УДК 372.851

НЕКОТОРЫЕ ПУТИ ПРЕОДОЛЕНИЯ ТРУДНОСТЕЙ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ

Л.Н. Евелина[1], О.М. Кечина[2]

Самарский государственный социально-педагогический университет, Самара

[1] evelina.evelina-ln@yandex.ru, [2] omka-83@mail.ru

Аннотация

Описаны основные трудности, с которыми сталкиваются студенты на начальном периоде обучения в высшем учебном заведении в рамках изучения математических дисциплин. Приведены возможные пути преодоления этих трудностей для студентов направления подготовки «Педагогическое образование» – будущих учителей математики – на примере дисциплины «Математический анализ».

Ключевые слова: *изучение математических дисциплин, трудности в усвоении математического содержания, подготовка учителя математики*

Осознанный выбор будущей профессии, как правило, сказывается на успешности результатов обучения в высшем учебном заведении. Действительно, вся дальнейшая профессиональная деятельность должна вызывать положительные эмоции у человека, способствовать раскрытию творческих возможностей, обеспечивать его материально и придавать уверенность в его востребованности обществом.

Как сделать максимально успешным для студента период вузовского обучения? Как сформировать необходимые в будущем навыки, чтобы в компетентности молодого учителя не сомневались ни ученики, ни их родители, ни администрация школы? Как подготовить знающего, уверенного в себе и интересного учителя? Что является наиболее трудным для студентов в обучении на первом курсе и как эти трудности устранить – вот эту проблему мы обозначили для себя в качестве приоритетной в работе со студентами. Чтобы наметить пути решения проблемы трудностей, необходимо их выделить и проанализировать. Нас интересовали трудности, с которыми студентам младших курсов пришлось столкнуться на занятиях по математическим дисциплинам [3].

Опрос студентов различных курсов позволил выделить основные встретившиеся им трудности. Прежде всего, изменился учебный режим: продолжительность одного занятия увеличилась, а сложность и абстрактность учебного материала возросли, при этом доля самостоятельности в усвоении содержания возросла еще больше; математический язык стремительно наполнялся новыми формулами, правильно писать и произносить которые не всегда удавалось с первого раза. Лекционный метод изложения учебного материала не позволял быстро реагировать на трудные моменты в теории, препятствовал полному и качественному анализу существенных вопросов, не давал возможности своевременно получить ответ на интересующий вопрос, а число доступных для понимания примеров оказывалось незначительным. Кроме того, недостаточный уровень математической подготовки по отдельным разделам, отсутствие достаточной базы знаний и несформированность необходимых навыков учебных действий (выделение главного в учебном содержании, структурирование материала, управление своей деятельностью и др.) создавали неблагоприятные условия для дальнейшего продвижения по курсу математической дисциплины.

Каждая из перечисленных трудностей у разных студентов может быть выражена в различной степени, необходимо определить, какие действия следует предпринять преподавателю для преодоления и устранения этих проблем. Каким образом нужно выстроить работу, чтобы впоследствии выпускник педагогического вуза, став учителем математики, смог на уровне школьного обучения предотвратить их возникновение.

Одно из наиболее приемлемых решений выделенных проблем мы видим в реализации концепции профессионально-педагогической направленности обучения (ППНО), автором которой является д. п. н., профессор Мордкович А.Г. [7]. Концепция базируется на следующих основных принципах: рациональной фундаментальности, ведущей идеи, непрерывности, бинарности. В настоящее время концепция обросла дополнительными принципами благодаря её востребованности и практической реализации (информатизации и комплексного подхода) [1, 2, 4, 5, 8]. В процессе планирования и проведения занятий по основным математическим дисциплинам, включённым в учебный план педагогического высшего учебного заведения, преподаватель для преодоления вышеуказанных трудностей может применять различные приёмы. Приведём примеры, раскрывающие действия преподавателя при изучении математических дисциплин, которые входят в учебные планы по направлению подготовки «Педагогическое образование», одним из профилей подготовки которых является «Математика». Заметим, что большие трудности оказались связаны с изучением математического анализа.

Одним из основных направлений на пути преодоления трудностей становится осознание значимости фундаментальной математической подготовки. Только знающий математику учитель обладает способностью свободно излагать научные основы предмета, раскрывать перспективы развития математических теорий и показывать на практике примеры воплощения математических идей. Формирование и развитие математической грамотности будущего учителя математики – одни из основных профессиональных задач вузовского этапа подготовки, причём читать и понимать математические тексты учитель обязан, так как ему предстоит работать с учащимися различных профильных классов, значит, он должен поддерживать и развивать интерес школьников к математике, включая чтение и изучение внепрограммной литературы.

На первых занятиях студенты знакомятся с математической символикой, которая может оказаться трудной для запоминания. Как известно из психологии, память человека ассоциативна, значит, для восприятия, усвоения и запоминания абстрактного содержания целесообразно использовать различные аналогии – ассоциации. Так, для запоминания кванторов всеобщности и существования можно предложить следующий способ, связывающий эти символы со словами из английского или других языков. Квантор всеобщности обозначается «перевёрнутой буквой А» – $\forall$. На английском языке слово «любой» – «any», «все» – «all». Перевёрнутая первая буква этих слов (заглавная «А») стала их обозначать в математических предложениях. Аналогично – с квантором существования. Слово «существует» – на английском «exist», на французском – «existe», на немецком – «existiert». Перевёрнутая первая буква этих слов (заглавная «Е») обозначает «существование» – $\exists$. В качестве мотивации для запоминания символики используем аргумент о необходимости и возможности быстро записывать и читать математические тексты, которые постепенно удлиняются и усложняются.

Изучение математического анализа в вузе начинается с систематизации сведений об элементарных функциях и их свойствах. Затем происходит переход к изучению понятий предела функции и непрерывности, далее – понятий производной и дифференциала функции одной переменной (лежат в основе дифференциального исчисления), первообразной и интеграла функций одной переменной (являются базисом интегрального исчисления), а затем – числовых и функциональных рядов. По аналогии с изучением функций одной переменной изучают функции многих переменных (более подробно – двух переменных), их дифференцирование и интегрирование. Изучение каждого из перечисленных вопросов влечёт за собой трудности различного характера.

Как известно, функции могут использоваться при моделировании большого количества непрерывных процессов. Характер изменения процесса также может быть описан с помощью производной функции или её первообразной. Чем больше примеров будет найдено или составлено самими студентами для иллюстрации конкретного условия, тем полнее и глубже окажется уровень профессиональной подготовки будущего учителя.

Базисным понятием для всех изучаемых разделов является понятие предела. И снова мы вынуждены констатировать общую проблему первокурсников: строгое изложение теории пределов сложно для восприятия и воспроизведения, ибо сопряжено с большим объёмом нового материала, не изучаемого ранее в школьном курсе, обилием символики и громоздкости рассуждений.

Понятие предела, если и встречается в школьном курсе, то строго не определяется, а преподносится на интуитивном уровне. Поэтому все перечисленные трудности: и отличие в изложении материала, и большой объём формул с новыми символами и обозначениями, и недостаточная база знаний, вместе с малым, из-за ограниченности времени занятия и общего количества часов, количеством примеров, не позволяют обучающимся быстро освоить новую дисциплину.

Можно предложить следующие формы работы: при введении на лекции понятия конечного предела функции в точке соединить интуитивные представления, имеющиеся у студентов по теме, со строгим определением, которое формулируется как словесно, так и символически, а также приводится наглядная иллюстрация понятия предела, с помощью которой раскрывается геометрический смысл предела функции в точке.

Пусть функция $f(x)$ определена, по крайней мере, в некоторой проколотой окрестности x_0.

Число b называется пределом функции $f(x)$ при x, стремящемся к x_0, если для произвольного положительного числа ε можно указать положительное число δ, зависящее от ε, такое, чтобы для всех x, удовлетворяющих неравенству $0 < |x - x_0| < \delta$, выполнялось неравенство $|\, f(x) - \mathrm{b}| < $ ε.

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0 | \forall x | 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |\, f(x) - \mathrm{b}| < \varepsilon.$$

Геометрический смысл предела функции в точке заключается в следующем. Число b есть предел функции $f(x)$ при $x \to x_0$, если для любого положительного числа ε найдётся такая δ-окрестность точки x_0, что для всех x, отличных от x_0, из этой окрестности соответствующие значения функции $f(x)$ будут заключены в полосе $b - \varepsilon < y < b + \varepsilon$ [9].

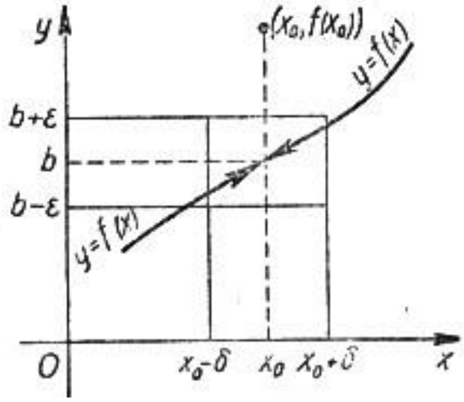

Рисунок 1. Геометрическая иллюстрация конечного предела функции в точке

Обращаясь к геометрической иллюстрации, следует обратить внимание студентов на то, что при проведении прямых $y = b - \varepsilon$ и $y = b + \varepsilon$ и перпендикуляров из точек пересечения этих прямых с графиком функции $y = f(x)$ расстояния от точки x_0 до получившихся оснований перпендикуляров на оси абсцисс в общем случае различны. В качестве радиуса окрестности точки x_0 – числа δ, зависящего от ε, выбирают наименьшее из получившихся расстояний.

Остальные восемь определений предела функции (когда x стремится к конечному числу, $+\infty$, $-\infty$, а функция имеет конечный или бесконечный (положительный или отрицательный) предел) даются по тому же алгоритму. Усвоение всех определений целесообразно обеспечить через самостоятельное изложение студентами в аудитории перед всей группой каждого отдельного случая (2–3 человека заранее готовятся к сообщению).

Более строгие формулировки, по сравнению со школьными учебниками, доказательства утверждений, не входящие в школьный курс математики, – всё это является, по мнению студентов, «препятствием» к выстраиванию взаимосвязи школьного и вузовского курсов математического анализа.

Следует обратить внимание на необходимость осмысленного понимания и запоминания материала. Более высокий уровень абстрактности теории не исключает возможности его интерпретации доступными и понятными средствами. Как правило, к таким средствам относят: различные формы представления информации (таблицы, графики, рисунки), разнообразные практические приложения, задачи устного характера на распознавание существенных и несущественных свойств. И снова преподаватель обращается к студенческой аудитории: каждая группа в составе 2–3 человек получает задание: найти информацию, подготовить примеры (из различных источников или придумать самим) для иллюстрации рассмотренных на лекции (или практическом занятии) теоретических положений. В качестве одного из заданий можно предложить студентам установить связь между различными свойствами функции. Примерами таких заданий могут быть следующие:

Пример 1. Может ли функция быть обратимой, если она: 1) чётная; 2) нечётная; 3) периодическая; 4) непериодическая); 5) возрастающая; 6) убывающая); 7) имеет три нуля; 8) не имеет нулей?

Пример 2. Есть ли связь между непрерывностью функции на отрезке и её ограниченностью на этом отрезке? Есть ли связь между ограниченностью функции на отрезке и наличием у этой функции наибольшего или наименьшего значений на этом отрезке?

После изучения пределов функций в точке и на бесконечности можно предложить задание на установление взаимосвязи определений и основных теорем о пределах функции со свойствами функций.

Пример 3. Может ли функция, для которой $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 1$: 1) быть чётной; 2) быть нечётной; 3) быть периодической; 4) быть монотонной и непрерывной

[6]?

При выполнении заданий студенты, используя формулировки определений и теорем, должны выделить существенные элементы, которые позволят при ответе на вопрос «можно?» привести примеры функций в случае утвердительного ответа, или, в случае отрицательного ответа, указать, что именно в одном из используемых утверждений противоречит другому утверждению.

В третьем примере при ответе на первый вопрос достаточно привести хотя бы один пример, допустим, $y = \frac{1}{x^2} + 1$. Эта функция, определённая на симметричном относительно нуля промежутке $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, является чётной (значения функции при противоположных значениях аргумента равны друг другу:

$$y(-x) = \frac{1}{(-x)^2} + 1 = y(x) = \frac{1}{x^2} + 1,$$

при этом

$$\lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) = 1.$$

Ответ на второй вопрос будет отрицательным, так как по определению нечётной функции значения функции при противоположных значениях аргумента должны быть противоположны, то есть должно выполняться равенство $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\lim_{x \to -\infty} f(x)$, а по условию эти значения равны.

Таким образом, этот приём работы становится следующим направлением на пути преодоления трудностей студентов.

Усвоение теоретических сведений без связи с условиями их существования в конкретных случаях приводит к искажённым представлениям об их применении на практике. При подборе примеров на лекциях и заданий для практических занятий следует их тщательно проанализировать. Следует выделять новые полученные теоретические сведения, которые сначала будут восприняты в отдельных случаях, затем вместе с другими новыми знаниями, а затем присоединены к постигнутым ранее фактам. Только осознание существующих связей между элементами становится главным показателем качественного математического образования.

Главным в своей работе мы считаем постоянное обращение к опыту студентов по сформированности у них общепрофессиональных и профессиональных компетенций с учётом всех ранее перечисленных принципов ППНО, что отражает как предметную, так и надпредметную области будущей профессиональной деятельности учителя.

Представленный опыт обучения студентов позволяет констатировать положительную динамику в преодолении трудностей у будущих учителей математики уже при прохождении производственных практик, когда они переносят собственный опыт изучения предмета на своих учеников и предлагают им аналогичные задания в процессе усвоения школьного курса математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Антоновская В.В.* Реализация профессионально-педагогической направленности обучения элементарной математике в педвузе: На примере курса «Стереометрия»: автореферат дис. ... кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Орлов. гос. ун-т. Орел, 2004, 19 с.

2. *Белобородова С.В.* Профессионально-педагогическая направленность историко-математической подготовки учителей математики в педвузах: дис. … канд. пед. Наук. М.: 1999, 163 с.

3. *Дорофеев А.В.* Профессиональная направленность математической подготовки будущего педагога // Вестник Оренбургского гос. ун-та, 2005. № 10. Том 1. Гуманитарные науки, С. 124–129.

4. *Евелина Л.Н.* Профессиональная направленность курса элементарной геометрии в педагогическом вузе. Диссертация … канд. пед. наук. М., 1993, 271 с.

5. *Казарихина Т.Н.* Формирование профессиональной компетентности будущих учителей математики в педвузе при проведении дисциплин по выбору: диссертация ... кандидата педагогических наук. Москва, 2012, 200 с.

6. *Мордкович А.Г., Шуркова М.В.* Задачник по введению в математический анализ. М.: Мнемозина, 2008, 136 с.

7. *Мордкович А.Г.* Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: диссертация ... доктора педагогических наук: 13.00.02. Москва, 1986, 355 с.

8. *Тестов В.А.* О формировании профессиональной компетенции учителя математики // Сибирский учитель (электронная версия), № 6(54), 2007. URL:

http://www.sibuch.ru/_OLD/article.php?no=558.

9. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х тт. 9-е изд., стер. СПб.: «Лань», 2009.

SOME WAYS TO OVERCOME DIFFICULTIES IN STUDYING MATHEMATICAL DISCIPLINES BY FUTURE TEACHERS

Lyubov Evelina[1], Olga Kechina[2]

Samara State University of Social Sciences and Education, Samara

[1] evelina.evelina-ln@yandex.ru, [2] omka-83@mail.ru

Abstract

The article describes the main difficulties that students face in the initial period of study at a higher educational institution as part of the study of mathematical disciplines. Possible ways of overcoming these difficulties for students in the field of training Pedagogical education – future teachers of mathematics – on the example of the discipline «Mathematical Analysis» are given.

Keywords: *study of mathematical disciplines, difficulties in mastering the mathematical content, training teachers of mathematics*

REFERENCES

1. *Antonovskaya V.V.* Realizaciya professional`no-pedagogicheskoj napravlennosti obucheniya e`lementarnoj matematike v pedvuze: Na primere kursa «Stereometriya»: avtoreferat dis. ... kandidata pedagogicheskix nauk: 13.00.02 / Orlov. gos. un-t. Orel, 2004, 19 s.

2. *Beloborodova S.V.* Professional`no-pedagogicheskaya napravlen-nost` istoriko-matematicheskoj podgotovki uchitelej matematiki v pedvuzax: dis. … kand. ped. Nauk. M.: 1999, 163 s.

3. *Dorofeev A.V.* Professional`naya napravlennost` matematicheskoj podgotovki budushhego pedagoga // Vestnik Orenburgskogo gos. un-ta, 2005. No 10. Tom 1. Gumanitarny`e nauki, S. 124–129.

4. *Evelina L.N.* Professional`naya napravlennost` kursa e`lementarnoj geometrii v pedagogicheskom vuze. Dissertaciya … kand. ped. nauk. M., 1993, 271 s.

5. *Kazarixina T.N.* Formirovanie professional`noj kompetentnosti budushhix

uchitelej matematiki v pedvuze pri provedenii disciplin po vy`boru: dissertaciya ... kandidata pedagogicheskix nauk. Moskva, 2012, 200 s.

6. *Mordkovich A.G., Shurkova M.V.* Zadachnik po vvedeniyu v matematicheskij analiz. M.: Mnemozina, 2008. 136 s.

7. *Mordkovich A.G.* Professional`no-pedagogicheskaya napravlennost` special`noj podgotovki uchitelya matematiki v pedagogicheskom institute: dissertaciya ... doktora pedagogicheskix nauk: 13.00.02. M., 1986, 355 s.

8. *Testov V.A.* O formirovanii professional`noj kompetencii uchitelya matematiki // Sibirskij uchitel` (e`lektronnaya versiya), No 6(54), 2007. URL: http://www.sibuch.ru/_OLD/article.php?no=558.

9. *Fixtengol`cz G.M.* Kurs differencial`nogo i integral`nogo ischisleniya: v 3-x tt. 9-e izd., ster. SPb.: «Lan`», 2009.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЕВЕЛИНА Любовь Николаевна – доцент кафедры физики, математики и методики обучения Самарского государственного социально-педагогического университета.

Lyubov Nikolaevna EVELINA – assistant professor of Department of Physics, Mathematics and Teaching Methodology, Samara State University of Social Sciences and Education.

email: evelina.evelina-ln@yandex.ru

КЕЧИНА Ольга Михайловна – доцент кафедры физики, математики и методики обучения Самарского государственного социально-педагогического университета.

Olga Mikhailovna KECHINA – assistant professor of Department of Physics, Mathematics and Teaching Methodology, Samara State University of Social Sciences and Education.

email: omka-83@mail.ru

Материал поступил в редакцию 8 августа 2019 года