

УДК 372.851

## «ТЕХНОЛОГИЯ НАВОДЯЩИХ ВОПРОСОВ» КАК МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

А.Н. Давыдов

Самарский государственный технический университет, Самара

davidoffan@rambler.ru

### **Аннотация**

Рассмотрена «технология наводящих вопросов» как методика обучения. Раскрыты содержательные особенности технологии обучения. Рассмотрены педагогические подходы к технологии обучения и компоненты технологии обучения как элементы содержательной структуры. Определены понятия: «наводящий вопрос» и «технология наводящих вопросов». Показан пример применения «технологии наводящих вопросов». Пояснена актуальность технологии обучения для формирования умений решать геометрические задачи на доказательство.

**Ключевые слова:** геометрия, методика обучения геометрии, доказательство, технология обучения, наводящий вопрос, технология наводящих вопросов

Основная задача обучения учащихся заключается в том, чтобы найти результативный способ усвоения учебного материала. Такая задача решается на основе применения методики обучения. Учитель из существующих методик обучения выбирает наиболее эффективную методику, которая помогает достигать учебные цели урока: образовательные, воспитательные и развивающиеся.

Основной проблемный вопрос в обучении математике – *как учить математике и при этом эффективно реализовывать образовательные цели обучения?* В настоящее время актуализировалось направление в методике обучения математики – технология обучения [5, с. 189–200; 8]. Технология обучения решению геометрических задач на доказательство, которая рассматривается в статье, призвана помочь учащимся решать задачи на доказательство. *Во-первых*, основной проблемой методики обучения геометрии является формирование умений решать задачи на доказательство. Если учащийся научится решать зада-

---

чи на доказательство, то он не будет испытывать трудности при построении доказательства в дальнейшем. Таким образом, технология обучения формирует умение *доказывать* как универсальное учебное действие. *Во-вторых*, методика – это способ решения проблемы обучения, поэтому, в качестве методики предлагается технология обучения решению геометрических задач на доказательство по «*наводящим вопросам*» или коротко «*технология наводящих вопросов*» [1, с. 8–12; 2, с. 27–29].

Введём определения понятий «*наводящий вопрос*» и «*технология наводящих вопросов*».

**Наводящий вопрос** – это высказывательная побуждающая форма, которая направляет на поиск необходимого аргумента, суждения или умозаключения для того, чтобы содействовать решению задачи. Наводящий вопрос можно рассматривать как указание, которое наталкивает учащихся на осмысление процесса построения доказательства и позволяет учащимся выполнять логические переходы между суждениями. Таким образом, *наводящий вопрос* технологии обучения решению геометрических задач на доказательство является отправным моментом, указывающим и подсказывающим путь доказательства задачи.

Технологию наводящих вопросов можно рассматривать как способ формирования умения *доказывать*. «**Технология наводящих вопросов**» – это методика обучения, направленная на формирование умения решать задачи на доказательство.

Рассмотрим педагогические подходы к технологии обучения решению геометрических задач на доказательство по «*наводящим вопросам*».

*Во-первых*, сущность технологии обучения заключается во взаимодействии и совместной работе педагога и учащихся: учит – учитель и учится – ученик; назовём этот подход *психолого-педагогическим аспектом*.

*Во-вторых*, ведущая и направляющая роль в процессе обучения возложена на учителя как ведущего участника процесса обучения; результативность обучения зависит от активной позиции обучаемых при условии, что учитель вовлекает учащихся в процесс построения доказательства; назовём этот подход *ролевой задачей педагога*.

*В-третьих*, результативность обучения зависит от объёма знаний учащихся (количественная характеристика), а также от умений и навыков владения

учебным геометрическим материалом (качественная характеристика), например: методы доказательства, логические операции; назовём этот подход *функцией отображённого действия учащихся или активных действий учащихся*.

Можно утверждать, что «технология наводящих вопросов» рассматривается как метод педагогического взаимодействия участников образовательного процесса, направленный на достижение результатов обучения – формирование умений решать задачи на доказательство. Таким образом, технология обучения решению геометрических задач на доказательство по наводящим вопросам – это способ обучения, направленный на формирование умений доказывать геометрические задачи.

Рассмотрим методическую сторону «технологии наводящих вопросов», то есть содержание обучения – «что должно быть?» и программу обучения – «как делать?». Доказательство как логическая форма построения истины является предметом рассмотрения технологии обучения [2, с. 27–29; 7; 8]. Поэтому, планируя урок геометрии, учитель должен предварительно определить тип задач на доказательство и сформулировать содержание «наводящих вопросов» [3; 6; 7]. Содержательная сторона технологии обучения реализует второй подход – *ролевою задачу педагога*. Сформулируем определение «ролевой задачи педагога» в контексте данной методики обучения.

**Ролевая задача педагога** – это целевая установка учителя в процессе обучения решению геометрических задач на доказательство, которая направляет рассуждения учащихся таким образом, чтобы выполнить требования доказательства задачи. С одной стороны, целевая установка учителя предполагает предварительную разработку высказывательных форм наводящих вопросов; с другой стороны, ролевая задача учителя заключается в непосредственном влиянии на процесс обучения учащихся через управление процессом доказательства. Целевая установка реализуется, если учитель нацеливает учащихся к рассуждению; если учитель побуждает учащихся к поиску необходимых и достаточных оснований (теорема, признак, свойство и т. п.); если учитель указывает учащимся «что сделать, чтобы...»; если учитель обращает внимание учащихся на конкретный (существенный) факт; если учитель исправляет процесс построения доказательства и т. п.

Рассмотрим содержательные компоненты «технологии наводящих вопросов», где под термином «**компонент технологии обучения**» будем понимать составляющий элемент в структуре технологии, характеризующийся содержанием, в котором описаны целевые установки, реализующиеся на основе наводящих вопросов педагога [1, с. 8–12].

**Первый компонент** предназначен для анализа формулировки задачи на доказательство.

Активные действия учащихся: понять условие задачи; разобрать условие задачи; сделать чертёж задачи; осмыслить формулировку утверждения, что необходимо доказать.

**Второй компонент** предназначен для анализа свойств и признаков геометрического объекта задачи. Активные действия учащихся: разобрать задачу на геометрические объекты; установить отношения между геометрическими объектами на уровне свойств; определить существенные свойства и признаки геометрических объектов.

**Третий компонент** предназначен для анализа формулировки доказательства. Активные действия учащихся: понять и разобрать формулировку утверждения, которое необходимо доказать; определить существенные свойства.

**Четвёртый компонент** предназначен для анализа теоретических оснований для доказательства. Активные действия учащихся: владеть необходимыми и достаточными теоретическими знаниями.

**Пятый компонент** предназначен для анализа методов доказательства. Активные действия учащихся: владеть методами доказательства.

**Шестой компонент** предназначен для анализа процесса построения доказательства. Активные действия учащихся: знать и владеть основными логическими операциями.

Покажем решение задачи на доказательство, применяя «технологии наводящих вопросов».

**Задача 1.** Трапеция вписана в окружность (см. рис. 1), основания трапеции равны  $a$  и  $b$ , боковая сторона  $d$ . Докажите, что радиус окружности вычисляется по формуле

$$R = d \cdot \sqrt{\frac{d^2 + ab}{4d^2 - (a - b)^2}}$$

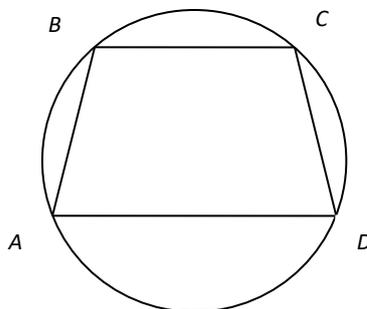


Рисунок 1

Дано:  $ABCD$  – трапеция;  $AD=a$ ,  $BC=b$ ,  $CD=d$ .

Доказать:

$$R = d \cdot \sqrt{\frac{d^2 + ab}{4d^2 - (a - b)^2}}$$

*Доказательство.*

Второй, третий и четвёртый компоненты технологии реализуются следующими этапами.

**1 этап.** Целевая установка учителя – наводящие вопросы. *Какие геометрические объекты фигурируют в условии задачи? Какая форма отношений между объектами?*

Требования к знаниям учащихся: знать определения: *трапеция; окружность, описанная около четырёхугольника.*

Активные действия учащихся: геометрические объекты – трапеция; окружность описана около трапеции (четырёхугольника).

**2 этап.** Целевая установка учителя – наводящий вопрос на актуализацию знаний.

Наводящий вопрос в форме высказывания-условия: *если окружность описана около трапеции, то трапеция является ...*

Требования к знаниям учащихся: знать определение *равнобедренная трапеция.*

Активные действия учащихся: трапеция является *равнобедренной.*

**3 этап.** Целевая установка учителя – наводящее указание содержит прямое действие на выполнение. Наводящий вопрос в форме косвенного предположения: *что получим, если проведём одну из диагоналей, допустим, AC?* (см. рис. 2).

Активные действия учащихся: выполняют построения. Получены треугольники  $ABC$  и  $ACD$ . Треугольники являются описанными (окружность описывает треугольники).

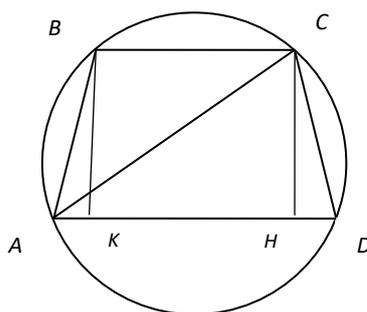


Рисунок 2

**4 этап.** Целевая установка учителя – наводящие вопросы на актуализацию знаний, дополняющиеся ассоциативными понятиями: окружность, радиус, вписанный треугольник, (см. рис. 2).

*Какая существует связь между окружностью и вписанными треугольниками?*

Требования к знаниям учащихся – знать определения: треугольник, вписанный в окружность, либо окружность, описанная около треугольника; знать формулу, связывающую радиус окружности треугольника и площадь описанного треугольника  $R = \frac{abc}{4S}$ .

Активные действия учащихся: радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$  или  $ACD$ .

**5 этап.** Целевая установка учителя – наводящее указание содержит прямое действие на выполнение анализа формулы  $R = \frac{abc}{4S}$ . Наводящий вопрос – *чтобы вычислить радиус, что необходимо сделать?*

Активные действия учащихся: вычислить площадь одного из треугольников  $ABC$  или  $ACD$  и длины сторон.

**6 этап.** Целевая установка учителя – наводящее указание: *рассмотреть треугольник  $ACD$  и построить высоты.*

Активные действия учащихся: в треугольнике  $ACD$  известно, что  $AD=a$ ,  $CD=d$ ,  $BC=b$ , и площадь треугольника  $S_{ACD} = \frac{1}{2}AD \cdot h$ . Необходимо вычислить высоту  $h$ , пусть  $h=CH$ .

**7 этап.** Целевая установка учителя: *как можно вычислить  $AC$ , какие геометрические фигуры помогут вычислить  $AH$ , предположите, что  $AK=DH=x$ , тогда какие отношения можно получить?*

Требования к знаниям/умениям учащихся: выполнять алгебраические преобразования.

Активные действия учащихся: чтобы вычислить все стороны, надо найти  $AC$ ;

проведём  $CH \perp AD$  и  $BK \perp AD$ , тогда  $AC$  можно найти в  $ACH$ :  $AC = \sqrt{AH^2 + CH^2}$ , тогда  $CH$  найти в  $CHD$ ; если  $AH=KH+AK$ , то  $AK=DH=x$ , тогда  $AK+DH+KH=AD$  при  $KH=BC$ , получим  $x+x+b = a$ ; далее  $2x+b=a$ ;  $x = \frac{a-b}{2}$ , тогда  $AH=KH+AK$ , получим  $AH = b + \frac{a-b}{2}$ , тогда  $AH = \frac{a+b}{2}$  и  $DH = \frac{a-b}{2}$ ; если  $CH = \sqrt{d^2 - HD^2}$ , то после подстановки и преобразований получим  $AC = \sqrt{d^2 + ab}$ .

**8 этап.** Целевая установка учителя – наводящий вопрос, требующий уточнения и подведения промежуточного итога: *какие геометрические величины известны?*

Активные действия учащихся:  $AC = \sqrt{d^2 + ab}$ ;  $CH = \sqrt{d^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$ .

**9 этап.** Целевая установка учителя: *что необходимо вычислить?*

Активные действия ученика:  $S_{ACD} = \frac{1}{2}AD \cdot h$ , если  $h=CH$ , то  $S = \frac{a}{2} \sqrt{d^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$ .

**10 этап.** Целевая установка учителя: *достаточно ли оснований для доказательства задачи?*

Активные действия учащихся: оснований достаточно; необходимо сделать подстановку в формулу  $R = \frac{abc}{4S}$  и выполнить преобразования, получим

$$R = \frac{d \cdot \sqrt{d^2 + abc}}{\sqrt{4d^2 - (a-b)^2}} \text{ ч. т. д.}$$

В качестве примера можно рассмотреть задачу, доказательство которой реализуется на основе «технологии наводящих вопросов».

**Задача 2.** Отрезок  $MK$  соединяет середины сторон  $AD$  и  $BC$  четырёхугольника  $ABCD$  и пересекает диагонали  $AC$  и  $BD$  в точках  $P$  и  $H$  ( $P \neq H$ ) соответственно. Докажите, что если  $MP = HK$ , то четырёхугольник  $ABCD$  является трапецией [4, с. 43–44].

Таким образом, «технология наводящих вопросов» является методикой обучения, позволяющей формировать умения решать геометрические задачи на доказательство. Наводящий вопрос, как базовый элемент технологии, формирует условия, побуждающие учащихся выстраивать процесс доказательства. Учитель, взаимодействуя с учащимися, управляет процессом обучения и реализует технологию на основе ролевых функций.

Научить решать задачи на доказательство способна только геометрия!

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давыдов А.Н. Методика обучения решению геометрических задач на доказательство по технологии наводящих вопросов // Вестник магистратуры, 2018, № 9. 1(84), С. 8–12.
2. Давыдов А.Н. Почему важно решать задачи на доказательство? // Наука и мир, 2018, № 9(61), Т. 2, С. 27–29.
3. Дорофеев С.Н. Преобразования в примерах и задачах. Уч. пособие. Пенза: Информационно-издательский центр Пенз. гос. ун-та, 2002, 154 с.
4. Зив Б.Г. Задачи к урокам геометрии, 7–11 классы: пособие для учителей, школьников и абитуриентов. СПб.: Петроглиф, Виктория плюс, 2016, 608 с.
5. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. М.: Дрофа, 2005, 416 с.

6. Потоскуев Е.В. Решение разноуровневых задач по геометрии: учебно-методическое пособие Подготовка к ЕГЭ, М.: Илекса, 2016, 271 с.

7. Потоскуев Е.В. О содружестве наглядности и логики рассуждений при решении геометрических задач // Математика в школе, 2018, № 3, С. 40–48.

8. Темербекова А.А. Методика преподавания математики: учеб. пособие для студ. высш. учеб. Заведений. М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003, 176 с.

---

## **“TECHNOLOGY OF GUIDING QUESTIONS” AS A METHOD OF TRAINING TO SOLVE GEOMETRIC PROBLEMS FOR PROOF**

**Andrew Davydov**

*Samara state technical university, Samara*

davidoffan@rambler.ru

### **Abstract**

“Technology of leading questions” as a teaching method is considered in the article. Substantial features of learning technology are disclosed. Pedagogical approaches to learning technology are considered. The components of learning technology as elements of the content structure are considered. The concepts: “leading question” and “technology leading questions” are defined. An example of the application of “technology leading questions” is proposed. The relevance of learning technology for the formation of skills to solve geometric problems on the proof is explained.

**Keywords:** *geometry, methods of teaching geometry, proof, learning technology, leading question, technology leading questions*

### **REFERENCES**

1. Davy`dov A.N. Metodika obucheniya resheniyu geometricheskix zadach na dokazatel`stvo po texnologii navodyashhix voprosov // Vestnik magistratury, 2018, No 9 1(84), S. 8–12.

2. Davy`dov A.N. Pochemu vazhno reshat` zadachi na dokazatel`stvo? // Nauka i mir, 2018, No 9(61), T. 2, S. 27–29.

---

3. *Dorofeev S.N.* Preobrazovaniya v primerax i zadachax. Uch. posobie. Penza: Informacionno-izdatel'skij centr Penz. gos. un-ta, 2002, 154 s.
4. *Ziv B.G.* Zadachi k urokam geometrii, 7–11 klassy: posobie dlya uchitelej, shkol'nikov i abiturientov. SPb.: Petroglif, Viktoriya plus, 2016, 608 s.
5. Metodika i texnologiya obucheniya matematike. Kurs lekcij: posobie dlya vuzov / pod nauchn. red. N.L. Stefanovoj, N.S. Podxodovoj. M.: Drofa, 2005, 416 s.
6. *Potoskuev E.V.* Reshenie raznourovnevny`x zadach po geometrii: uchebno-metodicheskoe posobie Podgotovka k EGE`. M.: Ileksa, 2016, 271 s.
7. *Potoskuev E.V.* O sodruzhestve naglyadnosti i logiki rassuzhdenij pri reshenii geometricheskix zadach // Matematika v shkole, 2018, No 3, S. 40–48.
8. *Temerbekova A.A.* Metodika prepodavaniya matematiki: ucheb. posobie dlya stud. vy`ssh. ucheb. Zavedenij. M.: Gumanit. izd. centr VLADOS, 2003, 176 s.

#### **СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ**



**ДАВЫДОВ Андрей Николаевич** – старший преподаватель, Самарский государственный технический университет, Самара.

**Andrey Nikolaevich DAVYDOV** – Senior Lecturer, Samara State Technical University, Samara.

email: davidoffan@rambler.ru

*Материал поступил в редакцию 11 сентября 2019 года*