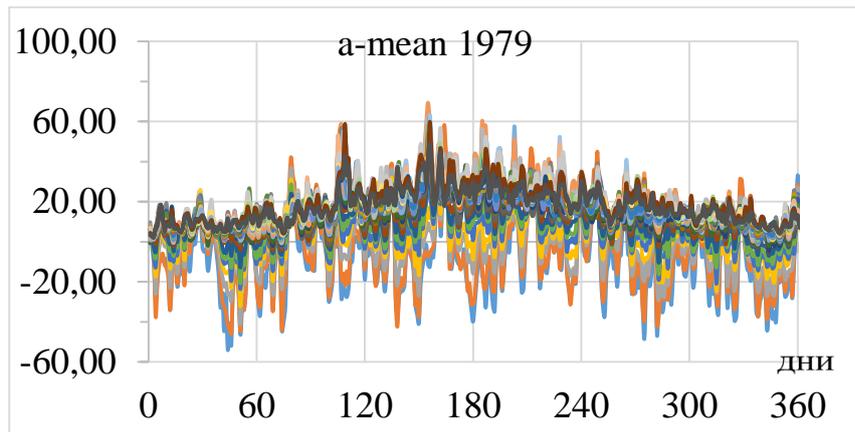
В уравнении (2) можно рассматривать более общую модель вида

$$a(t, x) = \sum_{j=1}^N A_j(x) \exp(i\omega_j t),$$

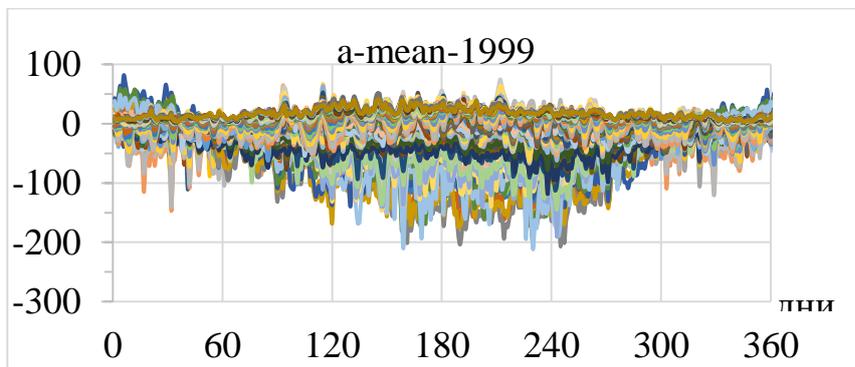
где коэффициенты $A_j(x)$ также подбираются методом наименьших квадратов, как это сделано в работе [5].

Аналогичный анализ можно сделать относительно коэффициента диффузии $b(t, x)$, показанного на Рис. 3 (а, б, в). На Рис. 3 (а) показано поведение коэффициента $b(t, x)$ за 1979 год, а на Рис. 3 (б) и 3 (в) – за 1999 и 2018 годы, соответственно. Так же, как для Рис. 2, коэффициент $b(t, x)$ рассчитывался посуточно при значении потока, равном среднему по области.

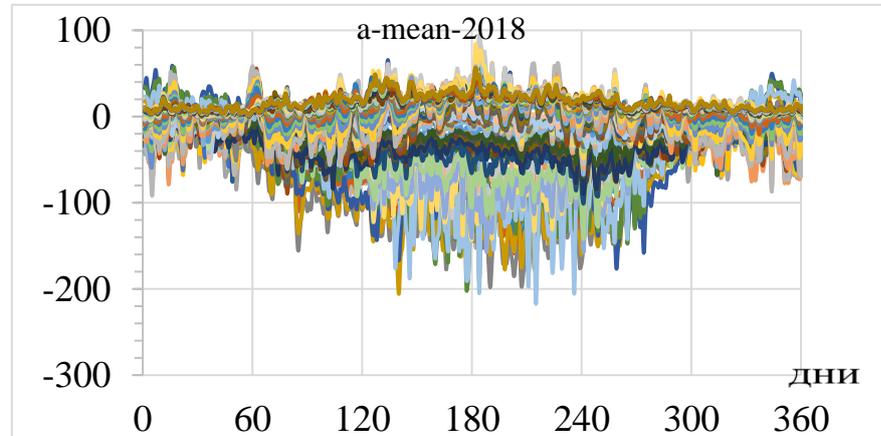
Из Рис. 3 хорошо видно, что при сглаживании коэффициент $b(t, x)$ также хорошо моделируется формулой $b(t, x) = B(x) \exp(it\omega)$, при этом значения коэффициента всегда положительны.



(а)



(б)



(в)

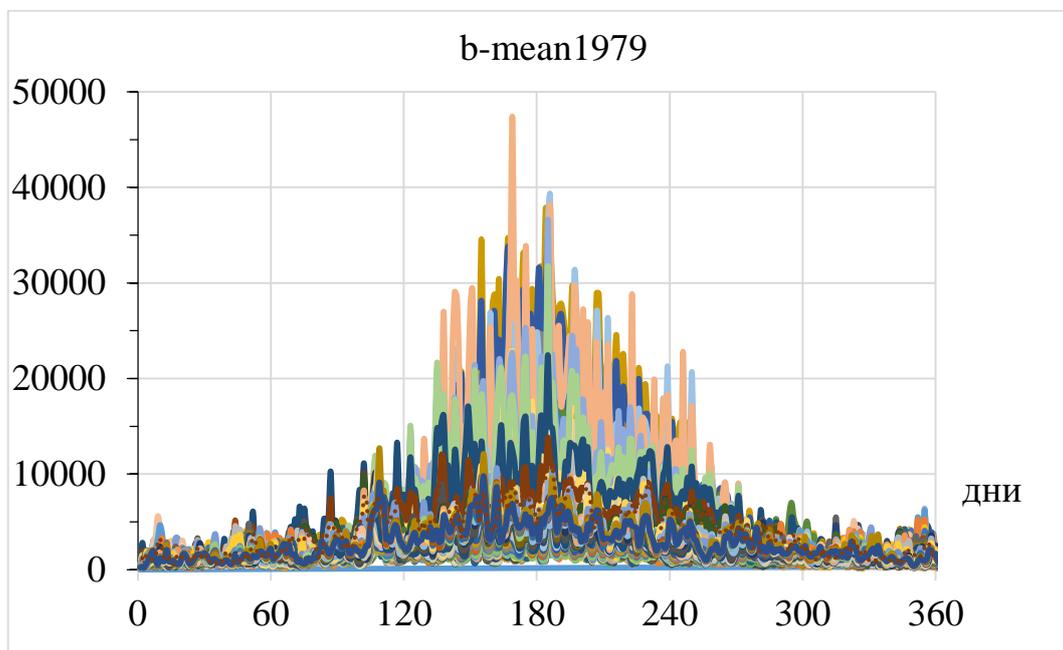
Рис. 2. Изменение средних значений коэффициента $\alpha(t,x)$ с шагом 1 день за
а) 1979; б) 1999; в) 2018 годы

Как следствие, можно написать уравнение для расчета вероятностей значе-
ний потока в заданный (климатический) момент времени в виде

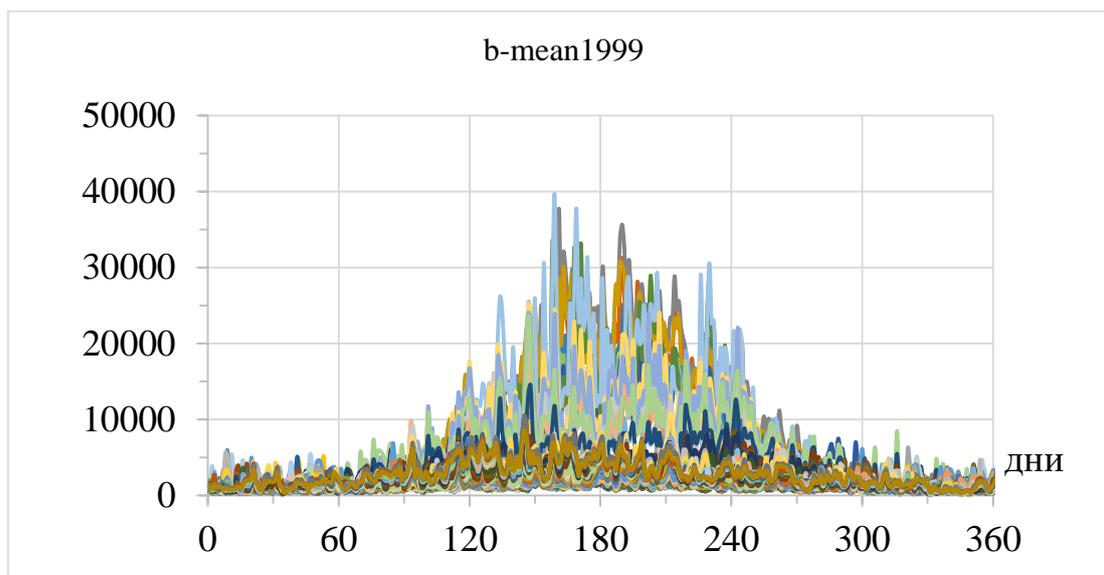
$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial(\exp(i\omega t)A(x)p)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\exp(i\omega t)B(x)p)}{\partial x^2}, \quad (3)$$

где $p(t,x)$ – искомая плотность вероятности в момент t значения потока x , остальные обозначения приведены выше.

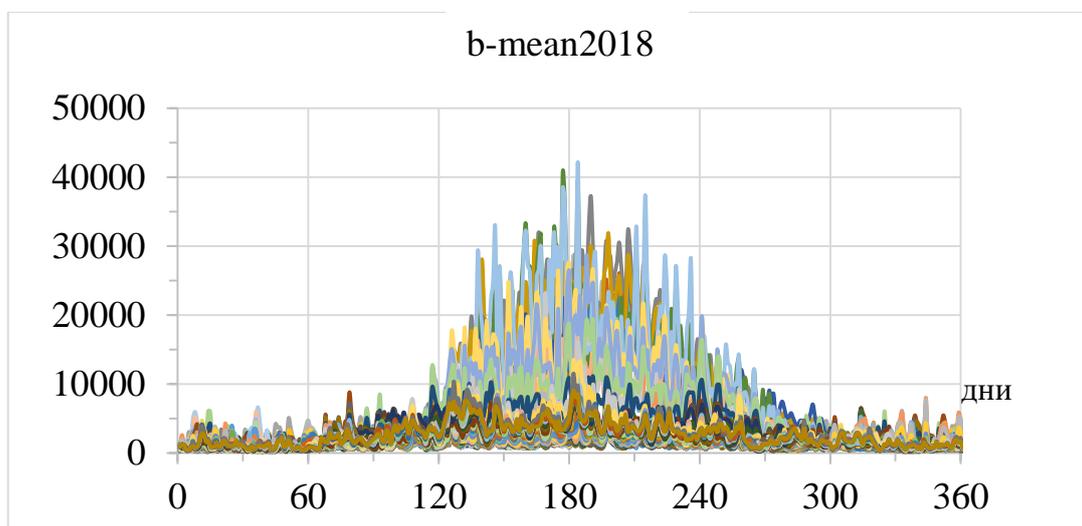
Уравнение (3) (уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова [5, 6]) формально записано для комплексных коэффициентов, но физический смысл имеет только для вещественных значений [7]. Оно решается при граничных условиях $p(t, \pm\infty) = 0$ и начальном условии, если ставится задача Коши $p(0, x) = p_0(x)$, где $p_0(x)$ задано. Аналитически эта задача, вообще говоря, не решается, но численно ее решение не представляет особых трудностей. Однако, если потребовать, чтобы решение удовлетворяло определенным условиям на границе, например, чтобы $p(t, x) \cong \exp(-\lambda x^2)$ при $x \sim$ бесконечности, то обычными разностными методами это сделать непросто. Поэтому в работе используется модифицированный метод Галеркина, решающий эту проблему, детали которого будут составлять продолжение данных исследований.



(a)



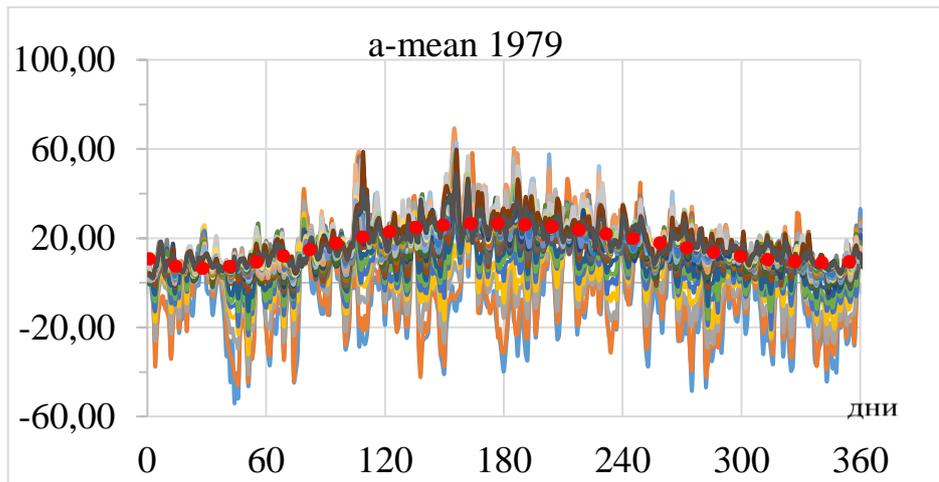
(б)



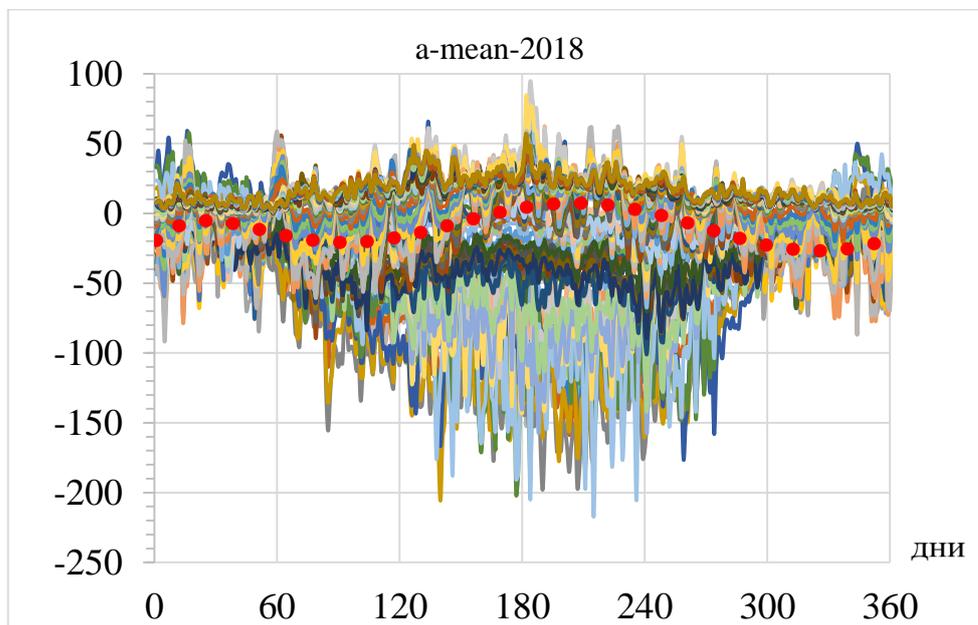
(в)

Рис. 3. Изменение средних значений коэффициента $b(t,x)$ с шагом 1 день за а) 1979; б) 1999; в) 2018 годы

Полученные зависимости для коэффициентов $a(t,x)$ и $b(t,x)$ были аппроксимированы аналитическими функциями, которые в дальнейшем используются для решения уравнения (1). Проанализированы тренды временного хода 40-летнего периода (Рис. 4 и 5).



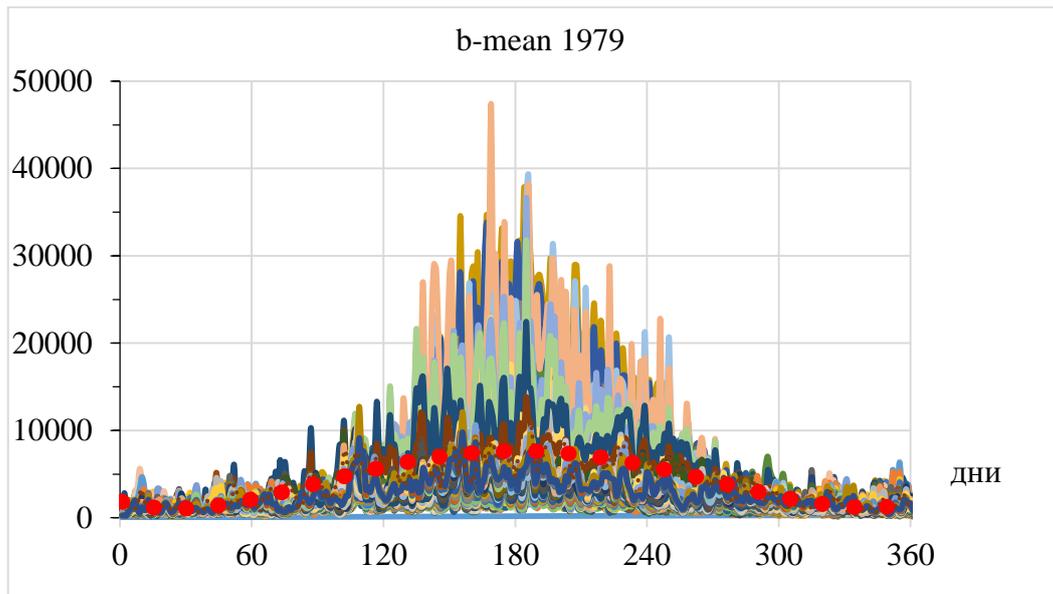
(а)



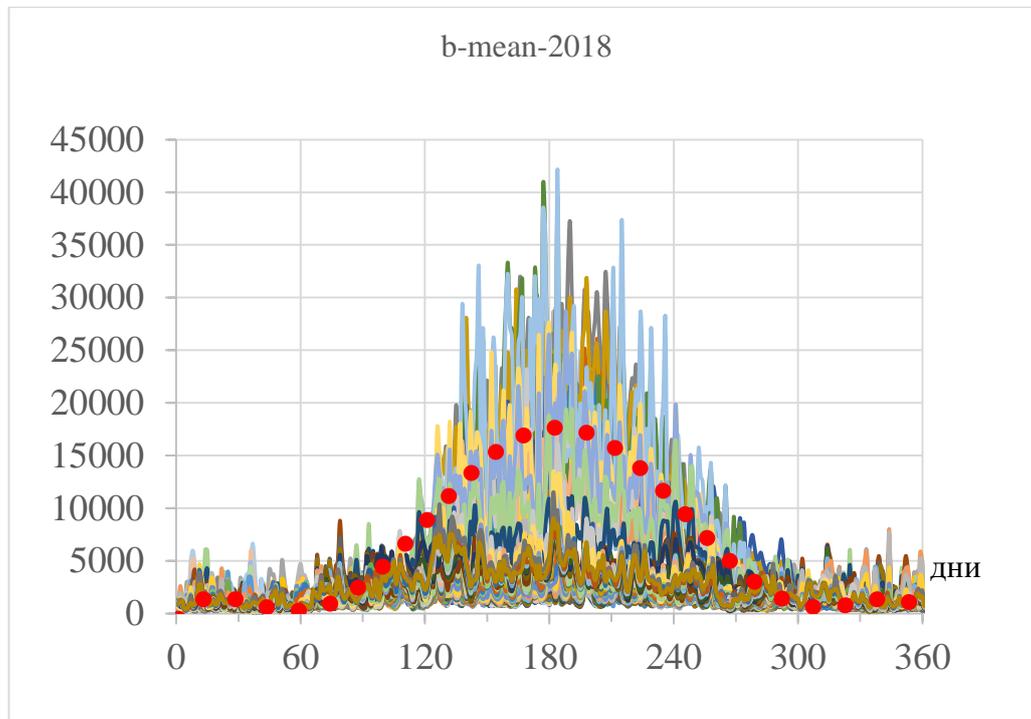
(б)

Рис. 4. Характеристики средних (снос) значений коэффициента $a(t,x)$, где красным пунктиром обозначены тренды: а) 1979 г. и б) 2018 г.

На Рис. 4(а, б) и 5(а, б) видно, что тренды значений коэффициентов $a(t,x)$ и $b(t,x)$ (красный пунктир) за 40 лет сохранились и носят более выраженный характер.



(а)



(б)

Рис. 5. Характеристики средних (диффузия) значений коэффициента $b(t,x)$, где красным пунктиром обозначены тренды: а) 1979 г. и б) 2018 г.

Дальнейшие исследования предполагают:

- *совместное исследование нескольких климатических характеристик (температуры и суммарного потока) методами вероятностного анализа;*
- *выявление регулярных и стохастических составляющих процессов*

для аналитической оценки аномальных явлений;

- *сравнение характеристик* различных периодов, в том числе аномальных.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа представлена в рамках выполнения темы НИР 0063-2019-0003 ФИЦ ИУ РАН и темы НИР 0128-2021-0002 ИО РАН.

Литература

1. *Belyaev K., Mikhaylov G., Salnikov A., Tuchkova N.* Seasonal and Decadal Variability of Atmosphere Pressure in Arctic, its Statistical and Temporal Analysis // CEUR Workshop Proceedings, M. Jeusfeld c/o Redaktion Sun SITE, Informatik V, RWTH Aachen (Aachen, Germany), 2020. V. 2784. P. 51–61.
<http://ceur-ws.org/Vol-2784/rpaper05.pdf>.
2. *Gavrikov A., Gulev S., Markina M., Tilinina N., Verezemskaya P., Barnier B., Dufour A., Zolina O., Zyulyaeva Y., Krinitskiy M., Okhlopkov I. Sokov A.* RAS-NAAD: 40-yr High-Resolution North Atlantic Atmospheric Hindcast for Multipurpose Applications (New Dataset for the Regional Mesoscale Studies in the Atmosphere and the Ocean) // Journal of Applied Meteorology and Climatology. 2020. V. 59, issue 5, P. 793–817.
<https://doi.org/10.1175/JAMC-D-19-0190.1>.
3. *Lemons Don S., Gythiel A.* Paul Langevin's 1908 paper "On the Theory of Brownian Motion" // Am. J. Phys. 1997. P. 65–111.
4. *Gythiel A.* Paul Langevin's 1908 paper "On the Theory of Brownian Motion" // Am. J. Phys. 1997. P. 65–111.
5. *Гухман И., Скороход А.* Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука, 1965. 655 с.
6. *Risken H.* The Fokker–Planck Equation: Methods of Solutions and Applications. Springer. 1984. 452 p.
7. *Назаров А., Терпунов А.* Теория вероятностей и случайных процессов. Изд-во Томского государственного университета, 2010. 204 с.
8. *Беляев К.Л., Лаппо С.С., Музыченко А.С., Селеменов К.М.* Анализ статистических закономерностей временной изменчивости поверхностной температуры воды в Атлантическом и Тихом океанах // Сб. Статистические закономерности климатической изменчивости океанов. Ред. Лаппо С.С. Л: Гидрометиздат, 1988. С. 3–55.

STOCHASTIC ANALYSIS OF «OCEAN-ATMOSPHERE» HEAT FLUXES IN THE NORTH ATLANTIC

N. P. Tuchkova¹ [0000-0001-5357-9640], K. P. Belyaev² [0000-0003-2111-2709],

G. M. Mikhaylov³ [0000-0002-4535-7180]

¹⁻³*Dorodnicyn Computing Center FRC CSC of RAS, Vavilov str., 40, 11933, Moscow*

²*Shirshov Institute of Oceanology of RAS, Nahimovskiy pr., 36, 117218, Moscow*

¹natalia_tuchkova@mail.ru, ²kosbel55@gmail.com, ³gmickail@ccas.ru

Abstract

Observational data from the North Atlantic over 40 years of the NAAD project were analyzed. The total heat flux from the ocean to the atmosphere (and from the atmosphere to the ocean) was considered as the sum of latent and sensible heat. The coefficients of the stochastic differential equation representing the stochastic process were statistically determined from the original data set. Previously, the existence and uniqueness of a solution in the strong sense of the stochastic differential equation generated by the constructed diffusion process was proven when Kolmogorov's conditions were met. Numerical calculations on the Lomonosov-2 supercomputer at Moscow State University. M.V. Lomonosov.

Keywords: time series analysis, climatic seasonal cycle, maximum and minimum heat fluxes and temperature values within a climatic year

REFERENCES

1. Belyaev K., Mikhaylov G., Salnikov A., Tuchkova N. Seasonal and Decadal Variability of Atmosphere Pressure in Arctic, its Statistical and Temporal Analysis // CEUR Workshop Proceedings, M. Jeusfeld c/o Redaktion Sun SITE, Informatik V, RWTH Aachen (Aachen, Germany), 2020. V. 2784. P. 51–61.
<http://ceur-ws.org/Vol-2784/rpaper05.pdf>.

2. Gavrikov A., Gulev S., Markina M., Tilinina N., Verezemskaya P., Barnier B., Dufour A., Zolina O., Zyulyaeva Y., Krinitskiy M., Okhlopov I., Sokov A. RAS-NAAD: 40-yr High-Resolution North Atlantic Atmospheric Hindcast for Multipurpose Applications (New Dataset for the Regional Mesoscale Studies in the Atmosphere and the Ocean) // Journal of Applied Meteorology and Climatology. 2020, V. 59, issue 5. P. 793–817.

<https://doi.org/10.1175/JAMC-D-19-0190.1>.

3. *Lemons Don S., Gythiel A.* Paul Langevin's 1908 paper "On the Theory of Brownian Motion" //Am. J. Phys. 1997. P. 65–111.
4. *Gihman I., Skorohod A.* Vvedeniye v teoriyu sluchajnyh processov. M.: Nauka, 1965. 655 p.
5. *Risken H.* The Fokker–Planck Equation: Methods of Solutions and Applications. Springer. 1984. 452 p.
6. *Nazarov A., Terpunov A.* Teoriya veroyatnostej i sluchajnyh processov. Izdvo Tomskogo Gosuniversiteta. 2010. 204 p.
7. *Belyaev K., Lappo S., Muzychenko A., Selemenov K.* Analysis of statistical patterns of Sea Surface Temperature temporal variability in Atlantic and Pacific oceans. In "Statistical patterns of ocean climate variability. Ed. by Lappo S. S. L.: Hydrometizdat, 1988, p. 3–55.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



ТУЧКОВА Наталья Павловна – старший научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, кандидат физ.-мат. наук, окончила ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова. Специалист в области алгоритмических языков и информационных технологий.

Natalia Pavlovna TUCHKOVA – senior researcher of Dorodnicyn computing center FRC SCS RAS, PhD in physics with a math degree, graduated from CS Faculty of Lomonosov MSU. The expert in the field of algorithmic languages and information technologies.

email: natalia_tuchkova@mail.ru

ORCID: 0000-0001-5357-9640



БЕЛЯЕВ Константин Павлович – ведущий научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН и ФИЦ ИУ, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры теории вероятностей и статистики ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова. Сфера научных интересов – математическое моделирование и усвоение данных наблюдений, статистический анализ натуральных данных.

Konstantin Pavlovich BELYAEV – leading scientist of Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Science. Doctor of science, professor of Dept. of Applied Math and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University. Research interests – math. modelling and data assimilation, statistical analysis of natural data.

email: kosbel55@gmail.com

ORCID: 0000-0003-2111-2709



МИХАЙЛОВ Гурій Михайлович – ведущий научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, кандидат физ.-мат. наук. Сфера научных интересов – архитектура вычислительных систем и сетей, вычислительные и информационные технологии.

Gury Mickailovich Mikhaylov – leading scientist of Dorodnicyn computing center FRC SCS RAS, PhD in physics with a math degree. Research interests include architecture of computing systems and networks, computing and information technology.

email: gmickail@ccas.ru

ORCID: 0000-0002-4535-7180

Материал поступил в редакцию 18 декабря 2023 года