

УДК 519.713

О РАЗДЕЛИМОСТИ ВХОДО-ВЫХОДНЫХ ПОЛУАВТОМАТОВ С НЕДЕТЕРМИНИРОВАННЫМ ПОВЕДЕНИЕМ

И. Б. Бурдонов, Н. В. Евтушенко, А. С. Косачев

Институт системного программирования им. В.П. Иванникова Российской академии наук, г. Москва

igor@ispras.ru, evtushenko@ispras.ru, kos@ispras.ru

Аннотация

При синтезе тестов для проверки функциональных и нефункциональных требований для компонентов различных управляющих систем особое значение имеет понятие различимости, поскольку должна быть возможность отличить правильно функционирующий компонент от неправильно функционирующего, и при активном тестировании для этого используются специальные различающие последовательности. Такие последовательности хорошо исследованы для детерминированных и полностью определенных автоматов, однако компоненты управляющих систем часто могут быть описаны только частично и имеют недетерминированное поведение. В настоящей работе мы рассматриваем модель входо-выходного полуавтомата, вводим понятие разделяющей последовательности для двух таких полуавтоматов, при однократной подаче которой можно однозначно распознать, какой из двух полуавтоматов представлен для эксперимента, и предлагаем алгоритм построения таких последовательностей для специального класса полуавтоматов.

Ключевые слова: *входо-выходной полуавтомат, тестирование, разделяющая последовательность*

ВВЕДЕНИЕ

Задача синтеза тестов с гарантированной полнотой для управляющих систем по-прежнему является актуальной, и при построении таких тестов широко используются трассовые модели. В частности, активно используется модель конечного входо-выходного автомата/полуавтомата, описывающая поведение системы как

отображение последовательностей действий в одном (входном) алфавите в последовательности в другом (выходном) алфавите [1–5]. При синтезе тестов для проверки различных свойств управляющей системы на основе модели «белого ящика» особое значение имеет понятие различимости, поскольку должна быть возможность отличить правильно функционирующий компонент от неправильно функционирующего, и при активном тестировании для этого используются специальные различающие / разделяющие входные последовательности. Такие последовательности хорошо исследованы для детерминированных и полностью определенных автоматов [5], однако спецификация управляющей системы достаточно часто является частичной и недетерминированной. Для таких конечных автоматов также существуют методы построения различающих / разделяющих входных последовательностей [6–8]. В настоящей работе мы рассматриваем модель входу-выходного полуавтомата [2, 4, 9], поскольку во многих системах наличие выходного символа после каждого входного символа, как это имеет место в классических конечных автоматах, является серьезным ограничением. В модели входу-выходного полуавтомата выходная реакция может появиться только после поступления последовательности входных воздействий, причем в качестве такой реакции может быть не один выходной символ, а последовательность выходных символов. Мы вводим понятие (адаптивной) разделяющей последовательности для двух полуавтоматов специального класса и предлагаем алгоритм проверки ее существования. Если разделяющая последовательность существует, то при однократной подаче такой последовательности можно однозначно распознать, какой из двух полуавтоматов (спецификация или ошибочная реализация) предъявлен для проверки, что при тестировании систем с недетерминированным поведением существенно отличает этот вид различимости от других, для которых различающая последовательность должна быть подана на проверяемую реализацию достаточно большое количество раз (выполнение требования о «всех погодных условиях» [2, 8]). В работе также оценена длина разделяющих последовательностей для полуавтоматов специального класса.

Статья структурирована следующим образом. Раздел 1 содержит определения и обозначения, используемые в работе. В разделе 2 обсуждены отношение делимости и класс входу-выходных полуавтоматов, для которых можно по-

строить (адаптивную) разделяющую последовательность с использованием известных методов из теории автоматов; в разделе 3 приведены оценки длины неадаптивных последовательностей, если последовательности существуют. В заключении, как обычно, кратко обсуждены направления дальнейшей работы.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

В настоящем разделе мы напоминаем необходимые определения из теории трассовых моделей. Кроме того, в разделе определены класс входо-выходных полуавтоматов, рассматриваемый в работе, и понятие разделяющей последовательности для входо-выходных полуавтоматов рассматриваемого класса. Конечный входо-выходной *полуавтомат* (или далее просто *полуавтомат*) есть четверка $\mathcal{S}=(S,s_0,I,O,h_S)$, где S – конечное непустое множество состояний с выделенным начальным состоянием s_0 , I – конечное непустое множество входных действий, O – конечное непустое множество выходных действий, $I \cap O = \emptyset$, и $h_S \subseteq S \times (I \cup O) \times S$ есть отношение переходов. Существует переход из состояния s в состояние s' под действием символа a , если и только если тройка (s,a,s') принадлежит отношению переходов h_S . Полуавтомат *наблюдаемый*¹, если в любом состоянии по любому символу существует не более одного перехода. Полуавтомат обычно рассматривается как трассовая модель, где под трассой в заданном состоянии понимается последовательность действий из алфавита $I \cup O$, допустимая в этом состоянии. Поскольку в процессе тестирования наблюдаются конечные трассы, то мы предполагаем, что в полуавтомате отсутствуют циклы, помеченные только выходными символами. Для того чтобы исключить состязания в состояниях полуавтомата, мы рассматриваем полуавтоматы, в которых в каждом состоянии определены только входные или только выходные символы. Иными словами, в данной работе под входо-выходным полуавтоматом понимается наблюдаемый полуавтомат $\mathcal{S}=(S,s_0,I,O,h_S)$, в котором множество S есть объединение трех непересекающихся подмножеств S_1 , S_2 и S_3 : в состояниях множества S_1 определены переходы только по входным символам (и есть хотя бы один такой переход),

¹Достаточно часто такой полуавтомат называется детерминированным [1]. Однако мы используем термин «детерминированный» для наблюдаемых полуавтоматов, у которых в состоянии определено не более одного выходного символа.

а в состояниях множества S_2 есть только переходы по выходным символам (и есть хотя бы один такой переход). В состояниях множества S_3 не определен ни один переход, т. е. эти состояния являются тупиковыми состояниями. Вообще говоря, каждое из подмножеств может быть пустым. Трасса в начальном состоянии называется *полной*, если она заканчивается в состоянии, в котором не определены переходы по выходным символам. Для возможного наблюдения таких трасс введем специальный выходной символ $\delta \notin I \cup O$, так называемый «молчащий символ (quiescence)» [2, 4], т. е. в каждом состоянии из множеств S_1 и S_3 добавляется петля по символу δ , который считается выходным символом, и в результате получается полуавтомат S^δ . Таким образом, трасса σ полуавтомата S является *полной* тогда и только тогда, когда в полуавтомате S^δ есть трасса $\sigma\delta$, что соответствует тому, что после этой трассы не может появиться ни один выходной символ из алфавита O (так называемые δ -трассы). Напомним, что, по определению, в полуавтомате отсутствуют циклы, помеченные только символами из выходного алфавита O , и поэтому каждая трасса в полуавтомате является начальным отрезком некоторой *полной* трассы.

Если начальное состояние полуавтомата принадлежит множеству S_1 , то входной символ $i \in I$ называется *строго определенным* в начальном состоянии, если в начальном состоянии определен переход по данному входному символу. Если начальное состояние полуавтомата принадлежит множеству S_2 , то входной символ $i \in I$ называется *строго определенным* в начальном состоянии, если по данному входному символу определен переход в каждом состоянии, которое достижимо из начального состояния по *полной* трассе, помеченной выходными символами из алфавита O . Последовательность αi входных символов из множества I называется *строго определенной* в начальном состоянии полуавтомата S , если последовательность α является *строго определенной* в начальном состоянии полуавтомата, и в каждом состоянии, достижимом из начального состояния по *полной* трассе с входной проекцией α , определен переход с входным символом i .

2. РАЗДЕЛИМОСТЬ ВХОДО-ВЫХОДНЫХ ПОЛУАВТОМАТОВ

Пусть $S=(S,s_0,I,O,h_S)$ и $P=(P,p_0,I,O,h_P)$ суть полуавтоматы из определенного выше класса. Полуавтоматы S и P назовем *неразделимыми*, если для любой входной последовательности α , строго определенной в начальных состояниях полуавтоматов S и P , множества выходных проекций полных трасс полуавтоматов S и P с входной проекцией α пересекаются.

В противном случае полуавтоматы называются *разделимыми*, и входная последовательность α , такая, что множества выходных проекций полных трасс полуавтоматов S и P с входной проекцией α не пересекаются, называется *разделяющей* последовательностью для полуавтоматов S и P .

При синтезе проверяющих тестов на основе модели «белого ящика» для распознавания предъявляются два полуавтомата S и P , где S – обычно полуавтомат-спецификация, а P – полуавтомат, полученный из спецификации посредством некоторой «интересной» мутации. При распознавании этих полуавтоматов внешним экспериментом отношение делимости означает, что если полуавтомат, предъявленный для распознавания, является одним из полуавтоматов S и P , то, подав на предъявленный полуавтомат входную последовательность α и пронаблюдав соответствующую полную трассу, мы однозначно можем определить, какой из полуавтоматов был предъявлен, т. е. обнаружить полуавтомат-мутант. Используется следующая гипотеза о подаче входных последовательностей [9]. Перед подачей очередного входного символа тестер ожидает некоторый разрешенный промежуток времени – максимальный выходной таймаут t . Таким образом, эксперимент с полуавтоматом проводится следующим образом: тестер ожидает время t , если система выдает выходной сигнал, то таймер сбрасывается, и тестер вновь ждет отведенное время t . Если же за время t система не произвела выходного символа, то предполагается, что система выдала выходной символ δ . После этого тестер подает следующий входной символ, и далее вновь ожидает отведенное время t . В этом случае по каждому из полуавтоматов можно построить конечный автомат, который может оказаться частичным и недетерминированным, и использовать методы из [6–8] для проверки делимости построенных конечных автоматов.

Конечный автомат, часто называемый просто *автоматом*, есть пятерка $S = \langle S, X, Y, h_S, s_0 \rangle$, где S есть непустое конечное множество состояний с выделенным начальным состоянием s_0 , X и Y суть непустые конечные *входной* и *выходной алфавиты*, и $h_S \subseteq S \times I \times O \times S$ есть *отношение переходов*. Мы говорим, что существует переход из состояния $s \in S$ в состояние $s' \in S$ по входе-выходной паре x/y (xy), если и только если четверка (s, x, y, s') принадлежит отношению переходов h_S . Автомат S – *наблюдаемый*, если для любых двух переходов $(s, x, y, s'), (s, x, y, s'') \in h_S$ справедливо $s'' = s'$. Если автомат S наблюдаемый, $x \in X$ и $y \in Y$, то состояние s' называется *xy-преемником* состояния s , если $\exists s' (s, x, y, s') \in h_S$; если такого состояния s' нет, будем говорить, что *xy-преемник* пустой. Множество непустых *xy-преемников* состояния s для всех выходных символов y называется *x-преемником* состояния s . Понятие *xy-* и *x-преемников* можно определить для пары различных состояний s_1 и s_2 , если входной символ x определен в каждом из состояний. В этом случае *xy-преемник* определяется как пара *xy-преемников* этих состояний. Если *xy-преемники* этих состояний совпадают, или *xy-преемник* существует только для одного из состояний s_1 и s_2 , то *xy-преемником* пары $\{s_1, s_2\}$ является соответствующий синглетон. Множество непустых *xy-преемников* пары $\{s_1, s_2\}$ называется *x-преемником* этой пары состояний.

Отношение переходов автомата обычным образом расширяется на входные и выходные последовательности; по определению, для каждого $s \in S$ автомата S четверка $(s, \varepsilon, \varepsilon, s)$ находится в множестве переходов автомата S , где ε – пустая последовательность. Расширенное на последовательности отношение переходов автомата обозначается тем же символом h_S . *Входе-выходной последовательностью* или *трассой* автомата в начальном состоянии называется последовательность входе-выходных символов, которые можно последовательно пройти из начального состояния. Входной символ x определен в состоянии s , если отношение переходов содержит четверку (s, x, y, s') для некоторых y и s' . Входная последовательность αx называется *определенной* для автомата, если последовательность α определена в начальном состоянии, и входной символ x определен в каждом состоянии, достижимом из начального состояния по трассе с входной проекцией α . Если автомат S – наблюдаемый, $\alpha\beta$ – входе-выходная последовательность в состоянии s и $(s, \alpha, \beta, s') \in h_S$, то состояние s' называется $\alpha\beta$ -*преемником* состояния

s ; если такого состояния s' нет, будем говорить, что $\alpha\beta$ -преемник пустой. Множество непустых $\alpha\beta$ -преемников состояния s для всех возможных входо-выходных последовательностей $\alpha\beta$ называется α -преемником состояния s .

Два автомата, определенные над одним входным алфавитом, называются *разделимыми*, если существует входная последовательность α , определенная в каждом из автоматов, такая, что множества трасс с входной проекцией α в автоматах не пересекаются. В противном случае автоматы называются *неразделимыми*. Известны алгоритмы построения разделяющей последовательности как для полностью определенных и наблюдаемых автоматов, так и для частичных ненаблюдаемых автоматов [6, 7], и эти алгоритмы можно использовать при построении разделяющей последовательности для входо-выходных полуавтоматов, рассматриваемых в данной работе. Построим по полуавтомату S конечный, возможно, недетерминированный автомат с использованием алгоритма из работы [9].

Алгоритм 1 построения конечного автомата по входо-выходному полуавтомату

Вход: Наблюдаемый входо-выходной полуавтомат $S=(S,s_0,I,O,h_s)$, в котором множество S есть объединение трех непересекающихся подмножеств S_1, S_2 и S_3 .

Выход: Конечный автомат M_S , представляющий множество трасс полуавтомата S^δ .

Строим автомат $M_S=(S_1 \cup S_3, I \cup \{null_in\}, O \cup O^2 \cup \dots \cup O^{ns} \cup \{\delta\}, T_{MS})$, $null_in \notin I$, с пустым множеством переходов, т. е. $T_{MS}=\emptyset$, где ns – наибольшая длина трассы из выходных символов в полуавтомате S :

- для каждого состояния $s \in S_1$, такого, что $(s,i,s') \in T_S$, $s' \in S_1 \cup S_3$, добавляем к T_{MS} переход (s,i,δ,s') ;

- для каждого состояния $s \in S_1$, такого, что $(s,i,s') \in T_S$, $s' \in S_2$, добавляем к T_{MS} переход $(s,i,o_1 o_2 \dots o_k, s'')$, $k \leq ns$, где $s'' \in S_1 \cup S_3$ есть $o_1 o_2 \dots o_k$ -преемник состояния s' .

Если начальное состояние полуавтомата S принадлежит S_2 , то добавляем к T_{MS} переход $(s_0, null_in, o_1 o_2 \dots o_k, s)$, где $s \in S_1 \cup S_3$, и s есть $o_1 o_2 \dots o_k$ -преемник состояния s_0 . Если начальное состояние полуавтомата S принадлежит S_3 , то множество переходов T_{MS} автомата является пустым, т. е. есть тривиальный автомат, множество трасс которого содержит единственную пустую последовательность ε .

□

Непосредственной проверкой можно убедиться, что по правилам построения автомата M_S имеют место следующие достаточно простые утверждения.

Предложение 1. Если S – наблюдаемый входо-выходной полуавтомат, то автомат M_S , построенный по алгоритму 1, есть наблюдаемый автомат.

Предложение 2. Пусть S – наблюдаемый входо-выходной полуавтомат из рассматриваемого класса. Если начальное состояние полуавтомата есть состояние из множества S_1 , то входная последовательность α является строго определенной в полуавтомате S , если и только если α является определенной входной последовательностью в автомате M_S . Если начальное состояние полуавтомата есть состояние из множества S_2 , то входная последовательность α является строго определенной в полуавтомате S , если и только если последовательность $null_in \alpha$ является определенной входной последовательностью в автомате M_S .

Предложение 3. Пусть S – наблюдаемый входо-выходной полуавтомат. Если в начальном состоянии полуавтомата определены переходы только по входным символам, то множества трасс полуавтомата S^δ и автомата M_S совпадают. Если в начальном состоянии полуавтомата определены переходы только по выходным символам, то каждой трассе α в полуавтомате S соответствует трасса $null_in \alpha$ в автомате M_S , и обратно.

Пусть $S=(S, s_0, I, O, h_S)$ и $P=(P, p_0, I, O, h_P)$ суть полуавтоматы из рассматриваемого класса. По каждому из полуавтоматов S^δ и P^δ можно построить соответствующий конечный, возможно, недетерминированный и частичный автомат. Следствием предложений 2 и 3 является следующая теорема.

Теорема 4. Полуавтоматы S и P являются разделимыми, если и только если разделимыми являются автоматы M_S и M_P . Более того, если начальные состояния полуавтоматов суть состояния из S_1 и P_1 , то последовательность α является разде-

ляющей для полуавтоматов S и P , если и только если α является таковой для автоматов M_S и M_P . Если начальные состояния полуавтоматов суть состояния из S_2 и P_2 , то последовательность α является разделяющей для полуавтоматов S и P , если и только если последовательность $null_in \alpha$ является таковой для автоматов M_S и M_P . Если начальные состояния полуавтоматов суть состояния из S_1 и P_2 или S_2 и P_1 , то пустая последовательность является разделяющей для полуавтоматов S и P .

Для построения разделяющей последовательности для автоматов M_S и M_P используется алгоритм построения разделяющей последовательности из [6].

Алгоритм 2 построения разделяющей последовательности для двух наблюдаемых, возможно частичных автоматов.

Вход: Два наблюдаемых, возможно частичных автомата M_S и M_P над входным алфавитом I .

Выход: Разделяющая последовательность для автоматов M_S и M_P , если автоматы разделимы, или сообщение «Автоматы не являются разделимыми» в противном случае.

Шаг 1. Строим пересечение автоматов M_S и M_P . Если пересечение является полностью определенным автоматом, то **Return** сообщение «Автоматы не являются разделимыми».

Шаг 2. Если пересечение M_S и M_P является частичным автоматом, то строим усеченное дерево преемников для начального состояния пересечения. Корень дерева помечается парой начальных состояний автоматов; вершины дерева помечаются подмножествами состояний автоматов из пересечения. Пусть уже построены j уровней дерева, $j \geq 0$, и внутренняя (не финальная) вершина $j^{\text{го}}$ уровня помечена подмножеством P состояний пересечения. Из вершины существует исходящая дуга, помеченная входным символом i , если i является определенным входным символом в каждом из состояний множества P . В этом случае конец дуги помечен множеством i -преемников состояний из P . Текущая вершина $Current$ на $p^{\text{м}}$ уровне, $p \geq 0$, помеченная множеством P состояний, является **листом**, если выполняется одно из следующих условий:

Правило 1: Существует входной символ i , для которого каждое состояние (s, p) множества P не имеет i -преемников, в то время как в каждом из состояний s и p входной символ i определен.

Правило 2: Существует вершина на j^m уровне $j < p$, помеченная множеством R состояний, такая, что $P \supseteq R$.

Шаг 3.

Если ни один из путей дерева не заканчивается листом, полученным по Правилу 1, то автоматы не являются разделимыми. **Return** сообщение «Автоматы не являются разделимыми».

Если существует конечная вершина, объявленная листом по Правилу 1, т. е. помеченная множеством P состояний пересечения, такая, что существует входной символ i , для которого каждое состояние (s, p) множества P не имеет i -преемников, в то время как в каждом из состояний s и p входной символ i определен, и путь в эту вершину помечен входной последовательностью α , входная последовательность αi является разделяющей последовательностью для автоматов M_s и M_p . **Return** последовательность αi .

□

Заметим, что при использовании алгоритма 2, если усеченное дерево построено полностью или если обход дерева ведется в ширину, то для разделимых автоматов M_s и M_p будет построена кратчайшая разделяющая последовательность.

Таким образом, можно предложить следующий алгоритм для проверки разделимости входов-выходных полуавтоматов.

Алгоритм 3 проверки разделимости входов-выходных полуавтоматов и построения разделяющей последовательности, если полуавтоматы разделимы:

Вход: Входы-выходные наблюдаемые полуавтоматы $S=(S,s_0,I,O,h_s)$ и $P=(P,p_0,I,O,h_p)$.

Выход: Разделяющая последовательность α или сообщение “Полуавтоматы не являются разделимыми”.

Шаг 1. Если начальное состояние полуавтомата $S(P)$ принадлежит множеству $S_1 \cup S_3 (P_1 \cup P_3)$, а начальное состояние полуавтомата $P(S)$ принадлежит множеству $S_2 (P_2)$, то пустая входная последовательность является разделяющей для полуавтоматов S и P . Если начальное состояние полуавтомата $S(P)$ принадлежит множеству $S_3 (P_3)$, а начальное состояние полуавтомата $P(S)$ принадлежит множеству $S_1 (P_1)$, то выдать сообщение «Полуавтоматы не являются разделимыми».

Шаг 2. Пусть начальные состояния полуавтоматов S и P принадлежат множествам $S_1 \cup S_3$ и $P_1 \cup P_3$ или множествам S_2 и P_2 . Строим автоматы M_S и M_P по алгоритму 1.

Шаг 3. Проверяем наличие разделяющей последовательности, используя алгоритм 2. Если разделяющей последовательности для автоматов не существует, то выдаем сообщение «Полуавтоматы не являются разделимыми».

Если разделяющая последовательность α для автоматов M_S и M_P построена, то **Return** α , если α начинается с входного символа из алфавита I . Если разделяющая последовательность α имеет вид $null_in \beta$, то **Return** β .

□

Пример. Рассмотрим полуавтоматы S и P на рис. 1а и 2а с начальными состояниями $s1$ и $p1$ и соответствующие автоматы M_S и M_P на рис. 1б и 2б.

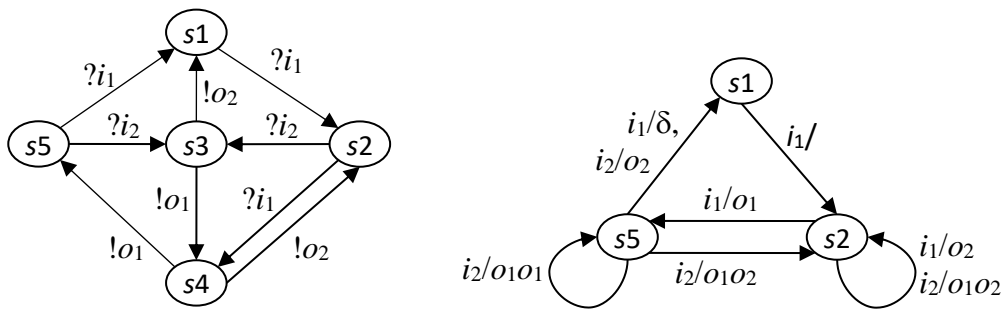


Рис. 1. Полуавтомат S (а) и автомат M_S (б)

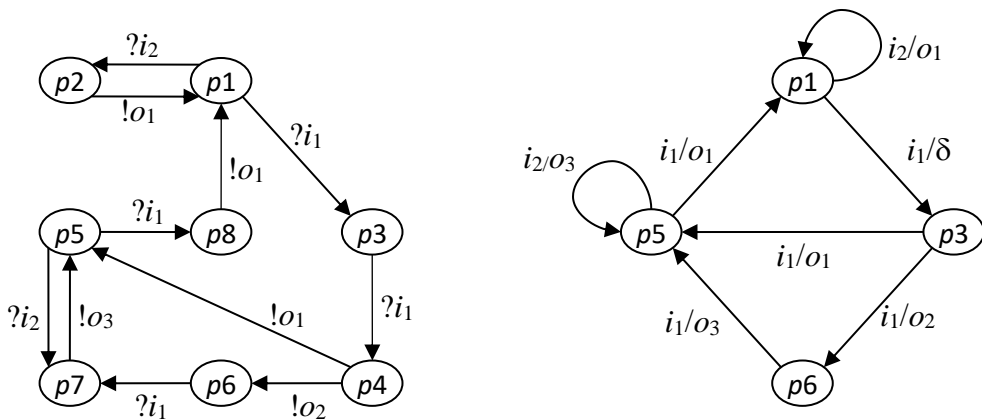


Рис. 1. Полуавтомат P (а) и автомат M_P (б)

С использованием алгоритма 2 можно построить разделяющую последовательность, фрагмент соответствующего усеченного дерева преемников представлен на рис. 3. В частности, в одном из состояний пары состояний (s_2, p_3) входной символ i_2 не определен, поэтому в этом состоянии в усеченном дереве есть только дуга, помеченная входным символом i_1 . Состояния s_5 и p_5 и состояния s_2 и p_6 разделяются входным символом i_1 , который определен в каждом из этих состояний, таким образом, входная последовательность $i_1 i_1 i_1$ является разделяющей для полуавтоматов S и P .

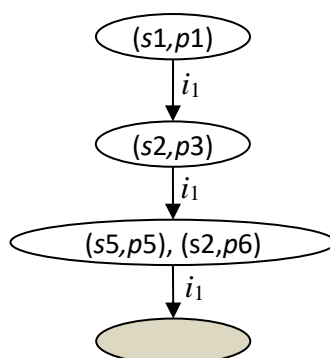


Рис. 3. Фрагмент усеченного дерева преемников для автоматов на рис. 1б и 2б

3. ОЦЕНКА ДЛИНЫ РАЗДЕЛЯЮЩЕЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Для конечных полностью определенных наблюдаемых автоматов известна точная оценка длины кратчайшей разделяющей последовательности относительно числа состояний автоматов [7]. Эта оценка равна 2^{mn-1} , если автоматы M_S и M_P имеют m и n состояний, однако результат доказан только для автоматов с числом входных символов 2^{mn-1} . Соответственно, длина разделяющей последовательности для полуавтоматов S и P , которые имеют m и n состояний в множествах $S_1 \cup S_3$ и $P_1 \cup P_3$, не превосходит этой величины. Для проверки достижимости этой оценки необходимы дополнительные исследования. Тем не менее, нами показано, что экспоненциальная оценка длины разделяющей последовательности достижима для наблюдаемых полуавтоматов, в которых в каждом состоянии из множеств S_1 и P_1 определен каждый входной символ, а множества S_3 и P_3 являются пустыми. Иными словами, существуют полуавтоматы, для которых кратчайшая разделяющая последовательность имеет экспоненциальную длину относительно числа состояний, по крайней мере, одного из полуавтоматов.

Теорема 5. Для любых $k \geq 3$ и $n > 1$ существуют наблюдаемые полностью определенные по входным символам полуавтоматы S_k с $k(2k-3)$ состояниями и A_n с $n(2k-3)$ состояниями, $(2k-4)$ входными и k выходными символами, такие, что длина кратчайшей разделяющей последовательности равна $(n-1)2^{k-2}+1=O(n2^k)$.

Для доказательства теоремы докажем сначала следующее утверждение для конечных автоматов.

Утверждение 6. Для любых $k \geq 3$ и $n > 1$ существуют наблюдаемые полностью определенные автоматы S_k с k состояниями и A_n с n состояниями, $(2k-4)$ входными и k выходными символами, такие, что длина кратчайшей разделяющей последовательности равна $(n-1)2^{k-2}+1=O(n2^k)$.

Доказательство. Построим конечный автомат S_k , $k > 2$, с множеством $\{0, \dots, k-1\}$ состояний и начальным состоянием 1, $2k-4$ входными символами и k выходными символами. Пусть множество состояний есть $\{0, \dots, k-1\}$, множеством $\{a, e, b_3, c_3, \dots, b_{k-1}, c_{k-1}\}$ входных символов и множество $\{y, y', y_2, \dots, y_{k-1}\}$ выходных символов. Автомат S_k имеет следующие переходы.

Состояние 0: Под действием всех входных символов осуществляется переход в состояние 0 с выходными символами y и y' .

Состояние 1: Под действием входного символа a осуществляется переход в каждое состояние j с выходным символом y_j для каждого $j=2, \dots, k-1$; для каждого входного символа $e, b_3, \dots, b_{k-1}, c_3, \dots, c_{k-1}$ осуществляется переход в состояние 0 с выходным символом y .

Состояние 2: Под действием входного символа e осуществляется переход в состояние 1 с выходным символом y ; для каждого входного символа $b_j, j=3, \dots, k-1$, осуществляется переход в состояние j с выходным символом y ; для каждого входного символа $a, c_j, j=3, \dots, k-1$, осуществляется переход в состояние 0 с выходным символом y .

При $k \geq 4$:

Состояние 3: Под действием входных символов $a, e, b_4, \dots, b_{k-1}, c_4, \dots, c_{k-1}$ осуществляется переход в состояние 0 с выходным символом y ; для входного символа b_3 осуществляется переход в состояние 3 с выходным символом y ; для входного символа c_3 осуществляется переход в состояние 2 с выходным символом y_2 .

При $k \geq 5$:

Состояние $j, j=4, \dots, k-1$: Для каждого входного символа $b_3, \dots, b_j, c_3, \dots, c_{j-1}$ осуществляется переход в состояние j с выходным символом y ; под действием входного символа c_j осуществляется переход в состояние p с выходным символом y_p для каждого $p=2, \dots, j-1$; для каждого входного символа $a, e, b_{j+1}, \dots, b_{k-1}, c_{j+1}, \dots, c_{k-1}$ осуществляется переход в состояние 0 с выходным символом y .

Автоматы S_5 и A_n с $n>1$ состояниями и начальным состоянием 1 показаны на рис. 4 и 5.

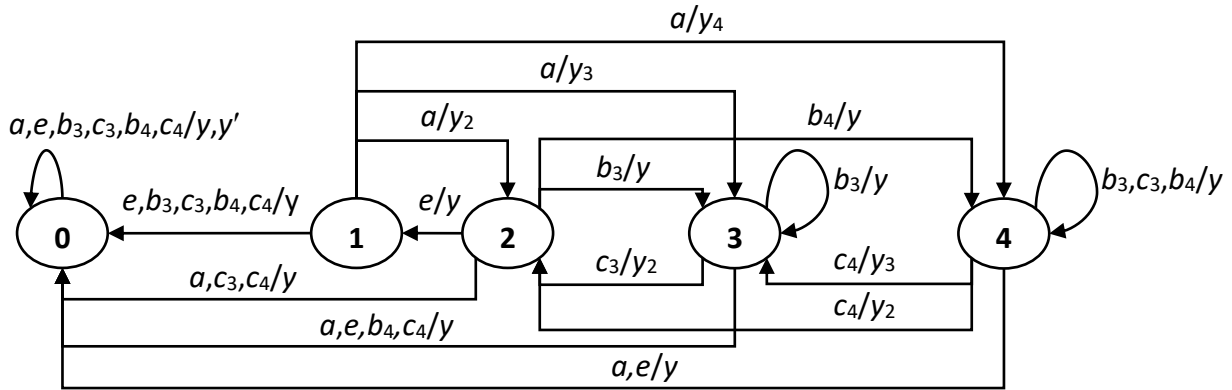


Рис. 4. Автомат S_5

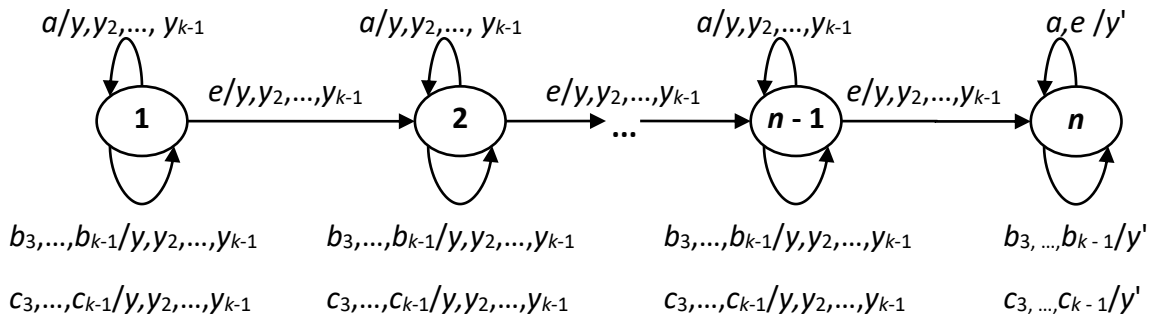


Рис. 5. Автомат $A_n, n>1$

По определению автоматов S_k и A_n , в автомате A_n в каждом состоянии, кроме состояния n , для каждого входного символа есть переход с каждым выходным символом, а в состоянии n – только с символом y' . В автомате S_k в каждом состоянии, кроме состояния 0, для каждого входного символа есть переходы с выходными символами, отличными от y' , а в состоянии 0 для каждой пары из входного и выходного символов есть переход. Поэтому кратчайшая разделяющая последовательность для автоматов S_k и A_n должна иметь вид $\alpha_{k,n}x$, где последовательность $\alpha_{k,n}$ переводит автомат A_n в состояние n , а автомат S_k гарантированно не переводит в состояние 0, после чего подаётся один (любой) входной символ x :

в автомате A_n будет получен выходной символ y' , а в автомате S_k гарантированно другой выходной символ. Для определенности будем считать $x=a$.

Для того чтобы последовательность $\alpha_{k,n}$ переводила автомат A_n в состояние n , она должна содержать $n-1$ символов e . В автомате S_k переход по e ведет из состояния 2 в начальное состояние 1, а из любого другого состояния – в состояние 0. Таким образом, последовательность $\alpha_{k,n}$ должна иметь вид $(\beta_k)^{n-1}$, где последовательность β_k – это последовательность, гарантированно переводящая автомат S_k из состояния 1 в состояние 1 с однократным проходом по переходу $(2,e,y,1)$. Покажем, что $\beta_k = a\gamma_k e$, где γ_k – пустая последовательность, а для $k > 3$ $\gamma_k = \gamma_{k-1} b_{k-1} c_{k-1} \gamma_{k-1}$.

В автомате S_3 в состоянии 1 есть только переходы $(1,e,y,0)$ и $(1,a,y,2)$, а в состоянии 2 – только переходы $(2,e,y,1)$ и $(2,a,y,0)$. Отсюда непосредственно следует, что $\beta_3 = ae$.

При переходе от автомата S_3 к автомату S_4 добавляются состояние 3 и следующие переходы:

из состояния 0: $(0,b_3,y,0)$, $(0,b_3,y',0)$, $(0,c_3,y,0)$, $(0,c_3,y',0)$;

из состояния 1: $(1,b_3,y,0)$, $(1,c_3,y,0)$;

из состояния 2: $(2,b_3,y,3)$, $(2,c_3,y,0)$;

из состояния 3: $(3,b_3,y,3)$, $(3,c_3,y,2)$, $(3,a,y,0)$, $(3,e,y,0)$.

Таким образом, a -преемником начального состояния 1 в автомате S_4 является множество $\{2,3\}$, из которого только по символу b_3 нет перехода в состояние 0; b_3 -преемником множества $\{2,3\}$ является синглетон $\{3\}$, и из состояния 3 только по символам b_3 и c_3 нет перехода в состояние 0. Переход из состояния 3 по символу b_3 является петлей, а по символу c_3 переход ведет в состояние 2. В состоянии 2 имеется переход $(2,e,y,1)$. Поэтому $\beta_4 = ab_3 c_3 e$.

Пусть $k > 4$ и $\beta_{k-1} = a\gamma_{k-1} e$ – кратчайшая последовательность, гарантированно переводящая автомат S_{k-1} из состояния 1 в состояние 1 с однократным проходом по переходу $(2,e,y,1)$. Рассмотрим автомат S_k и покажем, что $\beta_k = a\gamma_{k-1} b_{k-1} c_{k-1} \gamma_{k-1} e$. По сравнению с автоматом S_{k-1} в автомате S_k добавлены состояние $k-1$ и следующие переходы:

из состояния 0: $(0,b_{k-1},y,0)$, $(0,b_{k-1},y',0)$, $(0,c_{k-1},y,0)$, $(0,c_{k-1},y',0)$;

из состояния 1: $(1, b_{k-1}, y, 0)$, $(1, c_{k-1}, y, 0)$;
 из состояния 2: $(2, b_{k-1}, y, k-1)$, $(2, c_{k-1}, y, 0)$;
 из состояния $j=3, \dots, k-2$: $(j, b_{k-1}, y, 0)$, $(j, c_{k-1}, 0)$;
 из состояния $k-1$: $(k-1, b_i, y, k-1)$, $i=3, \dots, k-1$; $(k-1, c_i, y, k-1)$, $i=3, \dots, k-2$; $(k-1, c_{k-1}, y, p)$, $p=2, \dots, k-2$; $(k-1, a, y, 0)$; $(k-1, e, y, 0)$.

Таким образом, a -преемником начального состояния 1 в автомате S_k является множество $\{2, 3, \dots, k-1\}$; γ_{k-1} -преемником подмножества $\{2, 3, \dots, k-2\}$ является состояние 2, а γ_{k-1} -преемником состояния $(k-1)$ является состояние $(k-1)$. Поэтому γ_{k-1} -преемником подмножества $\{2, 3, \dots, k-1\}$ – множество $\{2, k-1\}$; b_{k-1} -преемником множества $\{2, k-1\}$ – синглетон $\{k-1\}$; c_{k-1} -преемником состояния $(k-1)$ – множество $\{2, 3, \dots, k-2\}$, которое гарантированно переводится в состояние 1 последовательностью $\gamma_{k-1}e$. Таким образом, последовательность $a\gamma_{k-1}b_{k-1}c_{k-1}\gamma_{k-1}e$ гарантированно переводит автомат S_k из состояния 1 в состояние 1 с однократным проходом по переходу $(2, e, y, 1)$.

Покажем, что последовательность $a\gamma_{k-1}b_{k-1}c_{k-1}\gamma_{k-1}e$ есть кратчайшая последовательность с таким свойством. Пусть α – некоторая кратчайшая последовательность, гарантированно переводящая автомат S_k из состояния 1 в состояние 1 с однократным проходом по переходу $(2, e, y, 1)$. Для входного символа x справедливо, что x -преемник начального состояния 1 не содержит состояние 0 только, если $x=a$. Поэтому последовательность α должна начинаться символом a . В состоянии 1 в автомате S_k ведет единственный переход $(2, e, y, 1)$, а переходы по e из других состояний ведут в состояние 0. Поэтому последовательность α должна заканчиваться символом e и не содержать других вхождений этого символа. Заметим также, что переход по входному символу a из любого состояния, кроме состояния 1, ведет в состояние 0. Поэтому $\alpha = a\alpha_1e$, где α_1 не содержит символов a и e . По определению, a -преемником начального состояния 1 в автомате S_k является множество $\{2, 3, \dots, k-1\}$. Пусть α_2 – максимальный префикс α_1 , не содержащий символов b_{k-1} и c_{k-1} . Тогда α_2 -преемник множества $\{2, 3, \dots, k-1\}$ содержит состояние $(k-1)$ и хотя бы одно из состояний 2, 3, ..., $k-2$, т. е. $\alpha_1 = \alpha_2 x \alpha_3$, где $x = b_{k-1}$ или $x = c_{k-1}$. Поскольку в каждом из состояний 2, 3, ..., $k-2$ переход по c_{k-1} ведет в состояние 0 и в каждом из состояний 3, ..., $k-2$ переход по b_{k-1} ведет в состояние 0, $x = b_{k-1}$, и α_2 -преемник множества $\{2, 3, \dots, k-1\}$ есть множество $\{2, k-1\}$. Поскольку в состоянии

$(k-1)$ из других состояний можно перейти только по переходу $(2, b_{k-1}, y, k-1)$, α_2 -преемник множества $\{2, 3, \dots, k-2\}$ есть синглетон $\{2\}$. Поскольку $\beta_{k-1} = a\gamma_{k-1}e$ – кратчайшая последовательность, гарантированно переводящая автомат S_{k-1} из состояния 1 в состояние 1 с однократным проходом по переходу $(2, e, y, 1)$, последовательность α_2 не короче последовательности γ_{k-1} . Из состояния $(k-1)$ переходы в состояния, отличные от состояний $k-1$ и 0, суть переходы $(k-1, c_{k-1}, y_p, p)$, $p=2, \dots, k-2$. Следовательно, последовательность α_3 должна начинаться с символа c_{k-1} , т. е. $\alpha_3 = c_{k-1}\alpha_4$. Кроме того, c_{k-1} -преемником множества $\{2, k-1\}$ является множество $\{2, 3, \dots, k-2\}$, для которого кратчайшая последовательность, гарантированно переводящая автомат S_k в состояние 2, есть последовательность γ_{k-1} . Поэтому последовательность α_4 не короче последовательности γ_{k-1} , и, соответственно, последовательность $\alpha = a\alpha_2 b_{k-1} c_{k-1} \alpha_4 e$ не короче последовательности $a\gamma_{k-1} b_{k-1} c_{k-1} \gamma_{k-1} e$. Следовательно, $a\gamma_{k-1} b_{k-1} c_{k-1} \gamma_{k-1} e$ есть кратчайшая последовательность, гарантированно переводящая автомат S_k из состояния 1 в состояние 1 с однократным проходом по переходу $(2, e, y, 1)$.

Соответственно, последовательность $(a\gamma_{k-1}e)^{n-1}a$, длина которой равна $(n-1)2^{k-2} + 1 = O(n2^k)$, является кратчайшей разделяющей для автоматов A_n и S_k .

□

Для доказательства теоремы 5 построим полуавтоматы, по которым по алгоритму 1 строятся автоматы S_k и A_n . Для этого введем в каждый полуавтомат для каждой пары <состояние, входной символ>, т. е. пары (s, i) , введем дополнительное состояние (s, i) , т. е. множеством состояний полуавтомата S_k является объединение множеств $\{0, \dots, k-1\}$ и $\{(s, i) : s \in \{0, \dots, k-1\}, i \in \{a, e, b_3, c_3, \dots, b_{k-1}, c_{k-1}\}\}$; множеством состояний автомата A_n является объединение множеств $\{1, \dots, n\}$ и $\{(s, i) : s \in \{1, \dots, n\}, i \in \{a, e, b_3, c_3, \dots, b_{k-1}, c_{k-1}\}\}$. Переходу (s, i, o, s') в соответствующем полуавтомате соответствуют два перехода $(s, i, (s, i))$ и $((s, i), o, s')$. Таким образом, число состояний полуавтомата, построенного по автомату S_k , равно $k(2k-3)$; число состояний полуавтомата, построенного по автомату A_n , равно $n(2k-3)$.

Согласно теореме 4, множество разделяющих последовательностей для построенных полуавтоматов совпадает с таковым для соответствующих автоматов, т. е. кратчайшая разделяющая последовательность имеет длину $(n-1)2^{k-2} + 1$.

□

Если полуавтоматы S и P могут быть ненаблюдаемыми, то соответствующие автоматы M_S и M_P могут оказаться ненаблюдаемыми. В работе [6] предложен алгоритм построения разделяющей последовательности для таких автоматов: в этом случае соответственно изменяется определение i_0 -преемника состояния, который не обязательно является синглетоном. Поскольку алгоритм также основан на построении подмножеств, то можно ожидать, что оценка на длину кратчайшей разделяющей последовательности совпадет с таковой для наблюдаемых автоматов.

Еще один вопрос касается адаптивной различимости. Адаптивная разделяющая последовательность для двух конечных автоматов представляется в виде тестового примера, т. е. подходящего ациклического автомата, и методы построения соответствующих тестовых примеров для наблюдаемых автоматов известны [8]. В этом случае высота тестового примера, т. е. длина самой длинной входной последовательности, приложенной в процессе различающего эксперимента, не превышает величины mn , таким образом, адаптивные разделяющие последовательности являются более эффективными при тестировании на основе модели «белого ящика». Однако, если автоматы могут быть ненаблюдаемыми, то необходимы дополнительные исследования по синтезу и оценке длины адаптивной разделяющей последовательности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы исследуем отношение делимости для входо-выходных полуавтоматов специального класса, которые достаточно часто используются в качестве спецификаций для описания поведения управляющих систем. При тестировании реализаций таких систем на основе модели «белого ящика» в спецификацию вносятся подходящие мутации, и в процессе тестирования (эксперимента с реализацией системы) требуется определить наличие внесенных мутаций. При наличии для каждой пары (спецификация, мутант) (адаптивной) разделяющей последовательности не требуется выполнения «всех погодных условий», т. е. каждая такая последовательность подается на проверяемую систему только один раз. С другой стороны, однократная подача различающей последовательности приводит к увеличению длины такой последовательности, и направлениями

наших дальнейших исследований являются как анализ других отношений различимости для входо-выходных полуавтоматов, так и исследование других классов полуавтоматов на предмет построения (адаптивных) разделяющих последовательностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kam T., Villa T., Brayton K.R., Sangiovanni-Vincentelli A.* Synthesis of FSMs: Functional Optimization. Springer. 1997. 282 p.
2. *Бурдонов И.Б., Косачев А.С., Кулямин В.В.* Теория соответствия для систем с блокировками и разрушением. Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 2008. 412 с.
3. *Tretmans J.* A formal approach to conformance testing // The Intern. Workshop on Protocol Test Systems. 1993. P. 257–276.
4. *Starke P.* Abstract Automata. American Elsevier, 1972. 419 p.
5. *Гулл А.* Введение в теорию конечных автоматов. Наука, 1966. 272 с.
6. *Kushik N., Yevtushenko N., Cavalli A.R.* On Testing against partial nondeterministic machines // Intern. Conf. on the Quality of information and Communications Technology. 2014. P. 230–233.
7. *Евтушенко Н., Кушик Н.* Некоторые задачи идентификации состояний для недетерминированных автоматов. СТТ, 2018. 190 с.
8. *Petrenko A., Yevtushenko N.* Conformance Tests as Checking Experiments for Partial Nondeterministic FSM // Lecture Notes in Computer Science. 2005. V. 3997. P. 118–133.
9. *Kushik N., Yevtushenko N., Burdonov I., Kossachev A.* Synchronizing and Homing Experiments for Input/output Automata // System Informatics. 2017. No 10. P. 1–10.

SEPARATING INPUT/OUTPUT AUTOMATA WITH NONDETERMINISTIC BEHAVIOR

I. Burdonov, N. Yevtushenko, A. Kossachev

*Ivannikov Institute for System Programming of the Russian Academy of Sciences,
Moscow*

igor@ispras.ru, evtushenko@ispras.ru, kos@ispras.ru

Abstract

When deriving tests for checking functional and nonfunctional requirements for components of control systems, the notion of separability becomes very important that is used for distinguishing the fault-free component from a faulty one. In order to do this, proper separating sequences are utilized. Such sequences are well studied for complete and deterministic Finite State Machines but components of control systems can be only partially described and their behavior can be nondeterministic. In this paper, we consider the formal model of Input/Output automata, introduce the notion of a separating sequence for two such automata and propose an approach for deriving such a separating sequence.

Keywords: *Input/Output automaton, test derivation, separating sequence*

REFERENCES

1. Kam T., Villa T., Brayton K.R., Sangiovanni-Vincentelli, A. Synthesis of FSMs: Functional Optimization. Springer, 1997. 282 p.
2. Burdonov I.B., Kossachev A.S., Kuliain V.V. Conformance theory for systems with blocking and destruction. Nauka, 2008. 412 p.
3. Tretmans J. A formal approach to conformance testing // The Intern. Workshop on Protocol Test Systems. 1993. P. 257–276.
4. Starke P. Abstract Automata. American Elsevier, 1972. 419 p.
5. Gill A. Introduction to automata theory. Nauka, 1966. 272 p.
6. Kushik N., Yevtushenko N., Cavalli A.R. On Testing against partial nondeterministic machines // Intern. Conf. on the Quality of information and Communications Technology. 2014. P. 230–233.

7. Yevtushenko N., Kushik N. Some state identification problems for nondeterministic Finite State Machines. CTT, 2018. 190 p.

8. Petrenko A., Yevtushenko N. Conformance Tests as Checking Experiments for Partial Nondeterministic FSM // Lecture Notes in Computer Science. 2005. V. 3997. P. 118–133.

9. Kushik N., Yevtushenko N., Burdonov I., Kossachev A. Synchronizing and Homing Experiments for Input/output Automata // System Informatics. 2017. No 10. P. 1–10.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



БУРДОНОВ Игорь Борисович – ведущий научный сотрудник Института системного программирования им. В.П. Иванникова РАН. Сфера научных интересов – моделирование и верификация программных систем, теория графов, теория автоматов.

Igor Borisovich BURDONOV – Leading Researcher, Ivannikov Institute for System Programming of the RAS. Research interests - modeling and verification of software systems, graph theory, automata.

email: igor@ispras.ru



ЕВТУШЕНКО Нина Владимировна – ведущий научный сотрудник Института системного программирования им. В.П. Иванникова РАН. Сфера научных интересов – теория автоматов, моделирование, верификация и верификация программных систем, телекоммуникационные протоколы и сервисы.

Nina Vladimirovna YEVTUSHENKO – leading researcher of Ivannikov Institute for System Programming of the RAS. Research interests – automata theory, modeling, verification and testing of software systems, telecommunication protocols and services.

email: evtushenko@ispras.ru



КОСАЧЕВ Александр Сергеевич – ведущий научный сотрудник Института системного программирования им. В.П. Иванникова РАН. Сфера научных интересов – моделирование и верификация программных систем, теория графов, теория автоматов.

Alexander Sergeevich KOSSACHEV – Leading Researcher, Ivannikov Institute for System Programming of the RAS. Research interests - modeling and verification of software systems, graph theory, automata.

email: kos@ispras.ru

Материал поступил в редакцию 07 ноября 2019 года