

УДК 372.8:51

## ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ СПОСОБАМ САМОРЕГУЛЯЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

М.А. Кислякова

Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск

rabota2486@yandex.ru

### **Аннотация**

Актуальная проблема современной теории и методики обучения математике – обучение способам саморегуляции в процессе решения математических задач. Приведены рекомендации и примеры проведения осознанной саморегуляции учащихся при решении математических задач.

**Ключевые слова:** *методы обучения, математические задания, методы саморегуляции*

Решение математических задач в процессе обучения математике является и целью, и средством ее достижения в математическом образовании. Историческое развитие практики обучения математике продемонстрировало развивающие возможности математических задач. Весь процесс решения любой математической задачи можно разделить на четыре основных этапа.

*I. Анализ задачи.* Необходимо выяснить, какого вида задача. Если это возможно, определить, какие элементы задачи известны, как математически они описаны. Определить, что надо найти, и конкретизировать вопрос. Записать задачу формально: с использованием математического языка, нарисовать схему, чертеж, составить таблицу.

*II. Поиск способа решения задачи.* Задать себе ряд наводящих вопросов: Решали ли Вы задачу ранее? Какую теорию необходимо знать, чтобы решить задачу?

*III. Осуществление плана решения.* Для реализации идеи необходимо составить план – алгоритм своих действий. На этом этапе необходимо грамотно выполнить все математические преобразования и избежать ошибок.

*IV. Проверка решения и ее анализ.* Этот этап заключается в обосновании правильности полученного ответа, анализе выбранного метода решения и, главное, запоминании идеи решения предложенного типа задач [8].

Как показывает педагогический опыт, при решении математических задач многие учащиеся опускают последний, очень важный этап в решении математических задач – этап проверки проведенного решения. На экзаменах учащиеся зачастую показывают более худшие результаты своей математической деятельности, чем есть на самом деле. Во многом причина кроется в несформированных умениях контролировать и оценивать свою деятельность, а также регулировать ее в случае познавательных затруднений или при обнаружении ошибок [3].

В процессе организации учебно-познавательной деятельности учащихся существенное значение имеют функции самоконтроля и саморегуляции.

**Самоконтроль** – способность контролировать свои эмоции, мысли и поведение. Самоконтроль основан на воле – высшей психической функции, определяющей способность человека принимать осознанные решения и претворять их в жизнь. Самоконтроль является неотъемлемым компонентом процессов самоуправления и саморегуляции учащихся в обучении. Его назначение заключается в предупреждении возможных или обнаружении уже совершённых ошибок [6, 7].

**Осознанная целенаправленная саморегуляция** – системно организованный процесс внутренней психической активности человека по инициации, построению, поддержанию и управлению разными видами и формами произвольной активности, непосредственно реализующей достижение принимаемых человеком целей [6, с. 6].

Саморегуляция имеет две формы – произвольную (связанную с целевой деятельностью и доступную самоконтролю) и произвольную.

Вовне общая способность к саморегуляции проявляется, прежде всего, в успешном овладении новыми видами и формами деятельности. Она выражается также в успешном решении нестандартных задач и действенном преодолении нетипичных, незнакомых ситуаций на всех ступенях овладения различными видами деятельности и сферами жизни в продуктивной самостоятельности, упорстве и настойчивости в достижении принятой цели [6, 7].

«Внутренняя» же, субъективная сторона саморегуляции характеризуется осознанностью, пониманием оснований осуществляемой деятельности в целом, ее важнейших структурных моментов – цели, условий, применяемых способов действий, необходимых коррекций, оценки результатов. При этом осознанно учитываются как объективные внешние условия деятельности, так и собственные субъективные возможности. Как правило, самостоятельно определяются причины возникающих трудностей неудач [6, с. 129]. В процессе осознанной регуляции субъект преломляет объективные требования к деятельности через систему своих внутренних детерминант произвольной активности [6, с. 133].

Саморегуляция есть один из видов самовоспитания как самостоятельной целеустремленной, систематической работы человека по формированию и развитию своих лучших, социально ценных свойств и изжитию недостатков, осуществляемая с целью максимальной самореализации.

Стоит отметить важное значение, которое отводится рефлексии в процессе саморегуляции психических состояний. А.В. Карповым установлено, что самоконтроль, выступая в качестве регулятивной рефлексии и оценки субъектом собственных действий, может оказывать значительное влияние на интеллектуальную деятельность посредством актуализации соответствующих психических состояний.

Самоконтроль учащихся состоит в анализе решения математических задач и приведении аргументов, подтверждающих верность или неверность той или иной части решения.

Самоконтроль учащихся предполагает следующие умения:

- ✓ оценивать свою работу адекватно (зависит от самооценки);
- ✓ видеть свои ошибки и находить рациональные способы решения проблемы;
- ✓ изменять алгоритм своих действий согласно изменившимся условиям;
- ✓ самостоятельно составлять проверочные задания и разрабатывать алгоритм проверочного действия.

В работах Л.И. Боженковой представлена модель регуляторного процесса в применении к математике. Структура ее такова:

I. Постановка учебной задачи в процессе самостоятельного освоения учебной информации.

II. Выявление объективной учебной информации, необходимой для решения задачи.

III. Соотнесение выявленной учебной информации с собственными знаниями и умениями.

IV. Принятие решения об использовании помощи, выбор средств помощи, выбор уровня освоения учебной информации.

V. Составление плана деятельности и реализация плана.

VI. Демонстрация полученных образовательных продуктов и их обсуждение.

VII. Контроль выполнения деятельности и оценивание её результатов.

VIII. Самодиагностика и коррекция собственных учебных действий, направленных на достижение цели самостоятельной учебно-познавательной деятельности [1, 2].

В рамках данной модели приведем некоторые **рекомендации**, которые помогут учащимся осуществлять осознанную саморегуляцию при решении математических задач.

*Во-первых, зафиксируйте свое внимание на математической задаче, четко осознайте, что Вы сейчас делаете.*

*Во-вторых, составьте план действий, необходимый для решения задачи, представьте возможные трудности. Ответьте себе на вопрос: Ты точно знаешь, что тебе нужно делать?*

*В-третьих, соотнесите выявленную учебную информацию с собственными знаниями и умениями, примите решение об использовании помощи.*

*В-четвертых, осуществляйте операционный самоконтроль по ходу каждого действия, т. е. осуществляйте постоянную сверку выполняемых действий с принятым планом. Попутно с осуществлением плана проводите обоснование каждого шага и проверяйте все вычисления и преобразования. Будьте уверены в том, что промежуточные результаты верны.*

*В-пятых, осуществите итоговый самоконтроль решения задачи, одним из следующих способов:*

*– проверьте, не противоречит ли результат здравому смыслу;*

*– проверьте, все ли условия использованы, все ли требования выполнены;*

*– сверьтесь с готовым ответом;*

*– подставьте полученные данные в исходное условие задачи;*

*– решите задачу другим способом;*

*– проверьте задачу на частном случае;*

*– используйте информационные технологии для проверки своего решения.*

*В-шестых, оцените ценность задачи для себя, т.е. определите возможные применения полученного результата и найденного способа решения при решении других задач.*

Математическое задание должно провоцировать учащихся «вернуться назад» в своем решении, принудить их сделать проверку. У учащихся должно возникнуть желание сделать проверку, проявить осознанную саморегуляцию [3, 4].

Приведем пример осознанной саморегуляции и самоконтроля при решении следующих задач [5].

**Пример.** Упростить 
$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2} \cdot \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{\sqrt{x}(x+27)} - 9x - 27}{\sqrt{x} - 2 - \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}}$$
.

Решение.

*{Мне необходимо упростить выражение, содержащее корни и дробь, поэтому вначале нужно написать область допустимых значений. Затем вспомню формулы сокращенного умножения, т. к. они наиболее часто встречаются в задачах такого типа.}*

ОДЗ:  $x \geq 0, x \neq 9$ .

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2} \cdot \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{\sqrt{x}(x+27)-9x-27}}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}} =$$

{Замечу, что под корнем четвертой степени стоит квадрат разности, под корнем третьей степени стоит куб разности, в знаменателе под корнем четвертой степени стоит квадрат суммы. Покажем это.}

$$= \frac{\sqrt{\sqrt{3}+2} \cdot \sqrt[4]{4-4\sqrt{3}+3} + \sqrt[3]{x\sqrt{x}-9x-27}\sqrt{x-27}}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{4+4\sqrt{3}+3}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{x}-3)^3}}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{(2+\sqrt{3})^2}} =$$

{Корень четвертой степени из квадрата будет корень второй степени, можем внести подкоренные выражения под один корень, корень третьей степени «уйдет».}

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{x}-3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + \sqrt{x}-3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}} =$$

{Под знаком корня как в числителе, так и в знаменателе стоит разность квадратов, которая после сворачивания превратится в единицу.}

$$= \frac{\sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} + \sqrt{x}-3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2}} = \frac{\sqrt{4-3} + \sqrt{x}-3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-3}} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}.$$

{Задание выполнено!}

**Пример.** Решить уравнение  $\sin 2x + \sin 5x + \sin 8x + \sin 11x = 0$ .

Решение.

{Замечу, что мне нужно решить тригонометрическое уравнение, содержащее синусы разных аргументов. Вспоминаю правило «видишь сумму – преобразуй в произведение». Мне необходимо сгруппировать синусы и приме-

нить вот эту формулу  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ , так чтобы в произведениях получился одинаковый множитель. Перебирая различные варианты полусумм и полуразностей аргументов синусов, заметим:  $\frac{2x+8x}{2} = 2x$ ,  $\frac{2x-8x}{2} = -3x$ ,  $\frac{5x+11x}{2} = 8x$ ,  $\frac{5x-11x}{2} = -3x$ . Значит, группировать надо определенным образом.}

$$(\sin 2x + \sin 8x) + (\sin 5x + \sin 11x) = 0.$$

{Для каждой группы применю формулу сумму синусов}

$$2\sin 5x \cos 3x + 2\sin 8x \cos 3x = 0.$$

{Вынесу общий множитель за скобку и опять применю формулу суммы синусов. Получившееся простейшее тригонометрическое уравнение могу решить}.

$$2\cos 3x(\sin 5x + \sin 8x) = 0.$$

{Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из сомножителей равен нулю. Приравняю получившиеся множители к нулю и решу простейшие тригонометрические уравнения, аккуратно выражая аргумент  $x$ }

$$\begin{cases} \cos 3x = 0; \\ \sin 5x + \sin 8x = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k; \\ 2\sin \frac{13x}{2} \cos \frac{3x}{2} = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}; \\ \frac{13x}{2} = \pi n; \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}; \\ x = \frac{2\pi n}{13}; \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi m}{3}. \end{cases}$$

{Сделаю проверку, подставив  $x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = 0, x_3 = \frac{\pi}{3}$  в исходное уравнение}.

$$x_1 = \frac{\pi}{6} \rightarrow \sin 2 \cdot \frac{\pi}{6} + \sin 5 \cdot \frac{\pi}{6} + \sin 8 \cdot \frac{\pi}{6} + \sin 11 \cdot \frac{\pi}{6} = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0.$$

$$x_2 = 0 \rightarrow \sin 2 \cdot 0 + \sin 5 \cdot 0 + \sin 8 \cdot 0 + \sin 11 \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$

$$x_3 = \frac{\pi}{3} \rightarrow \sin 2 \cdot \frac{\pi}{3} + \sin 5 \cdot \frac{\pi}{3} + \sin 8 \cdot \frac{\pi}{3} + \sin 11 \cdot \frac{\pi}{3} = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0.$$

{Проверка показала, что найденные корни верные, можно записать ответ.}

$$\left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ x = \frac{2\pi n}{13}; n \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi m}{3}; m \in \mathbb{Z} \right\}.$$

{Задание выполнено!!!}

Основным показателем сформированности умения учащихся проводить осознанную саморегуляцию при решении математических задач является верное выполнение всех этапов в решении математической задачи [4].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Боженкова Л.И.* Саморегуляция как основа организации самостоятельной деятельности учащихся в обучении математике // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика, 2017, № 2, С. 80–88.
  2. *Боженкова Л.И.* Развитие саморегуляции учащихся в обучении математике // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU 2015): Материалы V Международной научно-практической конференции. Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2015, С. 125–132.
  3. *Кислякова М.А., Поличка А.Е.* Разработка практических задач в обучении математическим дисциплинам студентов социогуманитарных профилей // Проблемы современного образования, 2019, № 3, С. 153–161.
  4. *Кислякова М.А.* Рефлексивное обучение математике: уровень научной проработки, внедрение в практику образования // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: Материалы конференции (г. Москва, 22–25 апреля 2019) / под ред. Л.Л. Борисовой, Д.И. Павлова. М.: МПГУ, 2019, С. 314–322.
  5. *Кислякова М.А.* Развитие метакогнитивных умений студентов гуманитариев на занятиях по математике // Челябинский педагогический вестник, 2011, № 4, С. 79–90.
  6. *Конопкин О.А.* Общая способность к саморегуляции как фактор субъектного развития // Вопросы психологии, 2004, № 2, С. 128–135.
  7. *Моросанова В.И., Аронова Е.А.* Самосознание и саморегуляция поведения. М.: Изд-во «ИП РАН», 2007. 214 с.
  8. *Финкельштейн В.М.* Что делать, когда решить задачу не удастся. М.: ИЛЕКСА, 2008. 4-е изд., перераб., 74 с.
-

## TEACHING STUDENTS METHODS OF SELF-REGULATION IN SOLVING MATHEMATICAL TASKS

Mariia Kislyakova

*Pacific national University, Khabarovsk*

rabota2486@yandex.ru

### **Abstract**

Actual problem of modern theory and methods of teaching mathematics – teaching methods of self-regulation in the process of solving mathematical tasks.

**Keywords:** *teaching methods, mathematical tasks, methods of self-regulation*

### **REFERENCES**

1. *Bozhenkova L.I.* Samoregulyaciya kak osnova organizacii samostoyatel`noj deyatel`nosti uchashhixsya v obuchenii matematike // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Pedagogika, 2017, No 2, S. 80–88.

2. *Bozhenkova L.I.* Razvitie samoregulyacii uchashhixsya v obuchenii matematike // Matematicheskoe obrazovanie v shkole i vuze: teoriya i praktika (MATHEDU 2015): Materialy` V Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. Kazan`: Kazanskij (Privolzhskij) federal`ny`j universitet, 2015, S. 125–132.

3. *Kislyakova M.A., Polichka A.E.* Razrabotka prakticheskix zadach v obuchenii matematicheskim disciplinam studentov sociogumanitarny`x profilej // Problemy` sovremennogo obrazovaniya, 2019, No 3, S. 153–161.

4. *Kislyakova M.A.* Refleksivnoe obuchenie matematike: uroven` nauchnoj prorabotki, vnedrenie v praktiku obrazovaniya // Aktual`ny`e problemy` metodiki obucheniya informatike i matematike v sovremennoj shkole: Materialy` konferencii (g. Moskva, 22–25 aprelya 2019) / pod red. L.L. Borisovoj, D.I. Pavlova. M.: MPGU, 2019, S. 314–322.

5. *Kislyakova M.A.* Razvitie metakognitivny`x umenij studentov gumanitariev na zanyatijax po matematike // Chelyabinskij pedagogicheskij vestnik, 2011, No 4, S. 79–90.

6. *Konopkin O.A.* Obshhaya sposobnost` k samoregulyacii kak faktor sub`ektnogo razvitiya // Voprosy` psixologii, 2004, No 2, S. 128–135.

7. *Morosanova V.I., Aronova E.A. Samosoznanie i samoregulyaciya povedeniya. M.: Izd-vo "IP RAN", 2007, 214 s.*

8. *Finkel`shtejn V.M. Chto delat`, kogda reshit` zadachu ne udaetsya. M.: ILEKSA, 2008. 4-e izd., pererab. 74 s.*

#### **СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ**



***КИСЛЯКОВА Мария Андреевна*** – преподаватель, Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск.

***Mariia Andreevna KISLYAKOVA***, lecturer, Pacific national University, Khabarovsk.

email: [rabota2486@yandex.ru](mailto:rabota2486@yandex.ru)

*Материал поступил в редакцию 5 августа 2019 года*