УДК 371.24+371.212

# МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЛОГИКО-ПОНЯТИЙНОЙ КОМПЕТЕНЦИИ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СОВРЕМЕННОГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

## В.И. Горбачев

Брянский государственный университет, Брянск enibgu@mail.ru

### Аннотация

Наряду с общепредметными, в содержании логико-понятийной компетенции выделены и методико-математические основы ее становления. В предметно-математическом плане в качестве базовой представлена методико-математическая адаптация психолого-дидактических закономерностей становления системы субъектного предметного знания. Ее дополняют специфические методико-математические закономерности: становления абстрактного математического мышления и его компонентов; структурного формирования пространственного и теоретико-пространственного типов мышления; анализа системы математического знания в содержании учебной математической теории; интеграции математического языка, математической речи и математического мышления; понятийно-категориальной интеграции учебных математических теорий.

**Ключевые слова**: предметные компетенции учебной математической деятельности, содержание логико-понятийной компетенции, методико-математические основы

Характеризация логико-понятийной компетенции в качестве общепредметной [1] обосновывает объективный характер функционирования в учебном предмете «Математика» логических и психолого-дидактических закономерностей, однако не предметная реализация общепредметных основ системнопонятийного представления учебных математических теорий определяет содержательную сущность логико-понятийной деятельности.

Во-первых, сугубо абстрактный идеализированный характер объектов математических пространств, логико-содержательные средства установления зако-

номерностей, не затушеванных физическим содержанием учебных математических теорий, содержательная очерченность процесса их логического построения позволяют утверждать, что потенциально дидактические закономерности логико-понятийной компетенции первично формируются в учебной математической деятельности, вне опоры на иную учебно-предметную деятельность.

Во-вторых, логические, дидактические закономерности становления логико-понятийной компетенции [2] проявляются в содержательной учебноматематической форме и «действуют» не изолированно от методологически не выделенных и методически не спроектированных предметно-математических закономерностей, а в системном единстве с ними. Значит, учебная математическая деятельность выступает и средой развертывания логических, психологодидактических основ и источником специфически предметных (математических) закономерностей становления системы предметного знания.

Методологически важным является акцентирование внимания Г.В. Дорофеевым на следующих предметно-математических задачах становления логикопонятийной компетенции в содержании учебных математических теорий:

- формирование и развитие абстрактного математического мышления, прежде всего, его дедуктивной составляющей как специфической для математи-ки;
- формирование и развитие качеств мышления, необходимых образованному человеку для полноценного функционирования в современном обществе, в частности, формирования эвристического и алгоритмического мышления;
- формирование математического языка и математического аппарата как средства описания и исследования окружающего мира и его закономерностей;
- ознакомления с природой научного знания, с принципами построения научных теорий в единстве и противоположности математических и естественных наук [3, с. 3].

Не менее значимыми в плане формирования логико-понятийной компетенции выступают взгляды А.Д. Александрова о взаимной связи образного и логического мышления в учебной геометрической деятельности, И.С. Якиманской о механизме развития пространственного мышления в геометрическом пространстве, А.Н. Колмогорова о важности функционирования правильной математической речи. Вместе с тем, нужно согласиться со следующим высказывани-

ем Н.Х. Розова: «конечно же, школьная математика в определенной степени действительно вносит свой вклад в развитие у учащихся умения рассуждать, делать правильные выводы, обосновывать утверждения. Ведь она неотделима от логических математических построений, подспудно опирается на «общелогические» законы. Но с сожалением заметим: это специально никогда явно не акцентируется, не объясняется и не рассказывается — ни на уроках, ни в учебниках» [4, с. 144].

Методико-математическая адаптация психолого-дидактических закономерностей становления системы субъектного предметного знания. В дидактическом плане учебная математическая деятельность выступает разновидностью учебной предметной деятельности, реализует в специфических формах (абстрактной, идеализированной, знаковой) и методах (логико-понятийном, лотеоретико-модельном) гико-процессуальном, общелогические, дидактические закономерности становления системы субъектного предметного знания, имеющие общепредметный характер. В системе конкретных математических понятий, суждений, умозаключений обеспечивается логико-понятийное представление базовых (числа, фигур, векторов) и производных (функций, числовых предикатов, вероятностей) учебных математических теорий с адекватными способами определения понятий, выделением их свойств и связей в форме суждений, методами доказательства. В овладении субъектом интеллектуальным опытом абстрактной, логико-содержательной математической деятельности человечества в содержании системы математического знания и его теоретического обоснования достигаются задачи усвоения определенного уровня образованности, становления учебной методологии, математико-мировоззренческих представлений. В многомерной представленности математического языка, во взаимной связи языка, речи и мышления, в управляемом процессе становления внешней речи и ее преобразования во внутреннюю реализуется дидактическая закономерность поэтапного формирования умственных действий учебной математической деятельности (Н.Ф. Талызина [5]). В понятийно-категориальном обогащении математического знания, в углублении абстрактно-алгоритмических представлений конкретного математического пространства абстрактно-дедуктивным исследованием его свойств в соответствующей теории, в категориально выраженной интеграции теорий формируется учебная математическая картина мира.

Лишь коррелируемыми с психолого-дидактическими выступают следующие специфически математические закономерности становления системы предметного знания, характеризующие в своей целостности методикоматематическую трактовку субъектного развития [6]:

- становления абстрактного математического мышления в пространственно-теоретическом подходе;
- структурного представления пространственного и теоретикопространственного типов мышления в содержании соответствующих видов учебной математической деятельности;
- логико-математического анализа понятий, теорем, доказательств в содержании дедуктивной учебной математической теории;
- развития алгоритмической, эвристической и творческой форм учебной математической деятельности, мышления;
- синтезирования математического языка, математической речи и мышления;
- категориального представления учебных математических теорий и целостного математического знания.

Методическая закономерность формирования абстрактного математического мышления в пространственно-теоретическом подходе. Абстрагирование и идеализация, выступающие средством создания математических объектов во внутреннем плане субъекта, в своем единстве характеризуют математический метод отражения явлений, свойств материального мира для цели его исследования. Многоплановая по своему содержанию (создание абстрактных объектов и пространства в целом, теоретическое исследование их свойств), спектру отражаемых свойств и отношений реального мира (числовые, порядковые, пространственные, функциональные, предикатные, равновесия и сравнения, вероятностные) деятельность абстрагирования и идеализации имеет фундаментальный целевой характер. Задача исследования свойств каждого из математических пространств, недостаточность для ее решения содержательных образов пространственных объектов обосновывают необходимость построения дедуктивной теории пространства — с новым, понятийным уровнем абстрагиро-

вания и конструирования объектов, формализацией свойств понятий, логикоматематическим методом их доказательства. В объективной последовательности этапов абстрагирования, конструирования, теоретического исследования в каждом математическом пространстве формируется адекватное пространственное мышление, в спектре абстрактных пространств и соответствующих им теорий во внутреннем плане субъекта создается характеризующее учебную математическую деятельность абстрактное математическое мышление.

Методическая закономерность структурного представления, формирования пространственного и теоретико-пространственного типов мышления. В направленном на формирование абстрактного математического мышления пространственно-теоретическом подходе учебная математическая деятельность формируется вначале как деятельность представливания и, затем, как теоретико-пространственная – в общей закономерности для каждого из математических пространств (числового, геометрического, векторного, функционального, предикатного, вероятностного). В деятельности представливания осуществляются представление конкретного пространства математических объектов в целом, классов объектов в их взаимосвязи, классификация объектов и их свойств, формируется пространственное воображение в условиях преобразований, комбипространственного (пространственнонирования объектов. В структуре числового, пространственно-геометрического и т. д.) мышления выделяются отдельные, имеющие в учебной математической деятельности фундаментальный характер виды (уровни) – абстрактно-алгоритмическое мышление и системноструктурное мышление. В теоретико-пространственной деятельности реализуется системное представление теории, осуществляется выявление фундаментальных связей, закономерностей математического пространства, обоснование установленных и открываемых в исследовании свойств, становление теоретикомодельных и теоретико-прикладных представлений. Соответствующий теоретико-пространственный тип мышления структурируется составляющими его абстрактно-дедуктивным, аналитико-синтетическим, методологическим видами мышления.

Методическая закономерность логико-математического представления, субъектного анализа системы математического знания в содержании

учебной математической теории. Логическими категориями представления системы математического знания на уровне теории выступают: определение как логическое средство точного описания понятия учебной математической теории; теорема как форма фиксации определенной закономерности теории; доказательство как объективная процедура установления закономерности теории; теория как объективная форма выделения, систематизации математического знания. Естественная для математической теории логико-математическая формализация математических предложений (определений, теорем), последовательности их выстраивания в логических рассуждениях (доказательствах) и составляют сущность аналитико-синтетического мышления. Логико-математическая деятельность понятийно-категориального структурирования теории, систематизации методов доказательства, системно-структурного анализа учебной математической теории в схемах «математическое пространство – математическая теория», «базовая математическая теория – производная математическая теория», «математическая теория – модель математической теории» позволяет обеспечить становление методологического мышления.

Методическая закономерность становления алгоритмической, эвристической, творческой форм деятельности, мышления в системе матема*тического знания.* В образном, понятийном и знаковом представлении теории математического пространства алгоритмическая деятельность структурируется процедурами определения понятий, доказательства свойств понятий и адекватных им классов математических объектов, выделения и обоснования обобщенных способов деятельности в классах задач теории, субъектного становления методов доказательства [5]. Алгоритмичность мышления в учебной математической деятельности, в целостной системе предметного знания в качестве своего продолжения имеет такое качество субъектной деятельности как включение в алгоритмическую деятельность, сознательное использование эвристических действий, расширяющих адекватный деятельности класс задач. Рефлексия класса задач учебной математической теории и соответствующей ему обобщенной алгоритмической схемы, расширение алгоритмической схемы и класса задач в спектре осознаваемых эвристических действий позволяет составить целостную структуру учебной деятельности в каждом из математических пространств.

Методическая закономерность интеграции математического языка, математической речи, математического мышления. Образная, понятийная, логико-символическая формы учебной математической речи, создаваемой в содержании структурно интегрированного математического языка (пространства, теории, логики), указывают на закономерность выделения, проектирования деятельности, направленной на усвоение языковых средств субъектной речи и соответствующего математического аппарата. Методологическая схема «математический язык — математическоя речь — математическое мышление» обосновывает формирование математического языка и математического аппарата как средства описания и исследования окружающего мира и его закономерностей. Схема поэтапного формирования умственных действий П.Я. Гальперина выступает общей методологией становления учебного предметного мышления из направленно проектируемой внешней предметной речи субъекта.

Методическая закономерность понятийно-категориального представления системы математических теорий. Закономерность систематизации понятий, свойств в их взаимной связи и обусловленности в рамках конкретной математической теории объективно продолжается в системном понятийнокатегориальном представлении целостной учебной математической деятельности, в интеграции математических теорий. Анализ развития понятий и их свойств в рамках конкретного пространства, определенной теории, в интеграции учебной математической деятельности выделить следующие уровневые категории, структурирующие субъектную математическую картину мира [6]:

- «число», «функция», «геометрическая фигура», «вектор», «равносильность», «вероятность» в теоретическом представлении закономерностей конкретных математических пространств;
- «конечность—бесконечность», «дискретность—непрерывность», «размерность» в обобщенном представлении совокупности математических пространств;
- «математическое пространство», «дедуктивная теория пространства», «модель теории», «аксиома», «теорема», «доказательство», «истина» в интеграции представлений учебных математических теорий.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Горбачев В.И., Трошина Н.В. Предметные компетенции общего образования // Педагогика. 2016, № 8, С. 52–61.
- 2. Горбачев В.И. Содержание логико-понятийной компетенции общего математического образования (общепредметные основы) // Наука и школа. 2018, № 5, С. 23–34.
- 3. Дорофеев Г.В. Гуманитарно-ориентированный курс основа учебного предмета «Математика» в общеобразовательной школе // Математика в школе. 1997, № 4, С. 59–66.
  - 4. Розов Н.Х. Логика и школа // Наука и школа. 2016, № 1, С. 143–150.
- 5. Талызина Н.Ф. Формирование математических понятий //Формирование приемов математического мышления. М.: ТОО «Вентана—Граф», 1995, 231 с.
- 6. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: приказ от 17.05.2011 № 413 // М-во образования и науки Рос. Федерации. М.: Просвещение, 2012, 83 с.

# METHODICAL AND MATHEMATICAL BASES OF LOGICAL-CONCEPTUAL COMPETENCE IN THE ACTIVITIES OF MODERN TEACHER OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

### **Vasily Gorbachev**

Bryansk State University, Bryansk enibgu@mail.ru

### **Abstract**

Along with the general subject, in the content of the logical-conceptual competence, the methodical and mathematical foundations of its formation are also singled out. In the object-mathematical plan, the methodical-mathematical adaptation of the psychological-didactic regularities of the formation of the system of subject-based subject knowledge is presented as a basic method. It is supplemented by specific methodical and mathematical patterns: the formation of abstract mathematical thinking and its components; structural formation of spatial and theoretical-spatial types of thinking; analysis of the system of mathematical knowledge in the content of the educational mathematical theory; integration of mathematical language, mathematical speech and mathematical thinking; conceptual-categorial integration of educational mathematical theories.

**Keywords**: subject competence of educational mathematical activity, content of logical-conceptual competence, methodical and mathematical foundations

#### REFERENCES

- 1. *Gorbachev V.I., Troshina N.V.* Predmetnye kompetencii obshchego obrazovaniya // Pedagogika. 2016, No 8, S. 52–61.
- 2. Gorbachev V.I. Soderzhanie logiko-ponyatijnoj kompetencii obshchego matematicheskogo obrazovaniya (obshchepredmetnye osnovy) // Nauka i shkola. 2018, No 5, S. 23–34.
- 3. *Dorofeev G.V.* Gumanitarno-orientirovannyj kurs osnova uchebnogo predmeta «Matematika» v obshcheobrazovateľnoj shkole // Matematika v shkole. 1997, No 4, S. 59–66.
  - 4. Rozov N.H. Logika i shkola // Nauka i shkola. 2016, No 1, S. 143-150.

- 5. *Talyzina N.F.* Formirovanie matematicheskih ponyatij //Formirovanie priemov matematicheskogo myshleniya. M.: TOO «Ventana–Graf», 1995, 231 s.
- 6. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart srednego (polnogo) obshchego obrazovaniya: prikaz ot 17.05.2011 No 413 // M-vo obrazovaniya i nauki Ros. Federacii. M.: Prosveshchenie, 2012, 83 s.

# СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ



**ГОРБАЧЕВ Василий Иванович** — доктор педагогических наук, профессор, Брянский государственный университет, г. Брянск.

**Vasily Ivanovich GORBACHEV** – doctor of Pedagogical Sciences, professor, Bryansk State University, Bryansk.

email: enibgu@mail.ru

Материал поступил в редакцию 3 августа 2019 года