

УДК 550.311: 551.24

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ГРАНИЦЕ АСТЕНОСФЕРА–ЛИТОСФЕРА (МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)

А. Н. Четырбоцкий [0000-0002-3982-3608]

Дальневосточный геологический институт ДВО РАН, г. Владивосток

chetyrbotsky@yandex.ru

Аннотация

Рассмотрена конвекция вещества верхней мантии Земли, которая в приближении Обербека–Буссинеска обусловлена термогравитационной дифференциацией. В рамках этого приближения выполнено 2-D численное моделирование конвективных течений вещества среды. Уравнение для температуры следует из соотношения баланса энтропии, где вследствие учета в системе переменной вязкости присутствует эффект диссипации энергии. Краевые условия отвечают задаче общепринятой на границе верхней и нижней мантий температуры, а для боковых границ – их теплоизолированность. На границе астеносфера–литосфера приняты допущения о том, что динамика тепла определяется его потоком с ближнего к границе слоя астеносферы, рассеиванием части тепла вдоль границы и расходами тепла на плавление вещества литосферы. Численное решение определяющих уравнений выполнено в переменных функция тока – завихренность. Приведена итерационная схема их решения. Обсуждены вопросы программной реализации аппарата численного моделирования. Показано, что при таких краевых условиях в рассматриваемой системе формируется квазипериодический режим колебаний тепла.

Ключевые слова: астеносфера, приближение Обербека–Буссинеска, мантийная конвекция, граничные условия, численный алгоритм.

ВВЕДЕНИЕ

Согласно современным исследованиям, основным движущим механизмом динамики глубинных геосфер и дрейфа материков является крупномасштабная

мантийная конвекция. Достоверность этого утверждения следует из того, что вещество в мантии ведет себя как твердое тело только при быстро изменяющихся нагрузках, а при длительных нагрузках оно обретает способность течь подобно вязкой жидкости [11]. Важность изучения мантийной конвекции обусловлена также ее значимостью при рассмотрении вопросов динамики вещества геосфер, детального понимания строения и динамических свойств периферических оболочек Земли, в частности, земной коры. По существу, сама кора и ее тонкий поверхностный слой – океаны и атмосфера – являются дистиллятами верхней мантии, которая ответственна также и за силы, вызывающие медленное перемещение континентов [29]. Самостоятельный интерес состоит в изучении динамических процессов на границах геосфер, в особенности, в зоне непосредственного контактного взаимодействия двух различных механизмов переноса тепла: конвективного в сравнительно маловязкой астеносфере и кондуктивного в твердой литосфере.

На современном этапе исследований мантийной конвекции Земли принимается положение, что она имеет химико-плотностную (концентрационную) природу [5, 12, 27, 19]. Для ее численного моделирования используются уравнения Стокса обычно в приближении Обербека–Буссинеска (ОБ) [2]. Вот уже на протяжении порядка 40 лет решение таких задач выполняется для различных форм представления вязкости среды и заданием постоянных значений для условий Дирихле или Неймана на границах расчетной области. При этом везде полагается, что имеется теплоизолированность боковых границ (отсутствие потоков тепла через боковые границы). Так, МакКензи [35] в терминах завихренности – функция тока выполнил численное моделирование тепловой конвекции в среде с постоянной вязкостью, а Гарнис [32] – в среде, где вязкость экспоненциально возрастает с глубиной. Н.Л. Добрецов и А.Г. Кирдяшкин [3] экспериментально и теоретически исследовали конвекцию в зонах субдукции и в мантии. На основании результатов проведения сейсмической томографии В.П. Трубицын [22] теоретически обосновал построение модели тепловой конвекции в верхней мантии, где учитываются фазовые переходы.

Несмотря на широту охвата различных проблем верхнемантийной конвекции, рассмотренных в этих и серии других подобных работ [30, 36, 24, 40, 10, 21,

б], на должном физическом уровне не рассматриваются вопросы математической формализации динамических условий в зоне контакта реологически контрастных сред. Везде принимается, что литосфера должна повсеместно подстилаться астеносферой, вязкость которой на один – два порядка меньше таковой у литосферы (10^{19} – 10^{20} П против 10^{21} П). Между тем, именно здесь создаются условия для плавления вещества литосферы. На его реализацию затрачивается определенная тепловая энергия. При этом отдельные участки нижней границы литосферы представляют собой экранирующую для тепла зону. Актуальность рассмотрения подобных краевых условий обусловлена проблемами изучения временной цикличности функционирования магматических очагов, присутствующих в астеносфере. Представляется, что именно на этой границе как раз создаются такие условия.

Известен ряд способов относительного простого разрешения указанных проблем. В частности, в работах [4, 21–26, 34, 17, 27] моделью литосферы выступает высоковязкий кондуктивный слой квазижидкости с нулевой скоростью движения его вещества (по сути, твердое вещество). Остальная часть верхней мантии участвует в верхнемантийной конвекции. Ее модель задается несжимаемой жидкостью, реологические свойства которой характеризуются конкретной формой представления вязкости. Суммарное воздействие на литосферу процессов, происходящих в мантии, определяется заданием на нижней границе литосферы постоянного теплового потока [37] или тепловой струи постоянной мощности [39]. Проскальзывание на границах области обычно принимается в качестве граничных условий для скорости мантийного течения.

В условиях сохранения положений, принятых выше для обеих сред, предметом рассмотрения другого подхода является фазовый переход, происходящий на границе астеносфера–литосфера. А именно, полагается, что на границе астеносфера–литосфера при одинаковом химическом составе их пород в кристаллической структуре слагающих единого вещества происходит частичный фазовый переход. В связи с этим для ее математического описания можно использовать соотношения типа условия Стефана. Так же, как в предыдущем случае, полагается, что литосфера соответствует высоковязкому веществу, а остальная часть верхней мантии – несжимаемой конвектирующей жидкости. Тогда происходящее на границе плавление литосферы определяется фазовым переходом: твердое вещество

литосферы переходит в его жидкое состояние (вещество астеносферы) под влиянием тепловых процессов. Сама же граница фазового перехода подлежит определению [7, 8].

Необходимо заметить, что в обоих случаях принимается постоянность граничных условий. Между тем на этой границе могут создаваться динамические условия для активизации цикличности функционирования магматических очагов, присутствующих на границе астеносфера–литосфера. Цель настоящей работы как раз и заключается в изучении способов решения указанных вопросов. Здесь также рассмотрена схема решения нелинейных модельных уравнений, обсуждены проблемы программной реализации аппарата численного моделирования.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Модельным представлением верхней мантии ниже, как обычно, выступает вязкая несжимаемая жидкость в поле силы тяжести. При этом полагаем непрерывной границу астеносфера–литосфера или что литосфера везде подстилается астеносферой. Поскольку вещество Земли имеет высокую вязкость, для численного моделирования ее конвекции используем двумерные уравнения Стокса (линеаризованная стационарная форма полных уравнений Навье–Стокса [20]) в приближении ОБ. Их тензорная запись такова

$$\partial \sigma_{ij} / \partial X_j + \rho_0 \alpha g \delta_{i,2} T' = 0, \quad (1)$$

где $i, j = 1 \div 2$; $X = (X_1, X_2)$ – переменные декартовой системы координат ($X_1 = X_2 = 0$ в левом нижнем углу); ось X_1 направлена слева направо, а ось X_2 направлена вверх; ρ_0 – характерное для верхней мантии значение плотности; α – коэффициент термического расширения; g – ускорение силы тяжести; δ_{ij} – символ Кронекера; $T' = T'(X, t)$ – температура среды в точке X в момент времени t ; σ_{ij} – тензор напряжений: $\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij}$, где p – давление; τ_{ij} – тензор вязких напряжений: $\tau_{ij} = \eta' (\partial V_1 / \partial X_2 + \partial V_2 / \partial X_1)$, η' – динамическая вязкость (функция температуры и давления) вещества среды; V_i – составляющие

вектора скорости среды, которые удовлетворяют условию несжимаемости жидкости

$$\partial V_1 / \partial X_1 + \partial V_2 / \partial X_2 = 0.$$

В приближении ОБ (изменение плотности учитывается только при записи ρg) и принятых обозначениях запись общего уравнения переноса тепла в вязкой жидкости принимает вид [9]

$$\partial T' / \partial t' + \partial(V_i T') / \partial X_i = \chi \nabla^2 T' + (\eta / 2c_p \rho_0)(\partial V_1 / \partial X_2 + \partial V_2 / \partial X_1)^2, \quad (2)$$

где t' – текущее время, χ – коэффициент температуропроводности, c_p – теплоемкость вязкой жидкости и $\nabla^2 = \partial^2 / \partial X_1^2 + \partial^2 / \partial X_2^2$ – оператор Лапласа в переменных X_1 и X_2 .

Обезразмеривание (1) и (2) здесь выполняется стандартным образом:

$$(x, y) = (X_1, X_2) / H, \quad t = t' H / V_0, \quad T = (T' - T^*) / \Delta T, \\ \eta = \eta' / \eta_0, \quad R_a = \alpha g \rho_0 H^3 \Delta T / \chi \eta_0, \quad (3)$$

где H – характерный вертикальный размер области (здесь он равен толщине верхней мантии без толщины литосферы); V_0 – характерное значение скорости верхнемантийных течений; $\Delta T = T_* - T^*$ – характерный для верхней мантии диапазон изменения ее температуры, где T_* – температура на нижней подошве верхней мантии, а T^* – температура фазового перехода; R_a – число Рэлея.

В зависимости от выбора значения характерной скорости V_0 существует два способа представления (1). Здесь для V_0 принимается соотношение $V_0 = \chi / H$, которое при $R_a < 10^7$ следует использовать для численного моделирования [32].

В переменных функция тока – завихренность обезразмеренные уравнения модели верхнемантийной конвекции трансформируются в уравнение для завихренности ξ

$$\nabla^2(\eta\xi) = -R_a \frac{\partial T}{\partial x} - 2 \left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right], \quad (4)$$

уравнение Пуассона для функции тока ψ

$$\nabla^2 \psi = -\xi \quad (5)$$

и безразмерное уравнение переноса тепла в вязкой жидкости

$$\partial T / \partial t + \partial(uT) / \partial x + \partial(vT) / \partial y = \nabla^2 T + b_T \eta (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x)^2, \quad (6)$$

где $b_T = \eta_0 \chi / (2c_p \rho_0 H^2 \Delta T)$. Второй член в правой части характеризует скорость тепловыделения за счет вязкой диссипации. В (6) составляющие u и v вектора безразмерной скорости вычисляются согласно определению функции тока [9]

$$u = \partial \psi / \partial y \text{ и } v = -\partial \psi / \partial x. \quad (7)$$

Вследствие (7), уравнение неразрывности выполняется автоматически.

Граничные условия для температуры T определяются следующим образом: полагается теплоизолированность $\partial T / \partial x = 0$ вертикальных границ и $T = 1$ на дне верхней мантии. Поскольку формулировке условий на границе $A \cap L$ астеносферы (A) и литосферы (L) не уделяется должного внимания (обычно принимается постоянство ее температуры или теплового потока [38, 34, 25, 17]), то представляется полезным ниже следующее их частное рассмотрение. Далее всюду полагается, что эта граница соответствует верхнему слою области вычислений.

При постановке условия для T на границе $A \cap L$ здесь учитывается факт динамических изменений потоков тепла при ее переходе. Отмеченные изменения обусловлены различием реологических свойств этих сред и, следовательно, определенными затратами тепла на частичное плавление вещества литосферы. При этом, поскольку само плавление происходит в течение некоторого времени (оно происходит не мгновенно), то происходит некоторое запаздывание его дальнейшего следования в периферийные геосферы Земли. Данная ситуация может привести к аккумуляции тепла и росту давления непосредственно на нижней стороне границе $A \cap L$. В зависимости от толщины литосферы, ее состава, физиче-

ской обстановки режима верхнемантийной конвекции, низкой теплоотдачи нижнего края литосферы и ряда других факторов на ней далее могут создаются условия для последующего ее пульсирующего разогрева.

При построении модели рассматриваемого процесса были приняты во внимание обстоятельства того, что на тепловую энергию Q (в дальнейшем – просто тепло) участков границы влияет тепло только с ближайшего к границе слоя астеносферы. Допускаются также его рассеивание вдоль горизонтального направления (диффузия тепла) и его определенные затраты на реализацию фазового перехода. В рассматриваемом случае полагается, что такие расходы пропорциональны Q . Тогда динамику распространения тепла в этой зоне можно записать в виде

$$[\partial Q / \partial t + \partial(vQ) / \partial y] |_{A \cap L} = \partial(D_Q \partial Q / \partial x) / \partial x |_{A \cap L} - \mathcal{Y} Q |_{A \cap L},$$

где $\mathcal{Y} Q$ – затраты тепла (реализация фазового перехода на $A \cap L$); \mathcal{Y} – неотрицательный коэффициент пропорциональности (в общем случае функция динамических переменных модели); D_Q – теплопроводность границы. Данное балансовое соотношение, по своей сути, есть записанное в консервативной форме одномерное уравнение переноса тепла к границе с рассеиванием его вдоль нее (по горизонтальной координате): его левая часть характеризует динамику притока/оттока тепла к границе астеносферы и литосферы, а правая часть – рассеивание тепла и его затраты на плавление пород литосферы. Подстановка в него термодинамического соотношения для зависимости тепла от температуры $dQ \equiv c_p \rho dT$ [15] приводит к такому уравнению для температуры на $A \cap L$

$$[\partial T / \partial t + \partial(vT) / \partial y] |_{A \cap L} = \partial(D_Q \partial T / \partial x) / \partial x |_{A \cap L} - \mathcal{Y} T |_{A \cap L},$$

где c_p, ρ – теплоемкость и плотность вещества границы. При записи этого соотношения введено переобозначение $\mathcal{Y} / c_p \rho$ через \mathcal{Y} и учтено приближение ОБ: изменение плотности учитывается только при рассмотрении произведения ρg .

При численном моделировании граница $A \cap L$ определяется множеством $\{(x, y), y = 1\}$. В геодинамике традиционно принимается отсутствие в толще литосферы течений ее вещества. Поэтому $v(x, 1 + \Delta y, t) = 0$ при $x \in A \cap L$, где Δy –

принятая в вычислениях дискретность вертикальной координаты. Таким образом, запись уравнения динамики температуры при использовании центральной разностной аппроксимации конвективного члена $\partial(vT)/\partial y$ примет вид

$$dT(x,1,t)/dt = D_0 \partial^2 T / \partial x^2 + (2\Delta x)^{-1} v(x,1-\Delta y,t)T(x,1-\Delta y,t) - \gamma T(x,1,t), \quad (8)$$

где d/dt – обыкновенная производная, которая характеризует скорость изменения дифференцируемой величины в конкретной точке; Δx – принятая при численном моделировании дискретность горизонтальной координаты.

Согласно (8) динамика температуры для участков границы $A \cap L$ определяется ее рассеиванием вдоль горизонтального направления (первый член правой части), притоком/оттоком тепла из ближайшего к ней слоя астеносферы (второй член) и затратами на плавление (третий член). При восходящем мантийном потоке $v(x,1-\Delta y,t) > 0$ следует приток тепла к участкам границы, а при нисходящем мантийном потоке $v(x,1-\Delta y,t) < 0$ – его отток.

Граничные условия для функции тока ψ задаются следующим образом: для нее заданы условия проскальзывания $\psi = 0$ и $\partial^2 \psi / \partial n^2 = 0$ на всех границах, кроме участков $A \cap L$, где имеет место прилипание $\psi = 0$ и $\partial \psi / \partial n = 0$. Тогда на ней завихренность ξ определяется соотношением Тома [16]

$$\xi = -2\psi(x,1-\Delta y,t) / \Delta y^2. \quad (9)$$

На остальных границах вычислительной области ξ равна нулю.

В пренебрежении рассеиванием тепла вдоль границы $A \cap L$ уравнение (8) можно записать в виде

$$dT(x,1,t)/dt = f(t) - \gamma T(x,1,t),$$

где $f(t)$ – второй член правой части (8) (введено для удобства изложения). Решение этого линейного уравнения определяется выражением

$$T(x,1,t) = \int_0^t f(\tau) \exp[-\gamma(t-\tau)] d\tau.$$

В представлении функции $f(t)$ посредством ее разложения в ряд Фурье температура $T(x,1,t)$ примет вид

$$T(x,1,t) = \sum_p \frac{\omega_p}{\omega_p^2 + \gamma^2} [f_{p,1}(\sin \omega_p t + \frac{\gamma}{\omega_p^2} \cos \omega_p t) + f_{p,2}(\cos \omega_p t + \frac{\gamma}{\omega_p^2} \sin \omega_p t)],$$

где $\{f_{p,1}, f_{p,2}\}$ – коэффициенты разложения $f(t)$ в ряд Фурье, $\{\omega_p\}$ – соответствующие частоты. Из этого соотношения непосредственно вытекает, что при $p \rightarrow \infty$ (высокие частоты $\omega_p \rightarrow \infty$) под знаком суммы первый множитель правой части (он порядка $1/\omega_p$) стремится к нулю. Таким образом, на границе $A \cap L$ происходит подавление высокочастотных вариаций распределения температуры верхней мантии.

АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Пространственной область рассмотрения здесь является прямоугольник, размер вертикальных сторон которого равен глубине верхней мантии H , а горизонтальных сторон – L . После обезразмеривания уравнений модели вертикальный размер области вычислений равен 1, а ширина равна L/H (в подобных задачах это так называемое аспектное число). Дискретизация области вычислений по переменным x , y и t выполняется с постоянным по каждому направлению шагом: $x_i = i\Delta x$, $i=1 \div N$, $\Delta x = 1/(N-1)$; $y_j = j\Delta y$, $j=1 \div M$, $\Delta y = L/H(M-1)$; $t_k = k\Delta t$, $k=1 \div K$, $\Delta t = 1/(K-1)$.

Алгоритм численного решения уравнений модели состоит в нахождении заданных на регулярной пространственно-временной сетке $\{x_i, y_j, t_k\}$ значений $\{T_{i,j}^k, \psi_{i,j}^k, \xi_{i,j}^k, u_{i,j}^k, v_{i,j}^k\}$. При известных в момент $t = t_k$ их значениях для вычисления $\{T_{i,j}^{k+1}, \psi_{i,j}^{k+1}, \xi_{i,j}^{k+1}, u_{i,j}^{k+1}, v_{i,j}^{k+1}\}$ в момент $t = t_{k+1}$ требуется выполнить цикл из трех последовательных шагов.

Первый шаг: решается уравнение (4). Для этого обычно используется метод стабилизирующей поправки [33]. Этот метод представляет собой итерационную двухшаговую процедуру, на каждом шаге которой требуется вычислить элементы матрицы линейной системы уравнений. Также требуется численно вычислять частные производные вплоть до четвертого порядка. Более эффективной является рассмотренная в [32] итерационная процедура.

Сначала вводится переменная $\varphi_{i,j}^{k+1} = \nabla^2 (\eta \xi)_{i,j}^{k+1}$. Тогда алгоритм нахождения $\{\xi_{ij}^{k+1}\}$ состоит из последовательности операций:

$$1. (\varphi_{i,j}^{k+1})^{m+1} = (1 - \delta)(\varphi_{i,j}^{k+1})^m + \delta\{-R_a L_x(T_{i,j}^k) - 2[w_1 L_{xx} + w_2 L_{yy} - 2w_3 L_x L_y](\psi_{i,j}^{k+1})^m\},$$

где m – номер итерации. Операторы L_x, L_y, L_{xx}, L_{yy} и вспомогательные выражения w_1, w_2, w_3 вводятся следующим образом:

$$\begin{aligned} L_x &= \{-1, 0, 1\} / 2\Delta x, L_y = \{-1, 0, 1\} / 2\Delta y, \\ L_{xx} &= \{1, -2, 1\} / \Delta x^2, L_{yy} = \{1, -2, 1\} / \Delta y^2 \\ w_1 &= L_{yy}(\eta_{i,j}^k), w_2 = L_{xx}(\eta_{i,j}^k), w_3 = L_x L_y(\eta_{i,j}^k) \end{aligned} \quad (10)$$

Величина $\eta_{i,j}^k = \eta(T_{i,j}^k, y_j)$ есть значение вязкости на глубине y_j , температура которой равна $T_{i,j}^k$. В рассматриваемом здесь случае полагается гидростатичность давления. В такой записи разностные операторы аппроксимируют соответствующие частные производные со вторым порядком точности, а полученные соотношения соответствуют центральным трехточечным разностным схемам.

$$2. \varepsilon = \max_{i,j} |(\varphi_{ij}^{k+1})^{m+1} - (\varphi_{ij}^{k+1})^m|;$$

3. для функции $(\varphi_{ij}^{k+1})^{m+1} \equiv ((\eta \xi)_{ij}^{k+1})^{m+1}$ решается уравнение Пуассона (4), после чего делением его на $\eta_{i,j}^k$ вычисляется $(\xi_{ij}^{k+1})^{m+1}$;

$$4. \text{ для функции } (\psi_{ij}^{k+1})^{m+1} \text{ решается уравнение Пуассона (5);}$$

5. если $\varepsilon > \varepsilon_0$, то надо вернуться к пункту 1, в ином случае – выход из процедуры вычисления искомого решения (ξ_{ij}^{k+1}) .

На границе $A \cap L$ выполняется условие прилипания (9) верхнемантийного течения $u_{i,M}^{k+1} = v_{i,M}^{k+1} = 0$, которое в терминах завихренность – функция тока записывается в виде [14] $\xi_{i,M}^{k+1} = -2\psi_{i,M-1}^{k+1} / \Delta y^2$.

Поскольку на остальных границах выполняется условие проскальзывания $\partial^2 \psi / \partial n^2 = 0$, то на них $\xi_{1,j}^{k+1} = \xi_{N,j}^{k+1} = \xi_{i,1}^{k+1} = 0$.

Согласно определению функции тока, она принимает нулевые значения на границах области вычислений. Поэтому на них выполняются соотношения

$$\psi_{1,j}^{k+1} = \psi_{N,j}^{k+1} = \psi_{i,1}^{k+1} = \psi_{i,M}^{k+1} = 0.$$

Вычислительные эксперименты, выполненные нами при $\delta = 0.5$ и $\varepsilon_0 = 3 \cdot 10^{-3}$, показали быструю сходимость алгоритма для каждого временного шага (обычно m не превосходило значения 6).

В третьем и четвертом блоках алгоритма нахождения $\{\zeta_{ij}^{k+1}\}$ из уравнения (4) и $\{\psi_{ij}^{k+1}\}$ из уравнения (5) требуется решить уравнение Пуассона. Выполненные вычислительные эксперименты показали, что эффективной является процедура [13], основанная на прямом методе решения уравнения Пуассона. Суть этого метода состоит в том, что искомая матрица решений этого уравнения заменяется эквивалентным ей вектором соответствующей размерности. Матрица коэффициентов, сформированная для вычисления такого вектора, не зависит ни от номера временного слоя k , ни от номера итерации m . Одна и та же матрица используется как для решения (4), так и для решения (5). Поэтому в начале программной реализации алгоритма достаточным является однократное ее формирование. Поскольку данная матрица является слабо заполненной (в выполненных вычислительных экспериментах заполнение матрицы не превышало 36%), целесообразным является хранение в памяти компьютера только ее ненулевых элементов. Кроме того, поскольку для детального анализа верхнемантийной конвекции требуются мелкие пространственные шаги, что соответствует высокой размерности матрицы, вместо ее обращения разумным представляется использование процедуры LU разложения такой матрицы на произведение нижней и верхней треугольных матриц.

Второй шаг: составляющие вектора скорости вычисляются посредством численного дифференцирования функции тока $u_{i,j}^{k+1} = L_y \psi_{i,j}^{k+1}$ и $v_{i,j}^{k+1} = -L_x \psi_{i,j}^{k+1}$.

Третий шаг: для решения уравнения теплопереноса используется неявная схема переменных направлений (продольно-поперечная схема [18] или схема дробных шагов [29]). Согласно этой схеме искомое численное решение определяется соотношениями

$$\begin{aligned} (T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i,j}^k) / 2\Delta t + L_x(u_{i,j}^{k+1} T_{i,j}^{k+1/2}) - L_{xx} T_{i,j}^{k+1/2} &= -L_y(v_{i,j}^{k+1} T_{i,j}^k) + L_{yy} T_{i,j}^k + f(T_{i,j}^k) \\ (T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1/2}) / 2\Delta t + L_y(v_{i,j}^{k+1} T_{i,j}^{k+1}) - L_{yy} T_{i,j}^{k+1} &= -L_x(u_{i,j}^{k+1} T_{i,j}^{k+1/2}) + L_{xx} T_{i,j}^{k+1/2} + f(T_{i,j}^{k+1/2}), \quad (11) \\ f(T) &= \eta(T, y_j)(L_y u_{i,j}^{k+1} + L_x v_{i,j}^{k+1})^2 \end{aligned}$$

где составляющие вектора скорости являются уже известными.

При записи граничных условий для температуры используются конечно-разностные аппроксимации частных производных второго порядка точности. Так, на вертикальных границах

$$\begin{aligned} (\partial T / \partial x)_{1,j} &= -(11T_{1,j} - 18T_{2,j} + 9T_{3,j} - 2T_{4,j}) / 6\Delta x, \\ (\partial T / \partial x)_{N,j} &= (11T_{N,j} - 18T_{N-2,j} + 9T_{N-3,j} - 2T_{N-4,j}) / 6\Delta x. \end{aligned}$$

Поскольку они теплоизолированные (левые части этих соотношений нулевые), то

$$T_{1,j} = (18T_{2,j} - 9T_{3,j} + 2T_{4,j}) / 11 \text{ и } T_{N,j} = (18T_{N-2,j} - 9T_{N-3,j} + 2T_{N-4,j}) / 11. \quad (12)$$

Так как эти соотношения используются для дробного $k + 1/2$ слоя и целого $k + 1$ слоя, то при их записи отсутствуют индексы временных слоев. Согласно (12), температура на вертикальных границах вычисляется на основании трех последующих/предшествующих внутренних вертикальных слоев. Значит, при заданных граничных условиях для расчетов по схеме (11) требуется выполнить $i = 2 \div N - 1$ таких вычислений. После подстановки (12) в левую часть первого уравнения (11) результаты действия сеточных операторов L_x, L_{xx} в узлах (x_2, j) и (x_{N-1}, j) явным образом не содержат значения на вертикальных границах и принимают вид

$$\begin{aligned} L_x T_{2,j} &= -2(T_{2,j} - T_{3,j}) / 3\Delta x, \\ L_{xx} T_{2,j} &= -2(T_{2,j} - T_{3,j}) / 3\Delta x^2 \\ L_x T_{N-1,j} &= -2(T_{N-2,j} - T_{N-1,j}) / 3\Delta x \\ L_{xx} T_{N-1,j} &= 2(T_{N-2,j} - T_{N-1,j}) / 3\Delta x^2 \end{aligned}$$

Поскольку на вертикальных границах горизонтальная скорость обращается в нуль, то во втором члене левой части первого уравнения (11) граничные значения T не учитываются.

Реализация вычислительной схемы (11) по каждому направлению выполняется методом прогонки. Поскольку матрицы соответствующих линейных систем имеют трехдиагональную структуру, то вместо квадратной матрицы соответствующей размерности достаточными являются хранения и использования только трех ее векторов.

В рамках рассматриваемой модели температура на границе $A \cap L$ определяется решением уравнения (8)

$$T_{i,M}^{k+1} = D_{\varrho} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (T_{i-1,M}^k + T_{i+1,M}^k) + \left(1 - 2D_{\varrho} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} - \gamma \Delta t \right) T_{i,M}^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} v_{i,M-1}^{k+1} T_{i,M-1}^k,$$

которое получается при его разностной аппроксимации.

Программная реализация данного алгоритма была выполнена в среде Matlab, которая изначально разрабатывалась фирмой MathWorks Inc. как интерактивная система матричных вычислений (Matrix Laboratory). Эта система может работать и в режиме вычислений, и в режиме интерпретатора программ, что эффективным образом обеспечивает отладку программ и интерактивную обработку результатов вычислений. В ее состав входит широкий набор функций, в которых реализованы современные методы матричных вычислений [31]. В состав этой программной системы входят функции для эффективной работы с разреженными матрицами. Так, использование для объявления разреженного массива функции sparse (хранение в памяти только не нулевых элементов матрицы) позволяет существенным образом экономно расходовать вычислительные ресурсы компьютера. Кроме того, использование процедуры movie среды Matlab позволяет в цветном представлении наблюдать на экране монитора динамику рассматриваемых событий в верхней мантии.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Численное моделирование выполнено для простого способа представления безразмерной динамической вязкости η в форме экспоненциальной функции, показателем которой является линейная функция безразмерной температуры и глубины [30]: $\eta = \exp[-a_T T + a_P (1 - y)]$, где a_T, a_P – безразмерные неотрицательные функции (в общем случае, функции пространственно-временных

переменных). При такой форме задания вязкости принимается гидростатичность давления. Для простоты a_T и a_P полагаются константами.

Начальное распределение для безразмерной температуры T задается выражением [25]

$$T(x, y, 0) = 1 - y + b_T \sin\left(\pi \frac{L}{H} x\right) \cos \pi y,$$

где L, H – горизонтальный и вертикальный размеры расчетной области; b_T – отрицательный параметр численного решения. Вертикальный профиль (9) есть функция, линейно возрастающая с глубиной, на которую накладывается малое возмущение.

Численное исследование структуры теплового потока верхнемантийной конвекции было выполнено при следующих значениях параметров среды: $\alpha = 3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $g = -9.8 \text{ м/с}^2$, $c_p = 1.25 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$, $\chi = 9.3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $T^* = 1320^\circ\text{C}$, $T_* = 1800^\circ\text{C}$, $\rho_0 = 3400 \text{ кг/м}^3$, $\eta_0 = 3 \cdot 10^{22} \text{ П}$, $b_T = 0.001$, $a_T = -0.4$, $a_P = 2.2$. Было также принято равенство D_Q и χ , т. е. $D_Q = 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$. Вертикальный размер H определяется разностью характерного размера верхней мантии 660 км и характерной толщины литосферы 120 км, т. е. $H = 540 \text{ км}$; горизонтальный размер L был выбран равным 5400 км. Параметры численной схемы экспериментов составили: число узлов по горизонтальному направлению $N = 80$ (шаг $\Delta h_x = 67.5 \text{ км}$), число узлов по вертикальному направлению $M = 50$ (шаг $\Delta h_y = 10.8 \text{ км}$) и число временных слоев $K = 5000$. Согласно (2) и (3) временной промежуток составляет H^2 / χ или около 10 млрд. лет. Поэтому временной шаг составляет 2 млн. лет.

В рамках модели (4)–(8) и заданных начальных и граничных условий характер верхнемантийной конвекции вытекает из анализа временного изменения средних по области вычисления переменных модели, а также совместного изменения среднеквадратичной скорости V_{rms} и числа Нуссельта (рис. 1).

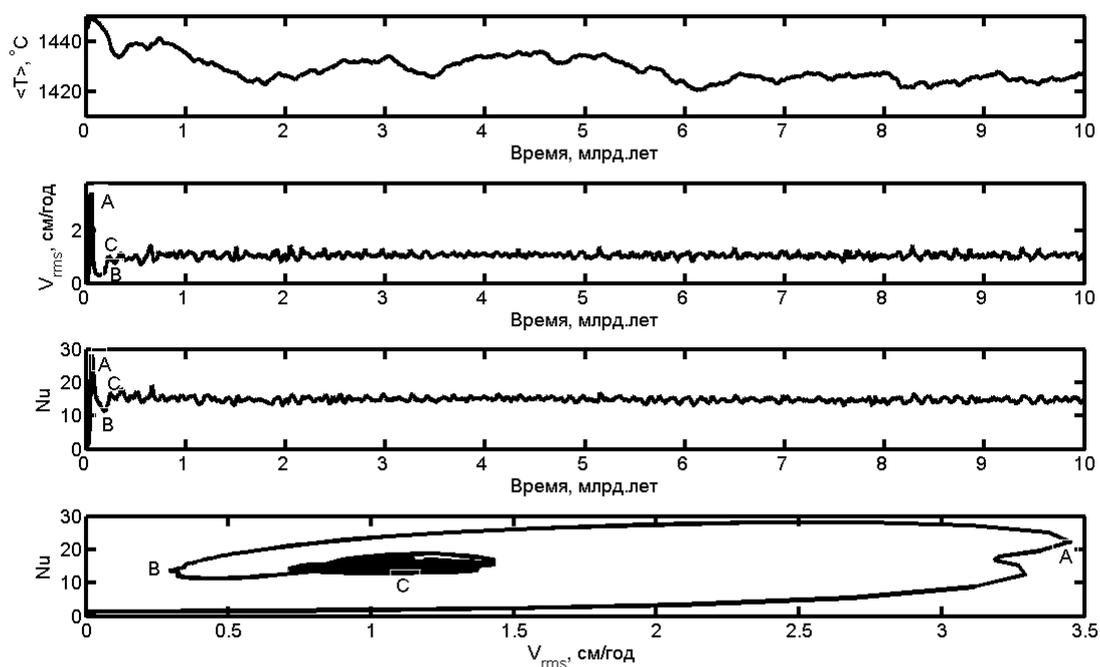


Рисунок 1. Временное изменение средней температуры $\langle T \rangle$, среднеквадратичной скорости V_{rms} , числа Нуссельта Nu , совместное изменение V_{rms} и Nu .

Распределение средней температуры $\langle T \rangle$ показывает снижение ее значений на протяжении первых 2 млрд. лет (рис. 1). Далее характер ее изменения в большей степени отвечает квазипериодическому режиму колебаний, продолжительность периода которого составляет 2 млрд. лет. Представляется, что такое временное поведение обусловлено сочетанием процессов конвективного прогрева и последующего за ним перемешивания вещества рассматриваемой области.

На первом этапе эволюции верхней мантии следует прогрев верхних слоев первичной астеносферы. Сам факт их существования обосновали А.В. Витязев и Г.В. Печерникова. Согласно работе [1], существенный нагрев недр части допланетных тел, дегазация, плавление и дифференциация примитивного вещества происходили уже на стадии их формирования, т. е. первые миллионы и десятки миллионов лет. Результатом этого прогрева является сначала падение ее вязкости, затем рост V_{rms} и интенсификация верхнемантийной конвекции (рост Nu) (участок OA на рис. 1). Верхняя мантия разбивается на конвективные ячейки, по

периметру которых всплывают горячие и опускаются холодные объемы ее вещества. Продолжительность этапа порядка 52 млн. лет (его окончание фиксируется точкой А). Анализ рис. 2 показывает наличие четырех областей перегретого мантийного вещества в окрестности границы астеносфера – литосфера и четырех областей охлажденного вещества – на нижней границе верхней мантии.

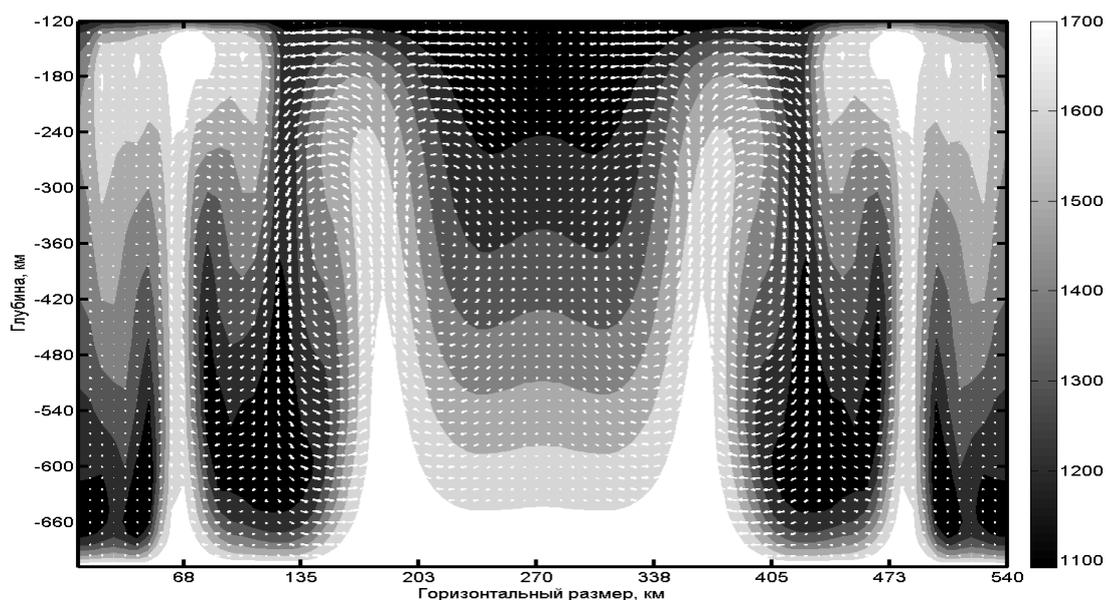


Рисунок 2. Распределение T (поле скорости конвекции характеризуют стрелки)

Каждая стрелка показывает направление скорости, а длина – ее величину. Разные оттенки серого цвета характеризуют распределения температуры. Так, более горячие и облегченные области верхней мантии представлены светлыми оттенками, а более холодные и утяжеленные области – более темными. Понятно, что конфигурация изотерм совпадает с границей цветов. Наличие в непосредственной окрестности литосферы областей перегретого вещества вызывает рост ее температуры, а наличие областей охлажденного вещества в окрестностях дна верхней мантии – их охлаждение.

После этапа совместного роста скорости и интенсификации конвективных течений следует этап их падения (участок АВ на рис. 1), которое вызвано сформированным к этому моменту устойчивым распределением плотности: более горячее и облегченное вещество попадает в верхние слои, а холодное и утяжеленное

– в нижние слои. В результате падения скорости течения механизм прогрева отключает конвективный режим прогрева. Продолжительность этого периода порядка 64 млн. лет (его окончание фиксируется точкой В). Анализ рис. 2 показывает расплывание областей перегретого и охлажденного верхнемантийного вещества. Поскольку на границе астеносфера–литосфера часть тепла экранируется, то в ее окрестности происходит накопление тепла. При этом вдоль самой границы по причине рассеивания части тепла происходит снижение его градиента.

На участке ВС рис. 1 вновь следует рост температуры астеносферы. Соответствующим образом растут V_{rms} и Nu , а также снова подключается конвективный режим прогрева. Продолжительность этого этапа составляет 52 млн. лет. Анализ рис. 2в вновь показывает наличие четырех областей перегретого вещества в окрестности границы астеносфера–литосфера, т. е. отмечается определенная цикличность состояния верхней мантии.

Характер временного изменения температуры в течение этих этапов на границе астеносфера–литосфера непосредственно вытекает из анализа рис. 3.

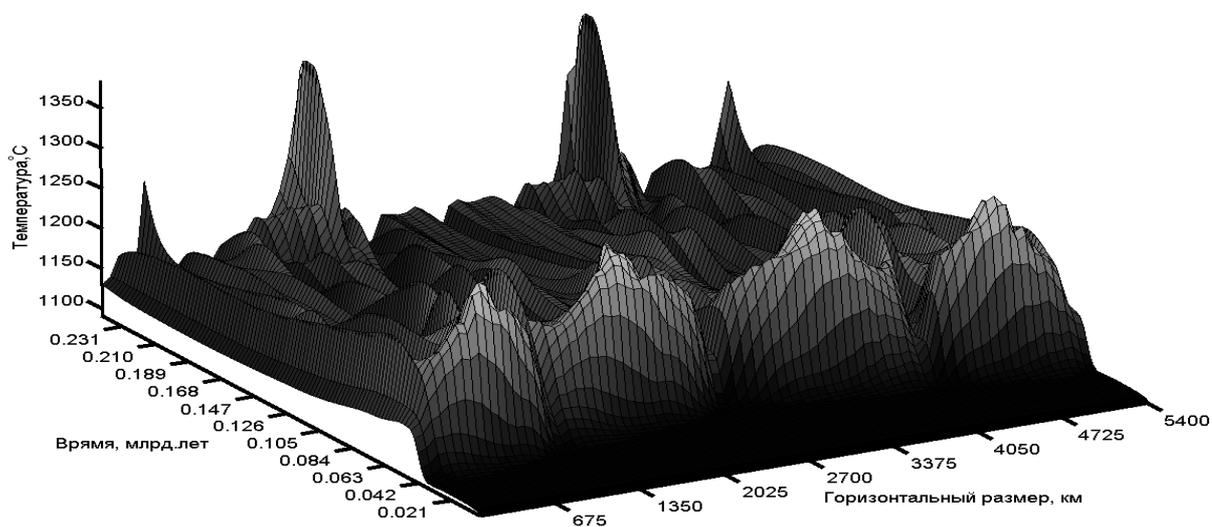


Рисунок 3. 3D распределение T в переменных время – горизонтальный размер

В частности, на границе сначала формируются участки перегретого вещества, которые затем остывают. Их остывание обусловлено тем, что согласно модели (8) часть тепла на этой границе расходуется на плавление пород литосферы. Далее вновь формируются участки перегретого вещества.

Распределение температуры в рассматриваемой области на заключительном временном отрезке представлено на рис. 4. Его анализ показывает наличие в окрестности границы астеносфера–литосфера двух областей перегретого вещества. Соответствующая ситуация отмечается и на рис. 5.

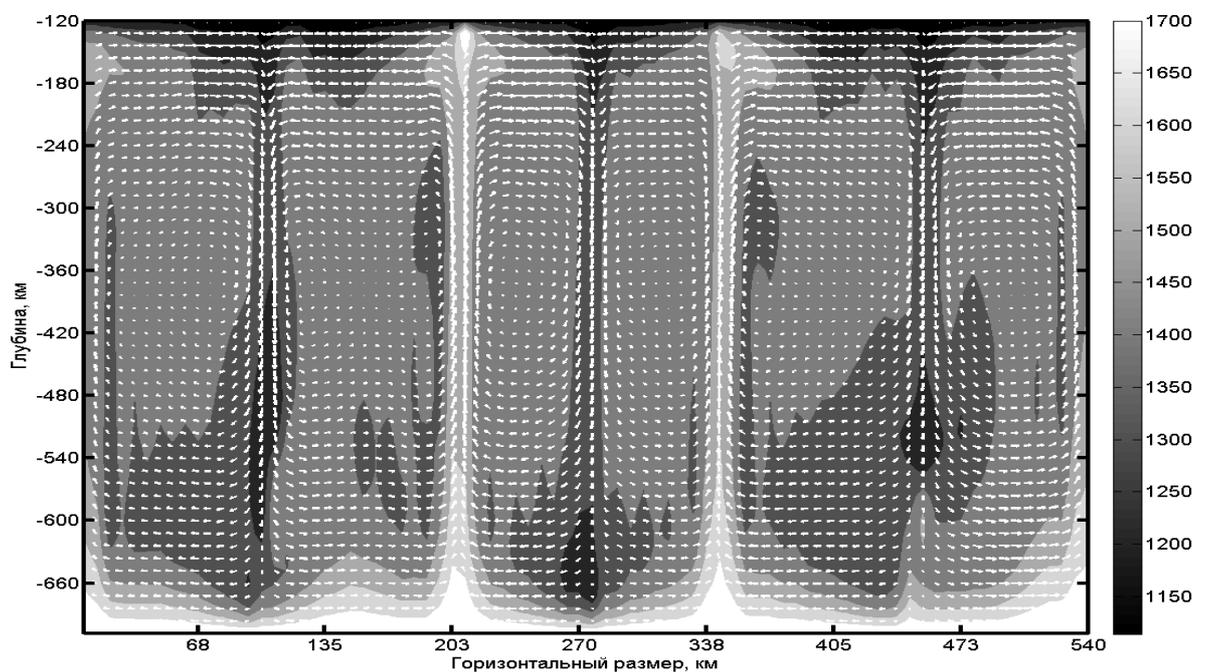


Рисунок 4. Распределение T : $t=9.9$ млрд. лет

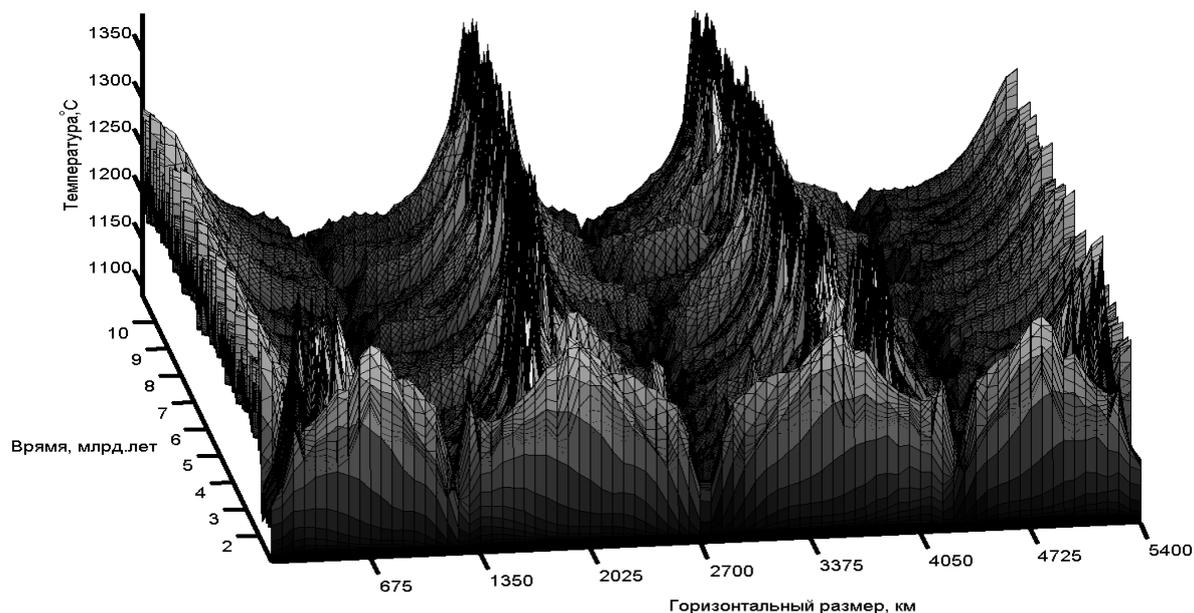


Рисунок 5. Распределение T : $t=9.9$ млрд. лет на границе астеносфера-литосфера

Коэффициент корреляции между V_{ms} и Nu для всего рассматриваемого периода равен 0.468. Между тем, для первого этапа OA он равен 0.897, этапа AB – 0.807 и BC – 0.962 (рис. 1). При этом вычисленная на основании всего набора корреляция между переменными статистически значимо отличается от таковой, которая была вычислена на основании части набора. Поэтому между этапами эволюции имеются значительные отличия. При этом резкая смена одного этапа другим показывает пульсирующий механизм верхнемантийной конвекции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании предположения о существовании на границе литосфера-астеносфера теплового волновода рассмотрены проблемы численного 2D моделирования теплового потока в верхней мантии Земли. Выполнена математическая формализация этого случая и приведен численный алгоритм решения поставленной задачи.

Результаты численного моделирования указывают на квазипериодический характер изменения динамических переменных рассматриваемой системы. Вме-

сте с тем, отмечаются отличия этапов их совместного изменения. Кроме того, резкая смена одного этапа другим показывает пульсирующий механизм верхнемантийной конвекции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Витязев А.В., Печерникова Г.В.* Ранняя дифференциация Земли и проблема лунного состава // Физика Земли. 1996. № 6. С. 3–6.
2. *Джозеф Д.* Устойчивость движения жидкости. М.: Мир, 1981. 638 с.
3. *Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г.* Глубинная геодинамика. Новосибирск: Изд-во СО РАН НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1994. 299 с.
4. *Занемонец В.Б., Котелкин В.Д., Мясников В.П.* О динамике литосферных движений // Физика Земли. 1974. № 5. С. 43–54.
5. *Кеонджян В.Н.* Модель химико-плотностной дифференциации мантии Земли // Физика Земли. 1980. № 8. С. 3–15.
6. *Кирдяшкин А.А., Кирдяшкин А.Г., Сурков А.В.* Тепловая гравитационная конвекция в астеносфере под срединно-океаническим хребтом и устойчивость основных глубинных паргенезисов // Геология и геофизика. 2006. Т. 47. № 1. С. 76–94.
7. *Коробицына Ж.Л., Овчарова А.С.* Применение метода фиктивных областей для задач тепловой конвекции // Тр. Конф. RDAMM-2001. 2001. С. 372–382.
8. *Коробицына Ж.Л., Тычков С.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массопереноса с учетом фазового перехода в геодинамике // ЖВМиМФ. 1997. Т. 37. № 6. С. 733–741.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит. 2003. 736 с.
10. *Лобковский Л.И., Никишин А.М., Хаин В.Е.* Современные проблемы геотектоники и геодинамики. М.: Научный мир, 2004. 612 с.
11. *Монин А.Н.* История Земли. Л.: Наука, 1977. 228 с.
12. *Монин А.С., Сорохтин О.Г.* Об объемной гравитационной дифференциации Земли // ДАН СССР. 1981. Т. 259. № 5. С. 1076–1079.
13. *Мэтьюс Дж., Финк К.* Численные методы. Использование MATLAB. М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. 720 с.

14. *Оран Э., Борис Дж.* Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 660 с.

15. *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М.: Мир, 2002. 461 с.

16. *Роуч П. Дж.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 618 с.

17. *Рычкова Е. В., Тычков С. А.* Численная модель тепловой конвекции в верхней мантии Земли под литосферой континентов // Вычислительные технологии. 1997. Т. 2. № 5. С. 66–81.

18. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.

19. *Сорохтин О. Г., Ушаков С. А.* Глобальная эволюция Земли. М.: Изд-во МГУ, 1991. 446 с.

20. *Темам Р.* Уравнения Навье–Стокса. Теория и численный анализ. М.: Мир, 1981. 408 с.

21. *Трубицын В. П.* Геодинамическая модель эволюции Тихого океана // Физика Земли. 2006, № 2. С. 3–25.

22. *Трубицын В. П.* Сейсмическая томография и дрейф континентов // Физика Земли. 2008. № 12. С. 83–91.

23. *Трубицын В. П., Баранов А. А., Евсеев А. Н., Трубицын А. П., Харыбин Е. В.* Влияние низковязкой астеносферы на мантийные течения // Физика Земли. 2006, № 12. С. 11–19

24. *Трубицын В. П., Николайчик В. В.* Режимы тепловой конвекции Земли // Физика Земли. 1991. № 6. С. 3–12.

25. *Трубицын В. П., Белавина Ю. Ф., Рыков В. В.* Тепловое и механическое взаимодействие мантии с континентальной литосферой // Физика Земли. 1993. № 11. С. 3–15.

26. *Трубицын В. П., Харыбин Е. В.* Геодинамическая модель дифференциации мантийного вещества в глубинах Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1988. № 4. С. 83–89.

27. *Тычков С. А., Червов В. В., Черных Г. Г.* Численная модель трехмерной конвекции в верхней мантии Земли // Физика Земли. 2005. № 5. С. 48–64.

28. *Уайли П.* Земная мантия // УФН. 1977. Т. 121. № 1. С. 139–156.

29. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир. 1991. Т. 1. 504 с.

30. *Cristensen U.* Convection with pressure- and temperature-depend non Newtonian rheology // *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* 1984. Vol. 77. No. 2. P. 343–384.

31. *Davis T.A.* UMFPAK Version 4.6 User Guide (<http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/umfpack>), Dept. of Computer and Information Science and Engineering, Univ. of Florida, Gainesville, FL. 2002.

32. *Gurnis M., Davies G.F.* Numerical study of high Rayleigh number convection in a medium with depth-depend viscosity // *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* 1985. Vol. 186, No. 85. P. 523–541.

33. *Houston M.H. Jr., De Bremaecker J.Cl.* ADI solution of free convection in a variable viscosity fluid // *J. of Comput. Physics.* 1974. Vol. 16. P. 231–239.

34. *Lowman J.P., Jarvis G.* Mantle convection flow reversals due to continental collisions // *Geophys. Res. Lett.* 1993. Vol. 20. P. 2087–2090.

35. *McKenzie D.P., Roberts J.M., Weiss N.O.* Convection in Earth's mantle: towards a numerical simulation // *J. Fluid Mech.* 1974. Vol. 62. Part 3. P. 465–538.

36. *Schubert G., Anderson C.A.* Finite element calculation of very high Rayleigh number thermal convection // *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* 1985. Vol. 80. P. 298–318.

37. *Spohn T., Schubert G.* Convective thinning of the lithosphere: a mechanism for rifting and mid-plate volcanism on Earth, Venus and Mars // *Tectonophysics.* 1983. Vol. 94. P. 67-90.

38. *Torrance K.E., Turcotte D.L.* Thermal convection with large viscosity variations // *J. Fluid Mech.* 1971. Vol. 47. P. 113–125.

39. *Turcotte D., Emerman S.* Mechanism of active and passive rifting // *Tectonophysics.* 1983. Vol. 94. P. 39–50.

40. *Zhong S., Gurnis M., Moresi L.* Free-surface formulation of mantle convection—I. Basic theory and application to plume // *Geophys. J. Int.* 1996. Vol. 127. P. 708–718.

TEMPERATURE DISTRIBUTION AT THE BORDER ASTENOSPHERE–LITHOSPHERE (mathematical model)

A. N. Chetyrbotsky^[0000-0002-3982-3608]

Far Eastern Geological Institute, Far Eastern Branch of the Russian Academy
of Sciences, Vladivostok

chetyrbotsky@yandex.ru

Abstract

The convection of matter in the Earth's upper mantle is considered, which in the Oberbeck–Boussinesq approximation is due to thermogravitational differentiation. Within the framework of this approximation, a 2-D numerical simulation of convective flows of the medium matter was performed. The equation for temperature follows from the entropy balance relation, where, due to taking into account the variable viscosity in the system, there is an effect of energy dissipation. The boundary conditions correspond to the assignment of the temperature generally accepted at the boundary of the upper and lower mantles, and for the lateral boundaries - their thermal insulation. At the asthenosphere–lithosphere boundary, assumptions were made that the heat dynamics is determined by its flow from the asthenosphere layer closest to the boundary, part of the heat dissipation along the boundary, and heat consumption for melting the lithosphere matter. Numerical solution of the constitutive equations is carried out in variables stream function - vorticity. An iterative scheme for their solution is given. The issues of software implementation of the numerical simulation apparatus are discussed. It is shown that under such boundary conditions, a quasi-periodic regime of heat oscillations is formed in the system under consideration.

Keywords: *asthenosphere, Oberbeck–Boussinesq approximation, mantle convection, boundary conditions, numerical algorithm.*

REFERENCES

1. Vityazev A.V., Pechernikova G.V. Rannyaya differenciaciya Zemli i problema lunnogo sostava // Fizika Zemli. 1996. № 6. S. 3–6.
2. Dzhozef D. Ustojchivost' dvizheniya zhidkosti. M.: Mir, 1981. 638 s.

3. Dobrecov N.L., Kirdyashkin A.G. Glubinnaya geodinamika. Novosibirsk: Izd-vo SO RAN NIC OIGGM SO RAN, 1994. 299 s.
4. Zhanemonec V.B., Kotelkin V.D., Myasnikov V.P. O dinamike litosfernykh dvizhenij // Fizika Zemli. 1974. № 5. S. 43–54.
5. Keondzhyan V.N. Model' himiko-plotnostnoj differenciacii mantii Zemli // Fizika Zemli. 1980. № 8. S. 3–15.
6. Kirdyashkin A.A., Kirdyashkin A.G., Surkov A.V. Teplovaya gravitacionnaya konvekciya v astenosfere pod sredinno-okeanicheskim hrebtom i ustojchivost' osnovnykh glubinykh pargenezisov // Geologiya i geofizika. 2006. T. 47. № 1. S. 76–94.
7. Korobicyna ZH.L., Ovcharova A.S. Primenenie metoda fiktivnykh oblastej dlya zadach teplovoj konvekcii // Tr. Konf. RDAMM-2001. 2001. C. 372–382.
8. Korobicyna ZH.L., Tychkov S.A. CHislennoe modelirovanie processov teplo- i massoperenosa s uchetoм fazovogo perekhoda v geodinamike // ZHVMiMF. 1997. T. 37. № 6. S. 733–741.
9. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaya fizika. T. VI. Gidrodinamika. M.: Fizmatlit. 2003. 736 s.
10. Lobkovskij L.I., Nikishin A.M., Hain V.E. Sovremennyye problemy geotektoniki i geodinamiki. M.: Nauchnyj mir, 2004. 612 s.
11. Monin A.N. Istoriya Zemli. L.: Nauka, 1977. 228 s.
12. Monin A.S., Sorohtin O.G. Ob ob'emnoj gravitacionnoj differenciacii Zemli // DAN SSSR. 1981. T. 259. № 5. S. 1076–1079.
13. Met'yuz Dzh., Fink K. CHislennyye metody. Ispol'zovanie MATLAB. M.: Izdatel'skij dom «Vil'yams», 2001. 720 s.
14. Oran E., Boris Dzh. CHislennoe modelirovanie reagiruyushchih potokov. M.: Mir, 1990. 660 s.
15. Prigozhin I., Kondepudi D. Sovremennaya termodinamika. Ot teplovykh dvigatelej do dissipativnykh struktur. M.: Mir, 2002. 461 s.
16. Rouch P.Dzh. Vychislitel'naya gidrodinamika. M.: Mir, 1980. 618 s.
17. Rychkova E.V., Tychkov S.A. CHislennaya model' teplovoj konvekcii v verhnej mantii Zemli pod litosferoj kontinentov // Vychislitel'nye tekhnologii. 1997. T. 2. № 5. S. 66–81.
18. Samarskij A.A. Teoriya raznostnykh skhem. M.: Nauka, 1983. 616 s.

19. *Sorohtin O.G., Ushakov S.A.* Global'naya evolyuciya Zemli. M.: Izd-vo MGU, 1991. 446 s.
20. *Temam R.* Uravneniya Nav'e–Stoksa. Teoriya i chislennyj analiz. M.: Mir, 1981. 408 s.
21. *Trubicyn V.P.* Geodinamicheskaya model' evolyucii Tihogo okeana // Fizika Zemli. 2006, № 2. S. 3–25.
22. *Trubicyn V.P.* Sejsmicheskaya tomografiya i drejfk kontinentov // Fi-zika Zemli. 2008. № 12. S. 83–91.
23. *Trubicyn V.P., Baranov A.A., Evseev A.N., Trubicyn A.P., Harybin E.V.* Vliyanie nizkovyazkoj astenosfery na mantijnye techeniya // Fizika Zemli. 2006, № 12. S. 11–19.
24. *Trubicyn V.P., Nikolajchik V.V.* Rezhimy teplovoj konvekcii Zemli // Fizika Zemli. 1991. № 6. S. 3–12.
25. *Trubicyn V.P., Belavina YU.F., Rykov V.V.* Teplovoe i mekhanicheskoe vzaimodejstvie mantii s kontinental'noj litosferoj // Fizika Zemli. 1993. № 11. S. 3–15.
26. *Trubicyn V.P., Harybin E.V.* Geodinamicheskaya model' differencia-cii mantijnogo veshchestva v glubinah Zemli // Izv. AN SSSR. Fizika Zemli. 1988. № 4. S. 83–89.
27. *Tychkov S.A., Chervov V.V., Chernyh G.G.* CHislennaya model' trekhmernoj konvekcii v verhnej mantii Zemli // Fizika Zemli. 2005. № 5. S. 48–64.
28. *Uajli P.* Zemnaya mantiya // UFN. 1977. T. 121. № 1. S. 139–156.
29. *Fletcher K.* Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkostej. M.: Mir. 1991. T. 1. 504 s.
30. *Cristensen U.* Convection with pressure- and temperature-depend non Newtonian rheology // Geophys. J. Roy. Astr. Soc. 1984. Vol. 77. No. 2. P. 343–384.
31. *Davis T.A.* UMFPACK Version 4.6 User Guide (<http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/umfpack>), Dept. of Computer and Information Science and Engineering, Univ. of Florida, Gainesville, FL. 2002.
32. *Gurnis M., Davies G.F.* Numerical study of high Rayleigh number convection in a medium with depth-depend viscosity // Geophys. J. Roy. Astr. Soc. 1985. Vol. 186, No. 85. P. 523–541.
33. *Houston M.H. Jr., De Bremaecker J.Cl.* ADI solution of free convection in a variable viscosity fluid// J. of Comput. Physics. 1974. Vol. 16. P. 231–239.

34. *Lowman J.P., Jarvis G.* Mantle convection flow reversals due to continental collisions // *Geophys. Res. Lett.* 1993. Vol. 20. P. 2087–2090.

35. *McKenzie D.P., Roberts J.M., Weiss N.O.* Convection in Earth's mantle: towards a numerical simulation // *J. Fluid Mech.* 1974. Vol. 62. Part 3. P. 465–538.

36. *Schubert G., Anderson C.A.* Finite element calculation of very high Rayleigh number thermal convection // *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* 1985. Vol. 80. P. 298–318.

37. *Spohn T., Schubert G.* Convective thinning of the lithosphere: a mechanism for rifting and mid-plate volcanism on Earth, Venus and Mars // *Tectonophysics.* 1983. Vol. 94. P. 67–90.

38. *Torrance K.E., Turcotte D.L.* Thermal convection with large viscosity variations // *J. Fluid Mech.* 1971. Vol. 47. P. 113–125.

39. *Turcotte D., Emerman S.* Mechanism of active and passive rifting // *Tectonophysics.* 1983. Vol. 94. P. 39–50.

40. *Zhong S., Gurnis M., Moresi L.* Free-surface formulation of mantle convection—I. Basic theory and application to plume // *Geophys. J. Int.* 1996. Vol. 127. P. 708–718.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ



ЧЕТЫРБОЦКИЙ Александр Наумович – ведущий научный сотрудник Дальневосточного геологического института ДВО РАН, г. Владивосток;

Alexander CHETYRBOTSKY – leading Researcher of Far East Geological Institute (FEGI FEB RAS), Vladivostok.

e-mail: chetyrbotsky@yandex.ru

ORCID ID: 0000-0002-3982-3608

Материал поступил в редакцию 31 октября 2022 года
